

50 Miniaturisierung und Nanotechnologie

Martin Apolin (Stand Oktober 2012)

Beispiele für Miniaturisierungen

A1 Die Brechzahl n eines Mediums ist als Quotient der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (c_0) und in diesem Medium (c) definiert, also $n = c_0/c$. Man kann das Brechungsgesetz daher auch so formulieren:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\frac{c_0}{n_1}}{\frac{c_0}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

In Tab. 1 siehst du einige Beispiele für absolute und relative Lichtgeschwindigkeiten und die dazugehörigen Brechzahlen in verschiedenen Materialien.

Material	c absolut [m/s]	% von c_0	$n = c_0/c$
Vakuum	299.792.458	100	1
bodennahe Luft	299.704.944	99,97	1,000292
Wasser	225.407.863	75,19	1,33
Quarzglas	202.562.471	67,56	1,48
Diamant	123.881.181	41,32	2,42

Tab. 1: Einige Beispiele für Lichtgeschwindigkeiten in verschiedenen Materialien. n bezeichnet man als Brechzahl (siehe auch Tab. 29.1, S. 21, BB7).

a Was passiert mit der Brechkraft einer Lupe, die unter Wasser gehalten wird? Wie siehst du ohne Taucherbrille unter Wasser? Wie hängen diese beiden Fragen zusammen? Versuche mit Hilfe des Brechungsgesetzes und Tab. 1 zu begründen.

b Nimm an, du tauchst und leuchtest mit einer Taschenlampe aus dem Wasser heraus (Abb. 1). Zeichne ein Diagramm, das den Zusammenhang zwischen den Winkeln α und β zeigt. Benutze Tab. 1 und forme das Brechungsgesetz zunächst so um, dass du die Variable β freistellen kannst. Was fällt im Diagramm auf?

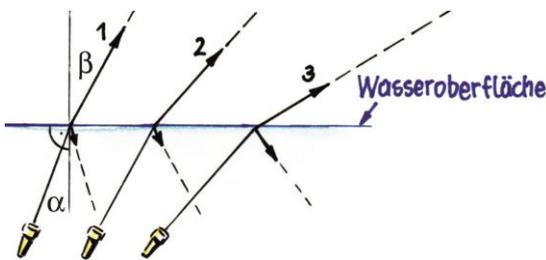


Abb. 1: Ein Lichtstrahl tritt aus dem Wasser aus (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 26.9, S. 21, BB7).

c Leite aus dem Brechungsgesetz eine allgemeine Formel ab, mit der du den Grenzwinkel für die Totalreflexion berechnen kannst (siehe A1 b), und überprüfe diese Formel am Übergang von Wasser in Luft. Berechne auch den Grenzwinkel für einen Lichtstrahl in einem Glasfaserkabel. Nimm vereinfacht an, dass dieses aus Quarzglas besteht.

d Was fällt an der Unterwasseraufnahme in Abb. 2 auf und was hat das mit A1 b und c zu tun?



Abb. 2 zu A1 d (Foto: Lyudmila Zinkova)

A2 In Tab. 2 siehst du die Entwicklung der Speicherkapazität von Festplatten. Um welchen Faktor hat sich diese in den Jahren 1981 bis 2011 erhöht?

Jahr	5,25"	3,5"	2,5"	1,8"	1,0"	0,85"
1981	10 MB	–	–	–	–	–
1988	360 MB	20 MB	–	–	–	–
1992	2 GB	426 MB	120 MB	–	–	–
1997	12 GB	16,8 GB	4,8 GB	–	–	–
2001	–	80 GB	40 GB	–	340 MB	–
2005	–	500 GB	120 GB	60 GB	8 GB	6 GB
2011	–	4.000 GB	1.500 GB	320 GB	–	–

Tab. 2: Beispiele der fortschreitenden Miniaturisierung von PC-Festplatten. Verkleinerung und gleichzeitige Erhöhung der Kapazität führt zu immer höheren Speicherdichten. Ein Zoll (1") entspricht 2,54 cm (siehe auch Tab. 15.1, S. 113).

A3 Auf dieses Microdrive aus dem Jahr 2005 passt bei einem Durchmesser von einem Zoll (2,54 cm) 1 GB Daten. Wie viele magnetisierbare Stellen müssen daher auf einem 1 mm² Platz haben?



Abb. 3 (Quelle: Wikipedia)

A4 Festplatten mit hoher Speicherdichte haben immer mehrere Datenscheiben (sogenannte Platter) übereinander, um bei gleichem Durchmesser ihre Kapazität zu erhöhen (Abb. 4). Nimm an, eine Festplatte hat eine Speicherdichte von 700 Gbit pro Quadratzoll bei einer Kapazität von 2 TB und einem Durchmesser von 2,5". Wie viele Platter besitzt sie daher voraussichtlich?



Abb. 4 (Foto: Hubert Berberich)

A5 In Abb. 5 siehst du die Informationen beim Kopieren von Daten auf eine Festplatte. Wie viele 1er und 0er werden in diesem Moment auf die Festplatte geschrieben?



Abb. 5 (Foto: Martin Apolin)

A6 Die Canon PowerShot SX40 nimmt 24 Bilder pro Sekunde bei einer Auflösung von 1920 mal 1080 Pixeln (Full HD) auf. Nimm an, dass ein Pixel eine Speicherkapazität von 1 Byte (= 8 Bit) benötigt. Wie viele 1er und 0er müssen aus dem CCD pro Sekunde bei den oben genannten Einstellungen ausgelesen werden?

Halbleiter und Halbleiterelemente

A7 Ordner die Leiterklassen Leiter, Halbleiter und Isolator Abb. 6 zu.

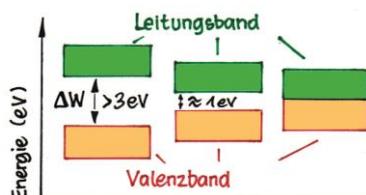


Abb. 6 (Grafik: Janosch Slama)

A8 a Was versteht man unter einem Elektronvolt?

