

# 5 WINKELFUNKTIONEN

- W 5.01** Wie ist das Bogenmaß eines Winkels definiert?
- W 5.02** Durch welche Angaben kann eine Drehbewegung beschrieben werden?
- W 5.03** Welche Gründe gibt es, dass  $\sin(a)$ ,  $\cos(a)$  und  $\tan(a)$  über  $a \in [0; 2\pi)$  hinaus verallgemeinert werden?
- W 5.04** Wie sind  $\sin(a)$ ,  $\cos(a)$  und  $\tan(a)$  für  $a \in \mathbb{R}$  definiert? Welche Stellen müssen beim Tangens ausgenommen werden?
- W 5.05** Was ist eine periodische Funktion?
- W 5.06** Wie lautet die kleinste Periode der Funktionen  $\sin$ ,  $\cos$  und  $\tan$ ?
- W 5.07** Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $\sin(-x)$  und  $\sin(x)$ ? Begründe am Einheitskreis!
- W 5.08** Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $\cos(-x)$  und  $\cos(x)$ ? Begründe am Einheitskreis!
- W 5.09** Eine Sinusschwingung sei durch die Funktion  $f_0: t \mapsto \sin(t)$  beschrieben, eine weitere harmonische Schwingung durch  $f: t \mapsto r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$ . Wie geht der Graph von  $f$  aus dem Graphen von  $f_0$  hervor? Wie verändern sich dabei Amplitude, Frequenz und Schwingungsdauer der Sinusschwingung?



## 5 WINKELFUNKTIONEN Lösungen

W 5.01 Das Bogenmaß eines Winkels ist der Quotient  $a = \frac{b}{r}$ , wobei  $b$  die Länge des zum Winkel gehörigen Bogens mit dem Radius  $r$  ist.

W 5.02 Durch Drehsinn und Drehwinkelmaß kann eine Drehbewegung beschrieben werden.

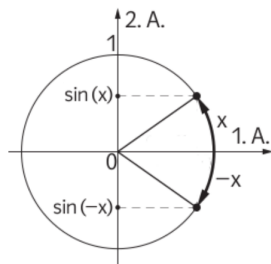
W 5.03 Drehwinkelmaße können auch außerhalb des Intervalls  $[0; 2\pi)$  liegen.

W 5.04 Ist  $a \in \mathbb{R}$  ein Drehwinkelmaß und  $\bar{a} \in [0; 2\pi)$  das dazugehörige Polarwinkelmaß, so setzt man  $\sin(a) = \sin(\bar{a})$  und  $\cos(a) = \cos(\bar{a})$ . Den Tangens definiert man für  $a \in \mathbb{R}$ , indem man  $\tan(a) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)}$  setzt. Es müssen jedoch jene Werte für  $a$  ausgenommen werden, für die  $\cos(a) = 0$  ist. Somit kann man für alle  $a \in \mathbb{R}$  mit  $a \neq \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}$  setzen:  $\tan(a) = \frac{\sin(a)}{\cos(a)}$ .

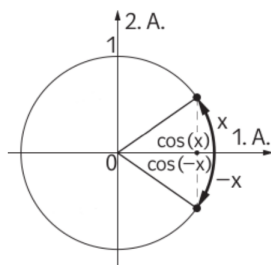
W 5.05 Eine reelle Funktion  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  nennt man periodisch, wenn es eine positive Zahl  $p$  gibt, sodass für alle  $x \in A$  gilt:  $f(x + p) = f(x)$ . Die Zahl  $p$  nennt man Periode der Funktion  $f$ .

W 5.06 Die kleinste Periode von  $\sin$  und  $\cos$  ist  $2\pi$ , die kleinste Periode von  $\tan$  ist  $\pi$ .

W 5.07  $\sin(-x) = -\sin(x)$



W 5.08  $\cos(-x) = \cos(x)$



W 5.09 Der Graph von  $f$  geht aus dem Graphen von  $f_0$  durch eine Verschiebung um  $\frac{\pi}{\omega}$  parallel zur 1. Achse nach links, eine anschließende Stauchung mit dem Faktor  $\frac{1}{\omega}$  normal zur 2. Achse und eine anschließende Streckung mit dem Faktor  $r$  normal zur 1. Achse hervor. Die Amplitude wird dabei  $r$ -mal so groß, die Frequenz wird  $\omega$ -mal so groß und die Schwingungsdauer wird  $\frac{1}{\omega}$ -mal so groß.

