Ich kann das Modell der linearen Funktion in unterschiedlichen Kontexten, insbesondere mit Wirtschaftsbezug (Kostenfunktion, Erlös- bzw. Umsatzfunktion, Gewinnfunktion, Fixkosten, variable Kosten und Break-Even-Point) beschreiben und selbstständig lineare Modellfunktionen bilden.

A, B **1** Eine Firma plant den Kauf einer neuen Maschine und erhält zwei Angebote:

Maschine A: Anschaffungskosten: 12 000 €, Produktionskosten pro Stück: 4,40 €
Maschine B: Anschaffungskosten: 10 500 €, Produktionskosten pro Stück: 5,40 €

a. Bestimme für jede Maschine die Fixkosten und die variablen Kosten.
b. Stelle für jede Maschine die lineare Funktion auf, die der produzierten Stückzahl x die Gesamtkosten K(x) zuordnet.
c. Berechne, welche Kosten für Maschine A bzw. Maschine B entstehen, wenn 450 Stück produziert werden.
d. Berechne, ab welcher Produktionsmenge die Anschaffung von Maschine A sinnvoll ist.

A, B **2** Der Anschaffungswert einer Maschine liegt bei 75600 €. Die Firma plant, die Anlage 12 Jahre lang zu nutzen.
a. Stelle die lineare Funktion auf, die der Zahl x den Restwert R(x) nach x Jahren zuordnet und gib eine sinnvolle Definitionsmenge an.
b. Berechne mit dieser Funktion den Restwert nach 5 Jahren.
c. Berechne, nach wie vielen Jahren die Maschine einen Restwert von 25200 € hat.

A, B, C **3** Die Kosten eines kleinen Unternehmens für die Produktion von x Stück eines bestimmten Produkts können durch die Funktion K mit $K(x) = 3200 + 7{,}5x$ beschrieben werden.
a. Interpretiere die Bedeutung der Zahlen 3200 und 7,5 in diesem Zusammenhang.
b. Berechne K(190) und interpretiere diesen Wert.
c. Bestimme fixe und variable Kosten bei einer Produktionsmenge von 400 Stück.

A, B **4** Ein Betrieb verkauft ein Produkt um 5,10 € pro Stück.
a. Stelle eine Funktion auf, die der produzierten Stückmenge den erzielten Erlös zuordnet.
b. Berechne, welcher Erlös beim Verkauf von 224 Stück erzielt wird.
c. Berechne, welche Stückzahl pro Monat verkauft werden muss, damit die Fixkosten in der Höhe von 2805 € gedeckt sind.

A, B, C **5** Die Fixkosten eines Unternehmens betragen pro Monat 7400 €. Pro Stück eines bestimmten Produkts entstehen Kosten in der Höhe von 6,25 €, der Verkaufspreis pro Stück ist mit 12,50 € festgesetzt.
a. Stelle eine lineare Funktion auf, die der Anzahl der produzierten Stück die Gesamtkosten zuordnet.
b. Stelle eine lineare Funktion auf, die der Anzahl der verkauften Stück den Gesamterlös zuordnet.
c. Gib eine lineare Funktion, die den Gewinn des Unternehmens beschreibt.
d. Berechne die anfallenden Kosten, den erzielten Erlös und den daraus resultierenden Gewinn für 780 Stück. Interpretiere das Ergebnis.
e. Berechne den Break-Even-Point.

A, B **6** Der Gewinn eines Unternehmens beim Verkauf von x Stück eines Produkts kann mit der Funktion G mit $G(x) = 5x - 4800$ beschrieben werden. Der Verkaufspreis pro Stück beträgt 8,50 €.
a. Berechne G(1020) und interpretiere das Ergebnis.
b. Stelle eine lineare Funktion auf, die der verkauften Stückzahl den erzielten Erlös zuordnet.
c. Gib die fixen und variablen Kosten für das Produkt an und stelle eine lineare Funktion auf, die die Gesamtkosten für dieses Produkt beschreibt.
d. Berechne den Break-Even-Point.

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann das Modell der linearen Funktion in unterschiedlichen Kontexten, insbesondere mit Wirtschaftsbezug (Kostenfunktion, Erlös- bzw. Umsatzfunktion, Gewinnfunktion, Fixkosten, variable Kosten und Break-Even-Point) beschreiben und selbstständig lineare Modellfunktionen bilden.

1 **a.** Fixkosten = Anschaffungskosten; variable Kosten = Produktionskosten pro Stück mal Stückzahl:

Maschine A: Fixkosten: 12 000 €, variable Kosten: $4{,}40 \cdot x$

Maschine B: Fixkosten: 10 500 €, variable Kosten: $5{,}40 \cdot x$

b. Maschine A: $K_A(x) = 4{,}40x + 12000$; Maschine B: $K_B(x) = 5{,}40x + 10500$

c. $K_A(450) = 13\,980$ €, $K_B(450) = 12\,930$ €

d. Bei einer Produktionsmenge von x = 18 600 Stück sind die Kosten für beide Maschinen gleich, das heißt, ab einer Produktionsmenge von 18 601 Stück sind die Kosten für Maschine A niedriger als für Maschine B.

2 **a.** $R(x) = -6300x + 75600$; Definitionsmenge: $0 \leq x \leq 12$

b. $R(5) = 44\,100$ €

c. nach 8 Jahren

3 **a.** 7,5 = Produktionskosten pro Stück, 3200 = Fixkosten.

b. $K(190) = 4625$ €. Diese Zahl gibt die Höhe der Produktionskosten für eine produzierte Menge von 190 Stück an.

c. Fixe Kosten: 3200 €, variable Kosten = Produktionskosten pro Stück mal Stückzahl: 3000 €

4 **a.** erzielter Erlös für x Stück: $E(x) = 5{,}10 \cdot x$

b. $E(224) = 1142{,}40$ €

c. 550 Stück müssen pro Monat verkauft werden, um die Fixkosten zu decken.

5 **a.** $K(x) = 7400 + 6{,}25x$

b. $E(x) = 12{,}50x$

c. $G(x) = 6{,}25x - 7400$

d. Kosten: K(780) = 12275 €; Erlös: E(780) = 9750 €; Gewinn: G(780) = -2525 €. Bei einer produzierten und verkauften Menge von 780 Stück sind die Kosten höher als der erzielte Erlös. Das heißt, das Unternehmen macht Verlust.

e. Break-Even-Point: $x = 1184$

6 Der Gewinn eines Unternehmens beim Verkauf von x Stück eines Produkts kann mit der Funktion $G(x) = 5x - 4800$ beschrieben werden. Der Verkaufspreis pro Stück beträgt 8,50 €.

a. $G(1020) = 300$, das heißt, das Unternehmen erzielt beim Verkauf von 1020 Stück einen Gewinn von 300 €.

b. $E(x) = 8{,}50x$

c. $K(x) = E(x) - G(x)$, das heißt, $K(x) = 3{,}5x + 4800$; fixe Kosten: 4800 €; variable Kosten pro Stück: 3,50 €

d. Break-Even-Point: $x = 960$