A8 b Begründe mit Hilfe der Antwort auf A7 und der Formel $E_k = \frac{3}{2}kT$ den unterschiedlichen spezifischen Widerstand der drei verschiedenen Leitergruppen in Tab. 3. Es gilt $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$.

Material	spezifischer Widerstand [Ωm]	frei bewegliche Elektronen [m^{-3}]	
Kupfer	10^{-8}	10^{28}	Leiter
Aluminium	10^{-8}	10^{28}	
Stahl	10^{-7}	10^{28}	
dotiertes Silicium	10^{-1} bis 10^{-3}	10^{22}	Halbleiter
reines Germanium	1		
reines Silicium	10^2	10^{16}	
Glas	10^{12}		Nichtleiter
Porzellan	10^{12}		
Gummi	10^{13} bis 10^{15}		

Tab. 3: Größenordnungen des spezifischen Widerstands und der frei beweglichen Elektronen bei 20 °C (siehe auch Tab. 50.2, S. 114).

A8 c Um welchen Faktor kann man durch Dotieren von Silicium durch Arsen dessen Leitfähigkeit erhöhen? Verwende dazu Tab. 3. Erkläre mit Hilfe von Abb. 7 a und b, warum das funktioniert!

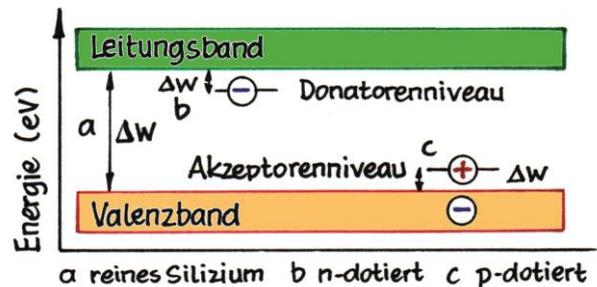


Abb. 7: a) Die Energielücke, die die Valenzelektronen des reinen Siliciums überwinden müssen ($\Delta W = 1,1 \text{ eV}$). b) Die zusätzlichen Elektronen des Arsens haben ein wesentlich höheres Energieniveau ($\Delta W = 0,05 \text{ eV}$). c) Die Valenzelektronen des Siliciums müssen nicht ins Valenzband gehoben werden, sondern nur auf das Niveau der Elektronenlöcher.

A9 a Eine Leuchtdiode (Light Emitting Diode, LED) ist eine in Durchlassrichtung gepolte Diode. An der Grenzschicht fallen die Elektronen in die Löcher (wie in Abb. 8 c, nächste Seite). Man spricht von Rekombination. Bei einer LED wird die Energie in Form eines Photons freigesetzt. Die Farbe einer LED wird von der Bandlücke bestimmt, wie viel Energie also frei wird, wenn die Elektronen wieder in die Löcher fallen.

Schätze mit Hilfe von Abb. 9 ab, wie groß die Bandlücke in eV sein muss, damit das Ergebnis rotes Licht bzw. blaues (violett)es Licht ist. Was zeigt übrigens Abbildung 9?

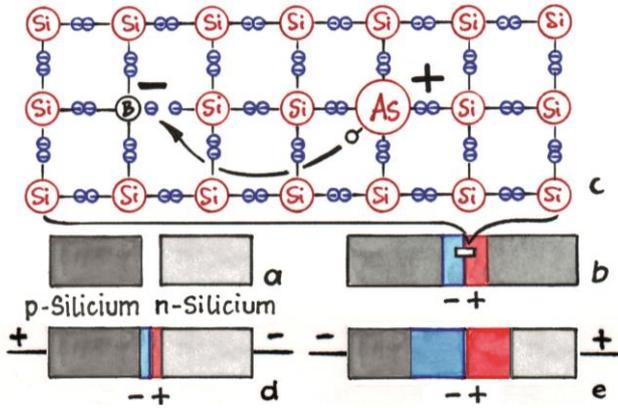


Abb. 8: a) Getrennte p- und n-Leiter. b) Halbleitertiode ohne angelegte Spannung; c) Vergrößerung von b; d) Polung in Durchlassrichtung; e) Polung in Sperrrichtung (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 50.17, S. 116).

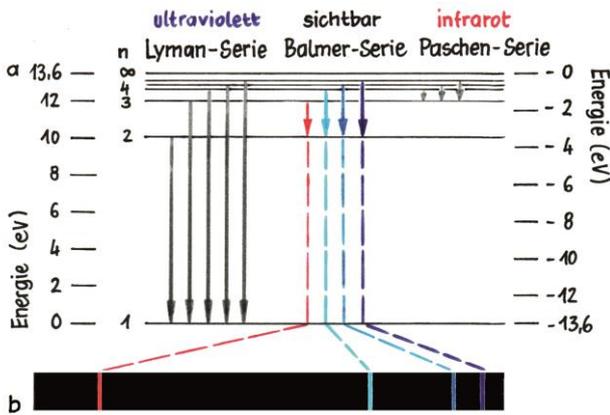


Abb. 9 zu A9 a (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 35.6, S. 80, BB7).

A9 b Wie groß muss die Bandlücke in einer LED minimal sein bzw. wie groß darf sie maximal sein, damit sichtbares Licht entsteht? Verwende die Gleichung $E = h \cdot f$, Tab. 4 und die Lösung zu A8 a. Das Planck'sche Wirkungsquantum h hat den Wert $6,63 \cdot 10^{-34}$ Js.

	relative Photonenenergie	Wellenlänge in 10^{-7} m	Frequenz 10^{14} Hz
rot	1–1,2	6,5–7,5	4,0–4,6
grün	1,3–1,5	4,9–5,8	5,2–6,1
blau	1,5–1,8	4,2–4,9	6,1–7,1
UV-A	1,9–2,3	3,2–4,0	7,5–9,38
UV-B	2,3–2,7	2,8–3,2	9,38–10,7

Tab. 4: Relative Photonenenergie von sichtbarem und ultraviolettem Licht (siehe auch Tab. 33.1, S. 58, BB7).

