## Ich kann die Idee der Optimierung unter einschränkenden Bedingungen erklären und anhand des Modells: Hauptbedingung $a \cdot b$ unter Nebenbedingung $a + b =$ konst. bzw. Hauptbedingung $a + b$ unter Nebenbedingung $a \cdot b =$ kost. modellieren und berechnen.

A, B **1** Zwei Zahlen c und d, deren Produkt 676 ergibt, sollen so gewählt werden, dass ihre Summe möglichst klein wird.

**a.** Formuliere Haupt- und Nebenbedingung für diese Optimierungsaufgabe.

**b.** Berechne die beiden Zahlen.

A, B **2** Berechne, wie zwei Zahlen a und b, deren Differenz 270 ergibt, gewählt werden müssen, damit das Produkt von a und b möglichst klein wird.

A, B **3** Ein rechteckiger Bogen Papier (30cm x 50cm) soll so zum Mantel einer rechteckigen Schachtel gefaltet werden, dass die Schachtel eine möglichst große Grundfläche hat.

**a.** Formuliere Haupt- und Nebenbedingung für diese Optimierungsaufgabe.

**b.** Berechne die Seitenlängen der Schachtel.

A, B **4** Frau Huber will in ihrem Garten ein rechteckiges Gemüsebeet mit einer Fläche von $16\,m^2$ anlegen und dieses mit einem Holzzaun von der Wiese abgrenzen. Frau Huber überlegt, wie sie die Abmessungen des Beets wählen muss, damit die Kosten für den Zaun möglichst gering sind. 1m Zaun kostet 5,40€.

**a.** Formuliere Haupt- und Nebenbedingung für diese Optimierungsaufgabe.

**b.** Berechne die Abmessungen des Gemüsebeets.

**c.** Berechne die Höhe der Kosten für das Zaunmaterial.

A, B **5** Robert will ein Freigehege für seine Schildkröten bauen. Er hat 12 m Gitterzaun und will damit eine rechteckige Fläche im Garten einzäunen. Berechne, wie Robert die Abmessungen des Geheges wählen muss, damit die Fläche des Geheges möglichst groß wird.

A, C **6** Zwei Zahlen x und y sollen so gewählt werden, dass ihre Summe 59 ergibt und ihr Produkt möglichst klein wird. Erkläre und begründe, warum x und y keine natürlichen Zahlen sein können.

A, B **7** Frau Pointer will ein neues, rechteckiges Glashaus für ihre Tomaten errichten. Der Umfang des Glashauses soll 10 m betragen. Frau Pointer verkauft einen Teil ihrer Tomaten auf dem Gemüsemarkt. Der Gewinn für die Tomaten, die sie auf einem Quadratmeter anbauen kann, beträgt durchschnittlich 40€. Frau Pointer überlegt, wie sie die Abmessungen des Glashauses wählen soll, damit sie einen möglichst hohen Gewinn beim Verkauf der Tomaten erzielen kann.

**a.** Berechne Länge und Breite des Glashauses.

**b.** Berechne den Gewinn, den Frau Pointer beim Verkauf der Tomaten voraussichtlich erzielen wird.

A, B **8** Bauer Winter will eine rechteckige Weidefläche für seine Ziegen mit einem Elektrozaun umzäunen, sodass die Weidefläche einen möglichst großen Flächeninhalt hat. Er hat 140m Zaun zur Verfügung.

**a.** Berechne die Länge und die Breite dieser Weide.

**b.** Berechne den Flächeninhalt der Weidefläche.

A, B **9** Bauer Sommer will eine rechteckige Weidefläche für seine Schafe mit einem Elektrozaun umzäunen. Die Weidefläche soll einen Flächeninhalt von $625\,m^2$ haben. Bauer Sommer will möglichst wenig Zaun kaufen müssen. Berechne die Länge und die Breite dieser Weide.


Autorin: Bettina Ponleitner

# Lösungen zu: Ich kann die Idee der Optimierung unter einschränkenden Bedingungen erklären und anhand des Modells: Hauptbedingung $a \cdot b$ unter Nebenbedingung $a+b=\text{konst.}$ bzw. Hauptbedingung $a+b$ unter Nebenbedingung $a \cdot b=\text{konst.}$ modellieren und berechnen

**1** **a.** Hauptbedingung: Minimiere $c+d$; Nebenbedingung: $c \cdot d = 676$

**b.** $c = d = 26$

**2** $a = 135$, $b = -135$

**3** **a.** Die Schachtel hat Länge l und Breite b. Hauptbedingung: Maximiere $l \cdot b$; Nebenbedingung: $2 \cdot (l+b) = 48$

**b.** $l = b = 12\text{cm}$

**4** **a.** Das Gemüsebeet hat Länge l und Breite b. Hauptbedingung: Minimiere $2 \cdot (l+b) \cdot 5{,}40$; Nebenbedingung: $l \cdot b = 16$

**b.** $l = b = 4\,\text{m}$.

**c.** Die Kosten für das Zaunmaterial betragen 86,40€.

**5** Robert sollte ein quadratisches Gehege mit einer Seitenlänge von 3 m bauen.

**6** Das Produkt $x \cdot y$ soll maximal werden unter der Nebenbedingung, dass $x + y = 59$, also $x = 59 - y$. Das heißt, wir suchen die Minimumstelle der Funktion $f(y) = (59 - y) \cdot y = 59y - y^2$. Aus $f'(y) = 59 - 2y = 0$ erhalten wir $y = \frac{59}{2} = 29{,}5$. Die gesuchten Zahlen sind somit $x = y = 29{,}5$ und liegen nicht in der Menge der natürlichen Zahlen.

**7** **a.** Das Gemüsebeet hat Länge l und Breite b mit $l = b = 2{,}5\,\text{m}$.

**b.** voraussichtlicher Gewinn G = (Anzahl der Quadratmeter) x (durchschnittlicher Gewinn/Quadratmeter): $G = 2{,}5 \cdot 2{,}5 \cdot 40 = 250\,€$

**8** **a.** Die Weide hat Länge l und Breite b mit $l = b = 35\,\text{m}$.

**b.** Flächeninhalt der Weide: $A = 35 \cdot 35 = 1225\,\text{m}^2$.

**9** Die Weide hat Länge l und Breite b mit $l = b = 25\,\text{m}$.