Herausfordernde Aufgaben zu Rechnen mit Termen, S. 45

1. Löse die Klammern auf und fasse zusammen!

a. $(3a + 4b - c) - (a - 2b) + (b + 3c) =$

b. $(9u - 5v + 2w) - \big(8u - (6w + 3v - u)\big) =$

c. $-\big(x - (y + 2z)\big) - (x + 3z - (z - 4y)) =$

d. $\big(8r - s - (t + 5r)\big) + \big(s + t - (3r - 2s)\big) =$

2. Multipliziere aus und fasse zusammen!

a. $(4a + 5b) \cdot (3a - b + 6) =$

b. $(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x^2 - 3) =$

c. $(c - 4d + 1) \cdot (c^2 - c + 2d) =$

3. Vereinfache durch Anwenden der binomischen Formeln!

a. $(2x + 3y)^2 =$

b. $(4s - t) \cdot (4s + t) =$

c. $(7a - 5b)^2 =$

d. $(4c + d)^3 =$

e. $(x + y + z)^2 =$

f. $(u + v + w) \cdot (u + v - w) =$

Hinweis zu **e.** und **f.**: Hier ist zweimaliges Anwenden der binomischen Formel und eine Zerlegung in z.B. $x + y + z = (x + y) + z$ nötig.

4.

a. Beweise die Formel durch Ausmultiplizieren!

1) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2\,a\,b + 2\,a\,c + 2\,b\,c$

2) $(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2\,a\,b - 2\,a\,c - 2\,b\,c$

b. Verwende zur Berechnung deine Formeln aus a)!

1) $(2\,x + y + 3\,z)^2 =$

2) $(5\,x + 2\,y - z)^2 =$

5. Zerlege in Produkte:

a. $25a^2 + 20ab + 4b^2 =$

b. $81c^2 - 144d^2 =$

c. $27t^3 - 1 =$

d. $u^3 + 64v^3 =$

e. $81m^4 - 16n^4 =$

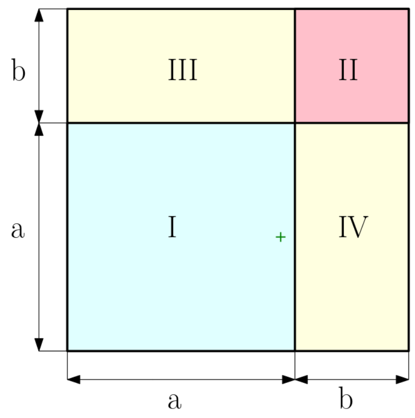
6. Leite die binomische Formel

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

her, indem du den Flächeninhalt des Quadrats in der Abbildung rechts

1) direkt über Seitenlänge mal Seitenlänge

2) als Summe der Fläche der vier Teilflächen I, II, III und IV berechnest.



7. Für welche natürliche Zahlen a, b beträgt das Produkt $(a + b) \cdot (a - b)$

1) 16 **2)** 21 **3)** 40 **4)** 55?

Weshalb ergibt $(a + b) \cdot (a - b)$ für zwei natürliche Zahlen a, b niemals 10, 14 oder 30? Gib eine weitere Zahl an, die $(a + b) \cdot (a - b)$ nie annehmen kann.

Lösungen

1. a. $2a + 7b + 2c$ b. $-2v + 8w$ c. $-2x - 3y$ d. $2s$

2. a. $12a^2 + 11ab - 5b^2 + 24a + 30b$ b. $x^4 + 3x^3 - x^2 - 9x - 6$
c. $c^3 - 4c^2d + 6cd - c - 8d^2 + 2d$

3.
a. Beachte die Vorzeichen!
b.
1) $4x^2 + y^2 + 9z^2 + 4xy + 12xz + 6yz$
2) $25x^2 + 4y^2 + z^2 + 20xy - 10xz - 4yz$

4. a. $4x^2 + 12xy + 9y^2$ b. $16s^2 - t^2$
c. $49a^2 - 70ab + 25b^2$ d. $64c^3 + 48c^2d + 12cd^2 + d^3$
e. $x^2 + 2xy + y^2 + 2xz + 2yz + z^2$ f. $u^2 + 2uv + v^2 - w^2$

5. a. $(5a + 2b)^2$ b. $(9c - 12d)(9c + 12d)$
c. $(3t - 1)(9t^2 + 3t + 1)$
d. $(u + 4v)(u^2 - 4uv + 16v^2)$ f. $(9m^2 + 4n^2)(3m + 2n)(3m - 2n)$

6. Berechnung über 1) liefert $(a + b)^2$, Berechnung über 2) liefert $a^2 + 2ab + b^2$. Da beide Flächen gleich sind, gilt also $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

7. 1) 5 und 3 2) 5 und 2 3) 7 und 3 4) 8 und 3
(Hinweis: es sind manchmal weitere Lösungen möglich)
Wenn $a + b$ ungerade ist, dann ist es auch $a - b$. Wenn $a + b$ gerade ist, dann ist es auch $a - b$. Also hat $(a + b)(a - b)$ den Primfaktor 2 genau null Mal, oder aber mindestens zwei Mal. Genau einmal ist jedenfalls nicht möglich. Allerdings enthalten 10, 14 und 30 den Primfaktor 2 genau ein Mal.
Weitere nicht darstellbare Zahlen: Zahlen der Form $2 \cdot u$ mit u ungerade