A10 Weißes Licht besteht ja aus allen Farben. Das kann man durch die Aufspaltung in einem Prisma sehr schön zeigen. Wie wird bei einem LED-Fernseher weißes Licht erzeugt? Hilf dir mit Abb. 10 und 11.



Abb. 10: Die einzelnen Farbpixel eines Monitors (Foto: David Craig, Quelle: Wikipedia).

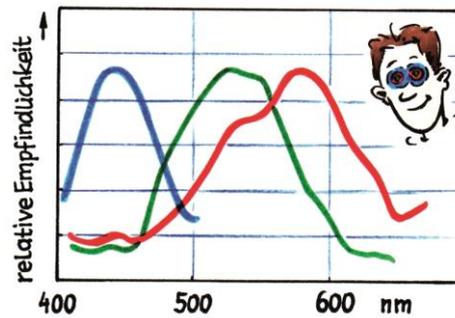


Abb. 11: Relative Empfindlichkeit der drei Typen von Zapfen auf der Netzhaut (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 29.13, S. 23, BB7).

A11 In Word kann man Farben benutzerdefiniert einstellen (Abb. 12). Dabei kann man den Farben Rot, Grün und Blau Werte von 0 bis 255 zuweisen. Wie viele Farben lasse sich damit in Summe darstellen? Wie groß ist die „Farbtiefe“ in Bit (siehe auch A12 und 13)? Diese gibt an, wie viele Bits man benötigt, um einen farbigen Pixel abzuspeichern.

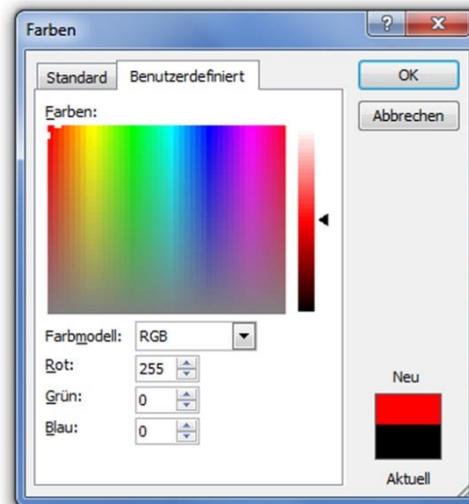


Abb. 12 zu A11 (Grafik: Martin Apolin)

Herstellung und Arbeitsweise eines ICs

A12 Wandle die Dezimalzahlen bis 16 in Binärzahlen um und vervollständige Tabelle 5. Bedenke, dass Binärzahlen nur aus 0 und 1 bestehen. Suche daher immer die nächstgrößere Zahl, die nur aus 0 und 1 besteht. Welche Regelmäßigkeit kannst du dabei erkennen? Warum ist das so?

dezimal	binär	dezimal	binär
0	0	9	
1	1	10	
2	10	11	
3		12	
4		13	
5		14	
6		15	
7		16	
8			

Tab. 5 zu A12

A13 a In Tabelle 6 siehst du eine achtstellige Binärzahl (ein Byte). In der Spalte darüber siehst du die dezimale Wertigkeit, die jede dieser Stellen besitzt (siehe A12). Die Binärzahl 100 ist dezimal z. B. 4. Man kann das auch so anschreiben: $100_2 = 4_{10}$. Das bedeutet, dass die 3. Stelle von hinten den dezimalen Wert 4 besitzt. Wandle die Binärzahl in Tab. 6 in eine Dezimalzahl um!

dez. Wertigkeit	128	64	32	16	8	4	2	1
Binärzahl	1	1	1	1	1	1	1	1

Tab. 6: Eine 8-stellige Binärzahl (2. Zeile) und die dezimale Wertigkeit der einzelnen Stellen.

A13 b Wandle nun auch die drei Binärzahlen in Tabelle 7 in Dezimalzahlen um. Vervollständige zuerst die erste Zeile und gehe dann vor wie bei A21 a. Kannst du vorhersagen, welche der Dezimalzahlen gerade und ungerade sein werden?

dez. Wertigkeit								
Binärzahl	1	0	1	0	1	0	1	0
	1	1	0	1	1	0	1	1
	1	1	1	0	1	1	1	0

Tab. 7 zu A13 b

A13 c Welche schnelle und elegante Methode gibt es, die Binärzahl in Tab. 6 in eine Dezimalzahl umzuwandeln, ohne dabei alle Zahlen zu addieren? Überlege dazu, wie die nächstgrößere Binärzahl aussieht.

A14 a Bei der logischen Operation x AND y ist das Ergebnis genau dann "wahr", wenn sowohl x als auch y "wahr" sind, und genau dann "falsch", wenn mindestens eine der beiden Aussagen x oder y "falsch" ist. Ersetze "wahr" durch den Wert 1 und "falsch" durch den Wert 0 und vervollständige Tab. 8.

x	y	x AND y

Tab. 8 zu A14 a

A14 b Die logische Operation x NAND y ist die Umkehrung der AND-Operation. Wo AND den Wert "wahr" liefert, ergibt NAND den Wert "falsch" und umgekehrt. Vervollständige Tab. 9.

x	y	x NAND y

Tab. 9 zu A14 a

A15 Die NAND-Operation ist für Computerchips eine der wichtigsten. Der Wert 0 entspricht einer Spannung von 0 V, der Wert 1 einer Spannung von 5 V (siehe Abb. 13). Vervollständige die Tabelle.

x	U_a	y	U_b	x NAND y	U_c
0	0 V	0	0 V		

Tab. 10

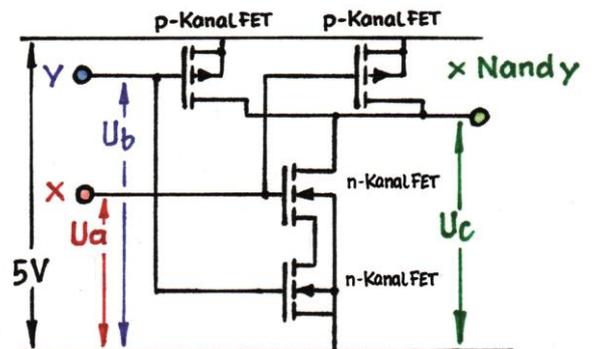


Abb. 13: Schaltplan für ein NAND-Gatter (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 50.27, S. 118).

