Lösung Beispiel 1149.) a)

Zuerst kann der Eckpunkt C berechnet werden. Es gilt:

$$\overrightarrow{AM} = M - A = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$C = M + \overrightarrow{AM} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = (7|-1)$$

Um die Eckpunkte B bzw. D zu erhalten, verwendet man die Eigenschaft, dass die beiden Diagonalen normal aufeinander stehen. Daher wird der Vektor $\overrightarrow{AM}$ nach links bzw. nach rechts gekippt um den Eckpunkt B bzw. D zu erhalten. Außerdem muss der gekippte Vektor noch auf die gewünschte Länge gebracht werden. Da die beiden Diagonalen einander halbieren, muss der Vektor auf die Länge $\frac{\sqrt{8}}{2}$ gebracht werden:

$$\vec{n}^{\,l}_{\overrightarrow{AM}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} \qquad \vec{n}^{\,r}_{\overrightarrow{AM}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Den Einheitsvektor erhält man durch: $\vec{n}^{\,r}_{\overrightarrow{AM}_0} = \frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$D = M + \frac{\sqrt{8}}{2}\frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = (4|-2)$$

$$B = M + \frac{\sqrt{8}}{2}\frac{1}{\sqrt{8}} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = (6|-4)$$

Die Fläche erhält man durch: $\frac{|\overrightarrow{AC}| \cdot |\overrightarrow{BD}|}{2} = 8$