LÖSUNG ZU 74:

Kugel: V = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

a) [0; 2]: f(0) = 0 f(2) = $\sim 33{,}51 = \frac{32\pi}{3}$

$$\frac{33{,}51 - 0}{2} = \sim 16{,}76$$

Das Volumen der Kugel erhöht sich im Intervall [0; 2] im Mittel um $\sim 16{,}76$ m³/m.

[2; 4]: f(2) = $\frac{32\pi}{3}$ f(4) = $\frac{256\pi}{3}$

$$\frac{\frac{256\pi}{3} - \frac{32\pi}{3}}{2} = \frac{112\pi}{3}$$

Das Volumen der Kugel erhöht sich im Intervall [2; 4] im Mittel um $\frac{112\pi}{3}$ m³/m.

[4; 6]: f(4) = $\frac{256\pi}{3}$ f(4) = 288π

$$\frac{288\pi - \frac{256\pi}{3}}{2} = \frac{304\pi}{3}$$

Das Volumen der Kugel erhöht sich im Intervall [4; 6] im Mittel um $\frac{304\pi}{3}$ m³/m

b) $\frac{f(v)-f(u)}{v-u}$

Kugel: V = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

f(v) = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot v^3$ f(u) = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot u^3$

$\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot v^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot u^3}{v-u} = \frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v^3 - u^3)}{v-u}$ = /Anwendung der Horner´schen Regel

$\frac{\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v - u)(v^2+uv+u^2)}{v-u} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v^2 + uv + u^2)$

Formel für die Berechnung des Differenzenquotienten von V in [u; v]: $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (v^2 + uv + u^2)$

c) [3; 4]: f(3) = 36π f(4) = 256π

$$\frac{256\pi - 36\pi}{1} = \frac{148\pi}{3} = \sim 49\pi$$

[3; 3,5]: f(3) = 36π f(3,5) = $\frac{343\pi}{6}$

$$\frac{\frac{343\pi}{6} - 36\pi}{0{,}5} = \frac{127\pi}{3} = \sim 42{,}3\pi$$

[3; 3,0001]: f(3) = 36π f(3,0001) = $\frac{27002700090001\pi}{750000000000} = \sim 113{,}109$

$\frac{113{,}109 - 36\pi}{0{,}0001} = \sim 113{,}1011 = \sim 36{,}001\pi$

[3; 3,000001]: f(3) = 36π f(3,000001) = $\sim 113{,}097\pi$

$\frac{113{,}097 - 36\pi}{0{,}000001} = \sim 113{,}097 = \sim 36\pi$

Die Differenzenquotienten in den gegebenen Intervallen nähern sich immer mehr den Wert 36π, je näher sich die rechte Intervallgrenze an 3 annähert.