A16 Ein Mikroprozessor ist nichts anderes als ein Haufen unheimlich vieler Schalter (Transistoren) mit unheimlich vielen Verbindungen. Wie kann ein Haufen von Schaltern "intelligent" sein?

A17 a Addiere die beiden Binärzahlen 11011011 und 10101010. Gehe dabei ähnlich vor, wie wenn du Dezimalzahlen addierst. Bei Dezimalzahlen würdest du z. B. sagen: 5 und 5 ist 10, 0 an, 1 weiter.

A17 b Überprüfe deine Addition, indem du die beiden Zahlen und das Ergebnis in Dezimalzahlen umwandelst.

A18 a Floating Point Operations Per Second (kurz FLOPS) ist ein Maß für die Leistungsfähigkeit von Prozessoren und bezeichnet die Anzahl der Gleitkommazahl-Operationen (Additionen oder Multiplikationen), die von ihnen pro Sekunde ausgeführt werden können. Ein Beispiel für eine Gleitkommazahl ist der exakte Wert der Lichtgeschwindigkeit, der bei $2,99792458 \cdot 10^8$ m/s liegt. Die FLOPS eines Rechners lassen sich mit folgender Formel berechnen: $FLOPS = (CPU\text{-Takt}) \cdot (\text{Anzahl der CPU-Kerne}) \cdot (CPU\text{-Instruktionen pro Takt})$. Der INTEL-Prozessor Core i7 Sandy Bridge hat eine Taktrate von 3,4 GHz, 4 Kerne und schafft 8 Instruktionen (also 8 Gleitkomma-Operationen) pro Taktzyklus. Wie viele GFLOPS (Giga-FLOPS) kann er maximal schaffen?

A18 b Der Supercomputer Sequoia (Abb. 14) in Lawrence Livermore National Laboratory in den USA war im Juni 2012 mit 16.324,75 Tera-FLOPS der leistungsstärkste Rechner der Welt. Er besteht aus 98.304 Prozessoren mit 16 Kernen mit einer Taktrate von 1,60 GHz, die parallel arbeiten. Wie schnell sind die einzelnen Prozessoren im Vergleich mit A18 a? Was folgt daraus? Wie viele Operationen pro Taktzyklus schafft ein einzelner Prozessor des Supercomputers?



Abb. 14: Ein Teil des Supercomputer Sequoia (Quelle: Wikipedia)

Nanotechnologie

A19 a In Abb. 15 siehst du links einen Würfel mit der Seitenlänge 1 m. Seine Oberfläche ist daher 6 m^2 und sein Volumen 1 m^3 . Diese Werte sind in der Tabelle eingetragen, wobei die Oberfläche auch relativ angegeben ist (wir definieren diese für unseren Ausgangswürfel mit 1), um sie mit den anderen Oberflächen besser vergleichen zu können. Was passiert nun, wenn die Seitenlänge verdoppelt, verdreifacht,... bzw. halbiert, gedrittelt,... wird? Wie verändern sich dadurch Oberflächen und Volumina? Trage diese in Tab. 11 ein.

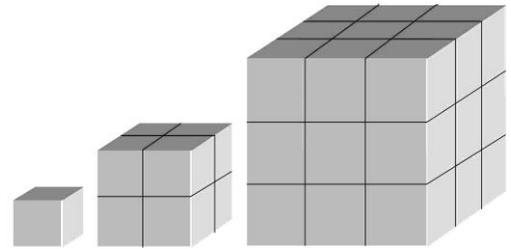


Abb.15: Wie verändern sich Volumen und Oberfläche eines Würfels, wenn sich die Seitenlänge verändert?

Seitenlänge [m]	Oberfläche [m ²]	rel. Oberfläche	Volumen [m ³]
1/4			
1/3			
1/2			
1	6	1	1
2			
3			
4			

Tab. 11 zu A19 a

A19 b Beschreibe in Worten, wie sich Volumen und Oberfläche bei einer Vergrößerung und Verkleinerung verhalten. Gilt dieser Zusammenhang nur für einen Würfel, oder ist das generell so? Versuche zu begründen!

A19 c Erstelle ein Diagramm, in dem du auf der x-Achse den Skalenfaktor von 0,1 bis 10 einträgst, um den du ein Objekt schrumpfst oder vergrößerst. Trage auf der y-Achse die relative Veränderung von Länge, Oberfläche und Volumen ein. Wähle eine doppelt logarithmische Darstellung, weil dann die Zusammenhänge am besten zu sehen sind. Diese Grafik soll die Zusammenhänge in Tab. 11 optisch unterstreichen.

A19 d Wovon hängt die Wärmeproduktion eines Lebewesens ab? Von Größe, Oberfläche oder Volumen? Wovon hängt der Wärmeverlust eines Lebewesens ab? Von Größe, Oberfläche oder Volumen? Was passiert mit der relativen Heizleistung (also der Heizleistung im Verhältnis zur Oberfläche), wenn ein Lebewesen vergrößert oder verkleinert wird?

A19 e Was haben die Zusammenhänge in A19 a bis d mit Nanotechnologie zu tun? Was würde mit dem Verhältnis Oberfläche/Volumen passieren, wenn du ein Objekt mit der Größe von 1 m um den Faktor 10^8 verkleinerst und somit in die Größenordnung der Nanotechnologie bringst? Was hätte das für einen Effekt?

