LÖSUNG ZU 594:

a) f(x) = $\frac{g(x)}{h(x)}$

f´(x) = $\lim\limits_{z \to x} \frac{f(z)-f(x)}{z-x}$ = $\lim\limits_{z \to x} \frac{\frac{g(z) \cdot h(x) - g(x) \cdot h(z)}{h(z) \cdot h(x)}}{z-x}$ = $\lim\limits_{z \to x} \frac{g(z) \cdot h(x) - g(x) \cdot h(z)}{(z-x) \cdot h(z) \cdot h(x)}$

b) Man kann im Zähler nun – g(x) · h(x) + g(x) · h(x) hinzufügen, da der Ausdruck insgesamt 0 ergibt:

$$\lim_{z \to x} \frac{g(z) \cdot h(x) - g(x) \cdot h(z) - \mathrm{g(x)} \cdot \mathrm{h(x)} + \mathrm{g(x)} \cdot \mathrm{h(x)}}{(z-x) \cdot h(z) \cdot h(x)}$$

c) $\lim\limits_{z \to x} \frac{g(z) \cdot h(x) - g(x) \cdot h(z) - \mathrm{g(x)} \cdot \mathrm{h(x)} + \mathrm{g(x)} \cdot \mathrm{h(x)}}{(z-x) \cdot h(z) \cdot h(x)} = \lim\limits_{z \to x} \frac{h(x) \cdot (g(z)-g(x)) - \mathrm{g(x)} \cdot (\mathrm{h(z)} - \mathrm{h(x)})}{(z-x) \cdot h(z) \cdot h(x)}$

$= \lim\limits_{z \to x} \frac{h(x) \cdot (g(z)-g(x))}{(z-x) \cdot h(z) \cdot h(x)} - \lim\limits_{z \to x} \frac{\mathrm{g(x)} \cdot (\mathrm{h(z)} - \mathrm{h(x)})}{(z-x) \cdot h(z) \cdot h(x)} =$

$= \frac{g'(x) \cdot h(x) - g(x) \cdot h'(x)}{(h(x))^2}$ Quotientenregel