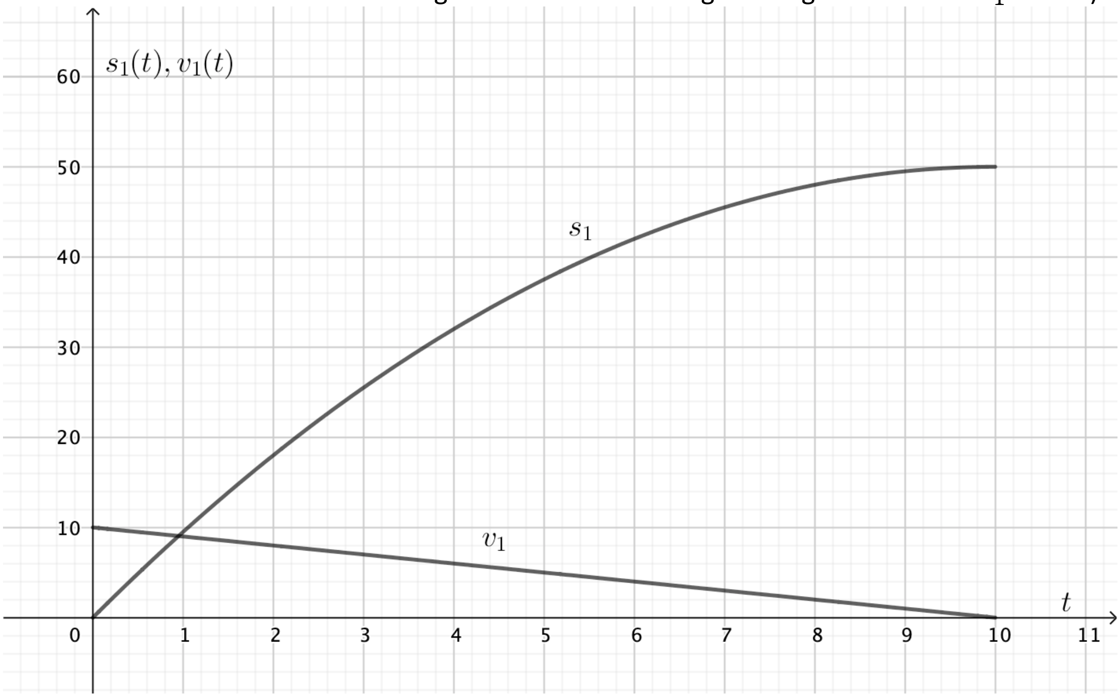
LÖSUNG ZU 49:

a) 1)

Die Funktion s_1 ist eine Stammfunktion von v_1. Da v_1 eine lineare Funktion ist, muss s_1 somit eine quadratische Funktion sein. Da v_1 im Intervall $[0; 10)$ positive Funktionswerte hat, muss s_1 im Intervall $[0; 10]$ streng monoton steigend sein. Damit können wir unter Berücksichtigung der beiden Funktionswerte $s_1(0) = 0$ und $s_1(10) = 50$ die zugehörige Parabel zeichnen:
(da man hier die Punkte $(0|10)$ und $(10|0)$ des Graphen kennt, könnte man die Funktion v_1 auch aufstellen und dann durch Integration eine Funktionsgleichung der Funktion s_1 finden)



b) 1)

Aussage A: falsch
Es gilt $\int v_2(t)\,\mathrm{d}t = \int (v_1(t) + 5)\ \mathrm{d}t = \int v_1(t)\,\mathrm{d}t + \int 5\ \mathrm{d}t$. Daran erkennen wir, dass s_1 keine Stammfunktion von v_2 sein kann, da das letzte Integral einen weiteren Term der Form $5 \cdot t + c$ mit $c \in \mathbb{R}$ liefert.

Aussage B: falsch
Es gilt $v_2(10) = v_1(10) + 5 = 0 + 5 = 5$. Die Stelle 10 ist somit keine Nullstelle von v_2 und kann daher keine Extremstelle der Stammfunktion sein.

Aussage C: richtig
v_2 ist eine lineare Funktion. Daher ist jede Stammfunktion eine quadratische Funktion.

Aussage D: falsch
Es gilt $\int v_2(t)\,\mathrm{d}t = \int (v_1(t) + 5)\,\mathrm{d}t = \int v_1(t)\,\mathrm{d}t + \int 5\ \mathrm{d}t$. Beim Bilden einer Stammfunktion von v_2 erhält man also einen weiteren Term der Form $5 \cdot t + c$, der bei der Stammfunktion von v_1 nicht vorhanden sein wird. Damit unterscheiden sich die beiden Stammfunktionen nicht nur um eine Konstante.

Aussage E: richtig
Jede Stammfunktion von v_2 ist bis auf eine additive Konstante gleich. Die additive Konstante bewirkt eine Verschiebung entlang der y-Achse. Es gibt also nur eine einzige Stammfunktion, die durch den Ursprung verläuft.

Lösung: C, E

2)
Es gilt $\int v_2(t)\,\mathrm{d}t = \int (v_1(t) + 5)\ \mathrm{d}t = \int v_1(t)\,\mathrm{d}t + \int 5\ \mathrm{d}t = \int v_1(t)\,\mathrm{d}t + 5 \cdot t$.
Es ist also der Ausdruck $5 \cdot t$ in das Kästchen einzutragen. Man könnte auch $5 \cdot t + c$ mit $c \in \mathbb{R}$ eintragen, da aber das erste Integral $\int v_1(t)\,\mathrm{d}t$ ohnehin auch ein $c \in \mathbb{R}$ liefert, kann man es hier auch weglassen.

c) 1)
Da die Funktion v_1 eine lineare Funktion ist, ist v_3 eine quadratische Funktion. Jede Stammfunktion von v_3 ist somit eine Polynomfunktion 3. Grades. Außerdem unterscheiden sich zwei beliebige Stammfunktionen von v_3 jeweils nur um eine additive Konstante. Damit erhalten wir den richtigen Satz:

Jede Stammfunktion von v_3 ist eine Polynomfunktion vom Grad **3** und für zwei verschiedene Stammfunktionen F_1 und F_2 von v_3 gilt: $\boldsymbol{F_1 = k + F_2}$ **mit** $\boldsymbol{k} \in \mathbb{R}$.