A20 Die kleinsten nutzbaren Ströme in der Technik liegen in der Größenordnung von 10^{-13} A. Sie treten beim Rastertunnelmikroskop auf (Abb. 16 und 17). Eine winzige Metallspitze, nur ein paar Atome dick, wird etwa einen Milliardstel Meter (1 nm) an das Untersuchungsobjekt herangefahren. Dann wird Spannung angelegt. Durch den sogenannten Tunneleffekt, den man nur quantenmechanisch erklären kann (siehe Kap. 36.2, BB7), können Elektronen den Zwischenraum überwinden und erzeugen die oben genannten winzigen Ströme. Wie viele Elektronen fließen dabei pro Sekunde? Ein Elektron hat eine Ladung von $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

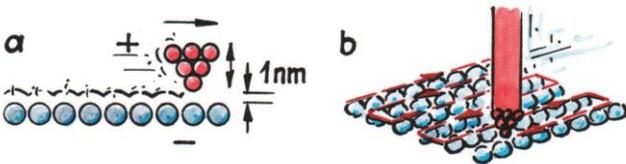


Abb. 16: Beim Rastertunnelmikroskop (RTM) wird eine Nadelspitze in gleichem Abstand über der Oberfläche gehalten (a) und rasterförmig (b) über die Probe bewegt (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 36.12, S. 90, BB7).



Abb. 17: Die Oberfläche von Kupfer, aufgenommen mit Hilfe eines Rastertunnelmikroskops. Die "Atomhügel" sind nur etwa 20 Picometer (pm) hoch (Quelle: Researchgroup Physics of Nanostructured Materials, Faculty of Physics, Vienna).

A21 In Abb. 18 siehst du Eisenatome auf einer Kupferunterlage (die Farben sind künstlerische Freiheit). Die Aufnahme

wurde mit Hilfe eines Rastertunnelmikroskops gemacht. Wie kommt es zu den eigenartigen Wellen innerhalb und außerhalb des „Stadions“, die ähnlich wie stehende Wellen im Wasser aussehen?

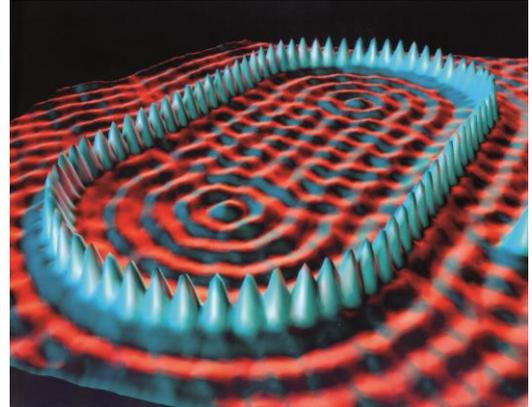


Abb. 18: Eisenatome auf einer Kupferunterlage. Die Aufnahme wurde mit Hilfe eines Rastertunnelmikroskops gemacht (© IBM Zürich Research Laboratory; siehe auch Abb. 36.13, S. 90, BB7).

A22 a Geckos können einige hundert Gramm schwer werden und dennoch an senkrechten Glasflächen laufen. Wie funktioniert diese hafttechnische Meisterleistung? Auf ihren Zehen (Abb. 19) befinden sich Myriaden feinsten Härchen, die nur etwa 200 nm breit sind. Sie bestehen aus



Abb. 19: die Zehen eines Geckos (Foto: Bjørn Christian Tørrissen; Quelle: Wikipedia)

Keratin, aus dem auch deine Haare und Nägel bestehen. Keratin ist ziemlich zäh, doch die unglaublich feine Verästelung macht die Härchen extrem anschmiegsam, und sie können sich an mikroskopische Unebenheiten anpassen. Sie kommen der Oberfläche dadurch so nahe, dass die Van-der-Waals-Kraft wirkt. Was versteht man darunter? Zu welcher der 4 Grundkräfte gehört diese Kraft? Hilf dir mit Abb. 20)!

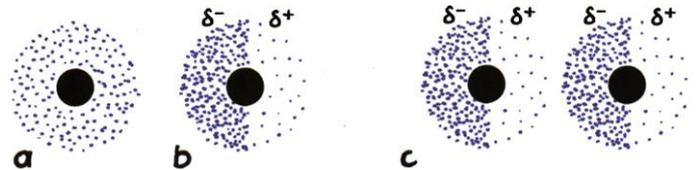


Abb. 20: Die Elektronen im Atomorbital sind im zeitlichen Mittel symmetrisch verteilt. Es können sich aber spontane und äußerst kurzlebige Asymmetrien bilden (b). Das Atom ist dann kurze Zeit ein schwacher Dipol. Befindet sich ein anderes Atom in der Nähe, wird dieses polarisiert.

A22 b Mit Hilfe eines Rasterkraftmikroskops konnte man im Jahr 2002 die Haftkraft eines einzelnen Härchens auf den Gecko-Zehen messen. Dazu klebten die Forscher dieses auf die Nadel und setzten es auf die Glasoberfläche. Die Kraft, mit der es sich wieder ablösen ließ, betrug unvorstellbar winzige 10 Nanonewton! Wie viele Härchen muss ein Gecko daher mindestens an den Zehen haben, damit er kopfüber an einer Glasdecke laufen kann? Hilf dir mit der Angabe zu A22 a!

A23 a Was versteht man unter dem Doppelspalt-Experiment? Welche Bedeutung hat es für die Quantenmechanik? Hilf dir mit Abb. 21 und 22!

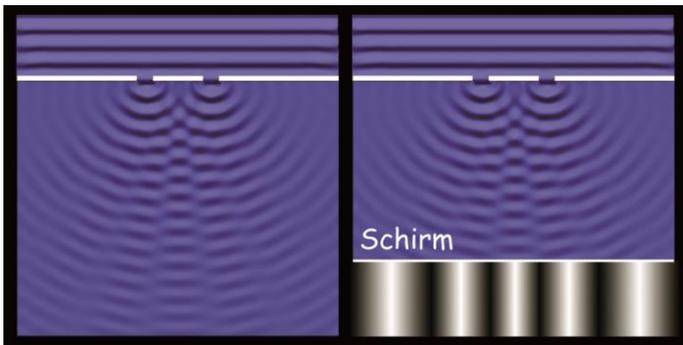


Abb. 21 (Grafik: Martin Apolin)

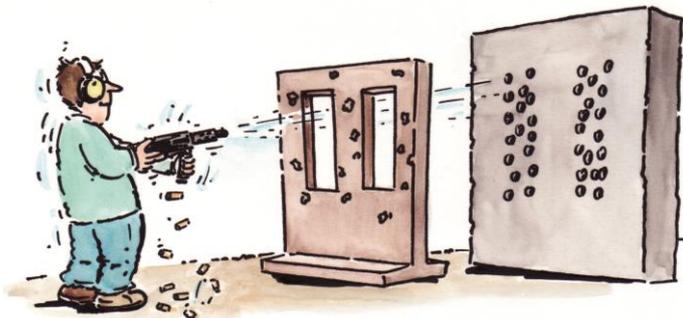


Abb. 22: Wenn du mit einem Maschinengewehr durch einen „Doppelspalt“ schießt, bekommst du dahinter zwei Streifen mit den Einschlagstellen der Geschosse (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 33.8, S. 55, BB7).

A23 b Im Jahr 1999 gelang es einer Forschergruppe in Wien, Buckyballs (C-60-Moleküle) zur Interferenz an einem Gitter zu bringen (Abb. 23). Was ist das Verblüffende daran? Sieh dir dazu auch Abb. 22 an!

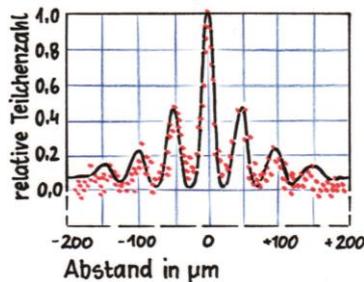


Abb. 23 (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 33.23, S. 60, BB7)

Hilfe zu A1 a: Bei gleichem Eintrittswinkel α und bei gleicher Brechzahl n_1 gilt $\sin \beta \sim 1/n_2$. Wasser hat eine größere Brechzahl als Luft (Tab. 1), daher ist die Brechkraft einer Lupe unter Wasser geringer, weil die Strahlen weniger abgelenkt werden. Auch die Brechkraft der Augen nimmt deshalb unter Wasser sehr stark ab, wodurch man weitsichtig wird und alles unscharf sieht.

Hilfe zu A1 b: Wenn du das Brechungsgesetz nach β umformst, erhältst du $\beta = \arcsin\left(\sin \alpha \frac{n_1}{n_2}\right)$. Wenn du für Wasser eine Brechzahl von 1,33 einsetzt, erhältst du ab einem Winkel von $48,75^\circ$ keine Werte mehr (siehe Abb. 24), weil der Arkussinus nur im Bereich von -90° bis $+90^\circ$ definiert ist. Was bedeutet das für den austretenden Lichtstrahl?

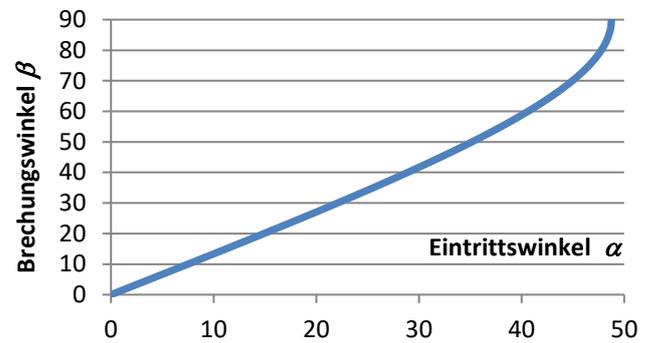


Abb. 24

In Abb. 25 siehst du, was passiert, wenn Licht auf ein optisch dünneres Medium trifft, also zum Beispiel aus dem Wasser in Luft gelangt. Je größer der Einfallswinkel, desto stärker der Knick. Bei einem bestimmten Grenzwinkel verläuft der gebrochene Strahl parallel zur Wasseroberfläche (4), und bei noch größerem Winkel wird alles reflektiert (5). Man spricht daher von Totalreflexion. Weil kein Lichtstrahl mehr austreten kann, gibt es auch keine Lichtbrechung mehr, und das bemerkt man auch im Brechungsgesetz.

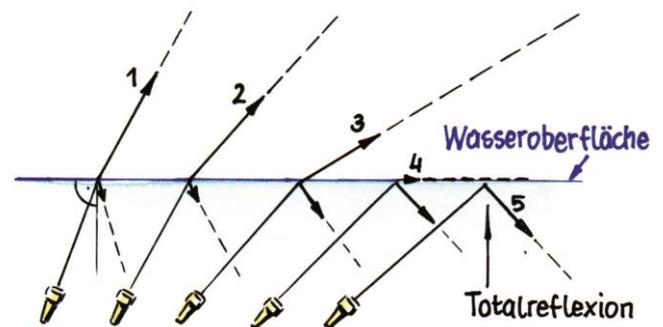


Abb. 25: Totalreflexion an der Wasseroberfläche. Der Grenzwinkel (bei 4) beträgt für Wasser $48,75^\circ$ (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 29.6, S. 21, BB7).

Hilfe zu A1 c: Beim Grenzwinkel ist der Winkel des gebrochenen Strahls zum Lot 90° (siehe Abb. 25/4) und $\sin\beta$ hat somit den Wert 1. In diesem Fall gilt $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \sin\alpha = \frac{n_2}{n_1}$ und daraus folgt $\alpha = \arcsin(n_2/n_1)$. Für Luft und Wasser erhält man den Winkel $48,75^\circ$, für Luft und Quarzglas $42,5^\circ$.

Hilfe zu A1 d: Wenn man flach von unten gegen die Wasseroberfläche blickt und der Winkel zum Lot größer als $48,75^\circ$ ist, verhält sich die Wasseroberfläche wie ein Spiegel.

Hilfe zu A2: 1981 lag die Speicherdichte bei 10 MB (= 10^7 B), im Jahr 2011 bei etwa 4000 GB ($4 \cdot 10^{12}$ B). Das entspricht einer Steigerung um den Faktor $4 \cdot 10^{12}/10^7 = 4 \cdot 10^5$. In 30 Jahren ist also die Speicherkapazität von Festplatten auf das 400.000fache gestiegen.

Hilfe zu A3: Das Microdrive hat einen Durchmesser von 1 Zoll (25,4 mm), und die Datenscheibe im Inneren hat daher eine Fläche von $A = r^2 \pi = (12,7 \text{ mm})^2 \cdot \pi = 507 \text{ mm}^2$. Auf die Platte passt 1 Gigabyte (10^9 Byte) Daten. 1 Byte besteht aus 8 Bit, also muss die Platte $8 \cdot 10^9$ magnetisierbare Stellen haben. Es müssen sich daher $8 \cdot 10^9/507 = 1,6 \cdot 10^7$ magnetisierbare Stellen pro mm^2 befinden.

Hilfe zu A4: 2 TB sind $2 \cdot 10^{12}$ Byte und entsprechen $16 \cdot 10^{12}$ Bit. Ein Platter hat einen Durchmesser von 2,5" und daher eine Fläche von $(1,25")^2 \cdot 3,14 \approx 4,9$ Quadratzoll. Bei 700 Gbit pro Quadratzoll passen daher auf einen Platter $4,9 \cdot 700 \text{ Gbit} = 3430 \text{ Gbit} \approx 3,4 \cdot 10^{12}$ Bit. Um $16 \cdot 10^{12}$ Bit unterzubringen, werden daher voraussichtlich 5 Datenscheiben in der Festplatte sein.

Hilfe zu A5: Die Datenübertragungsrate beträgt in diesem Moment 46,9 MB (Megabyte) pro Sekunde, also $46,9 \cdot 10^6 \text{ B/s}$. Ein Byte setzt sich aus acht 1ern und 0ern zusammen, also aus 8 Bit. Daher werden aktuell $8 \cdot 46,9 \cdot 10^6 \text{ B/s} = 3,75 \cdot 10^8 \text{ b/s}$ übertragen und somit auch 375 Millionen 1er und 0er geschrieben. Caramba!

Hilfe zu A6: Ein Bit entspricht der kleinsten Speichereinheit, also einem 1er oder einem 0er. Die Auflösung der Kamera liegt bei $1920 \cdot 1080 \approx 2 \cdot 10^6$ Pixel. Bei 24 Bildern pro Sekunde müssen also $24 \cdot 2 \cdot 10^6 = 4,8 \cdot 10^7$ Pixel ausgelesen werden. Weil jeder Pixel durch acht Bit repräsentiert ist, beträgt der Bitfluss somit $8 \cdot 4,8 \cdot 10^7 = 3,8 \cdot 10^8 \text{ Bit/s}$. Die Kamera muss also in der Lage sein, sagenhafte 380 Millionen 1er und 0er aus dem CCD auszulesen.

Hilfe zu A7:

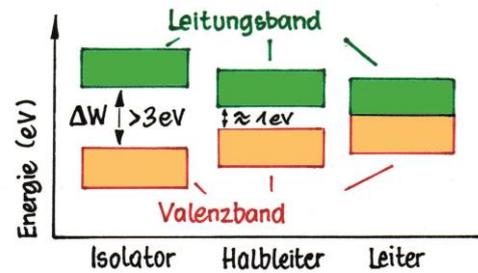


Abb. 26

Hilfe zu A8 a: Darunter versteht man die potenzielle Energie eines einzigen Elektrons, wenn dieses im Spannungsfeld von 1 V verschoben wird. Seine Energie beträgt dann $E_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \text{ V} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}$.

Hilfe zu A8 b: Für die mittlere thermische Energie von Gasteilchen gilt $E_k = 3kT/2$. Das gilt auch für frei bewegliche Elektronen, das Elektronengas. Bei Zimmertemperatur (293 K) haben diese $E_k = 1,5 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 293 \text{ J} = 6,1 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0,038 \text{ eV}$. Bei Leitern gibt es keine Bandlücke, deshalb genügt diese kinetische Energie, um die Elektronen ins Leitungsband zu heben. Bei Halbleitern ist die Bandlücke aber viel größer, deshalb gelangen nur ganz wenige Elektronen ins Leitungsband. Noch drastischer ist das natürlich bei den Nichtleitern.

Hilfe zu A8 c: Die Leitfähigkeit wird um den Faktor 10^3 bis 10^5 erhöht. Bei dotiertem Silizium liegt ΔW nur mehr bei 0,05 eV, also bereits im Bereich der thermischen Energie der Elektronen.

Hilfe zu A9 a: Abb. 9 zeigt einige mögliche Übergänge zwischen den Energieniveaus bei Wasserstoff und hat natürlich nichts mit LEDs zu tun. Sie stellt aber einen direkten Zusammenhang zwischen der Energie der entstehenden Photonen in eV und ihrer daraus resultierenden Farbe her. Rotes Licht wird etwa beim Übergang von rund 12 eV über dem Grundniveau auf 10 eV frei, und hat daher rund 2 eV. Deshalb muss die Bandlücke bei LEDs, die rotes Licht erzeugen, ebenfalls so groß sein. Violette Licht hat um die 3 eV.

Hilfe zu A9 b: Damit rotes Licht sichtbar ist, muss es eine Mindestfrequenz von $4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ besitzen. Aus $E = h \cdot f$ folgt daher eine Photonenenergie von $2,65 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ oder 1,66 eV. Damit blaues Licht noch sichtbar ist, darf es eine Maximalfrequenz von $7,1 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ besitzen. Daraus folgt eine Photonenenergie von knapp 3 eV. Die Bandlücke in LEDs, die sichtbares Licht aussenden, muss daher im Bereich von etwa 1,7 eV bis 3 eV liegen.

Hilfe zu A10: Wenn man weißes Licht aufspaltet, erhält man das Spektrum aller Farben. Das bedeutet natürlich umgekehrt, dass man beim Vereinigen dieser Farben wieder weiß bekommt. Aber man braucht nicht einmal das ganze Spektrum dazu, es genügen rot, grün und blau, damit wir den Eindruck von weißem Licht bekommen (Abb. 10). Das liegt daran, dass es in unserer Netzhaut für das Farbsehen drei Typen von Zäpfchen gibt, die jeweils auf eine dieser Farben reagieren (Abb. 11). Wenn an einer Stelle der Netzhaut alle drei Typen gereizt werden, dann empfindest du das als weiß. Unsere Augen werden also bei Fernseher und Monitor überlistet.

Hilfe zu A11: Jede Farbe kann 256 Werte aufweisen (0 bis 255). Daher kann man durch Mischung in Summe $256^3 \approx 16,7$ Millionen Farben darstellen. Wie viele Bit braucht man, um eine Zahl von 0 bis 255 darzustellen? Man benötigt dazu 8 Bit, weil die Binärzahl 11111111 dezimal 255 ergibt. Um daher einen Pixel zu speichern, der etwa 16,7 Millionen Farben haben kann, benötigt man eine Farbtiefe von $3 \cdot 8 \text{ Bit} = 24 \text{ Bit}$.

Hilfe zu A12: In Tab. 12 siehst du die Dezimalzahlen von 0 bis 16 und die dazugehörigen Binärzahlen. Welches Muster fällt auf? Immer wenn sich die Dezimalzahl verdoppelt (1, 2, 4, ...) kommt bei der Binärzahl hinten ein Nuller dazu. Warum ist das so? Überlege zuerst mit Dezimalzahlen. Wenn du hinten einen Nuller anhängst, verzehnfacht sich der Wert jedes Mal (dez. 1, 10, 100,...), weil es 10 verschiedene dezimale Ziffern gibt. Weil Binärzahlen aber nur den Wert 0 und 1 haben, verdoppelt sich der Wert der Zahl, wenn du einen Nuller anhängst.

dezimal	binär	dezimal	binär
0	0	9	1001
1	1	10	1010
2	10	11	1011
3	11	12	1100
4	100	13	1101
5	101	14	1110
6	110	15	1111
7	111	16	10000
8	1000		

Tab. 12 zu A12

Hilfe zu A13 a: Um diese Zahl umzuwandeln, musst du nur die dezimalen Wertigkeiten über den Stellen addieren. Nachdem in diesem Fall lauter Einser vorkommen, ist die

zugehörige Dezimalzahl $128+64+32+16+8+4+2+1 = 255$. Man kann also schreiben: $11111111_2 = 255_{10}$.

Hilfe zu A13 b: $10101010_2 = 170_{10}$; $11011011_2 = 219_{10}$; $11101110_2 = 238_{10}$. Die letzte binäre Stelle hat die Wertigkeit 1. Nur wenn diese „gesetzt“ ist, kann daher die dazugehörige Dezimalzahl ungerade sein, in unserem Fall also die mittlere.

Hilfe zu A13 c: Die nächstgrößere Zahl zu 11111111_2 ist 100000000_2 . Nachdem sich die Wertigkeit der Stellen immer verdoppelt, hat die erste Stelle einer 9-stelligen Binärzahl den dezimalen Wert 256. Weil die Zahl sonst lauter Nuller hat, gilt also $100000000_2 = 256_{10}$. 11111111_2 muss daher eins kleiner sein, also 255_{10} .

Hilfe zu A14 a:

x	y	x AND y
wahr	wahr	wahr
wahr	falsch	falsch
falsch	wahr	falsch
falsch	falsch	falsch

Tab. 13

bzw.

x	y	x AND y
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Tab. 14

Hilfe zu A14 b:

x	y	x NAND y
wahr	wahr	falsch
wahr	falsch	wahr
falsch	wahr	wahr
falsch	falsch	wahr

Tab. 15

bzw.

x	y	x NAND y
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

Tab. 16

Hilfe zu A15:

x	U_a	y	U_b	x NAND y	U_c
0	0 V	0	0 V	1	5 V
1	5 V	0	0 V	1	5 V
0	0 V	1	5 V	1	5 V
1	5 V	1	5 V	0	0 V

Tab. 17

Hilfe zu A16: Von einem NAND-Gatter allein hat man nicht viel. Bei ICs werden aber viele Gatter kombiniert, und damit kann man praktisch alles berechnen. NAND-Gatter (Abb. 13) sind daher Grundbausteine jedes ICs. Wenn man zum Beispiel 56 NAND-Gatter kombiniert, kann man damit zwei vierstellige Binärzahlen addieren. Durch Kombinieren von Schaltern lassen sich Rechenoperationen lösen. Je mehr Schalter, desto komplizierter können diese Operationen sein! Ein Computer ist aber nicht "intelligent", er macht nur

das, was Hard- und Softwareingenieure quasi vorherbestimmt haben.

Hilfe zu A17 a:

	1	1	0	1	1	0	1	1
	1	0	1	0	1	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	1	0
	1	1	0	0	0	0	1	0

In Worten von rechts beginnend:

- 0 und 1 ist 1, 1 an, 0 weiter
- 0 und 1 und 1 ist 10, 0 an, 1 weiter
- 1 und 0 und 0 ist 1, 1 an, 0 weiter
- 1 und 0 und 1 ist 10, 0 an, 1 weiter
- 1 und 1 und 0 ist 10, 0 an, 1 weiter
- 1 und 0 und 1 ist 10, 0 an, 1 weiter
- 1 und 1 und 1 ist 11.

Hilfe zu A17 b: $11011011_2 = 128_{10} + 64_{10} + 16_{10} + 8_{10} + 2_{10} + 1_{10} = 219_{10}$; $10101010_2 = 128_{10} + 32_{10} + 8_{10} + 2_{10} = 170_{10}$. In Summe macht das $219_{10} + 170_{10} = 389_{10}$. Das Ergebnis lautet $110000101_2 = 256_{10} + 128_{10} + 4_{10} + 1_{10} = 389_{10}$.

Hilfe zu A18 a: Es gilt $FLOPS = (CPU\text{-Takt}) \cdot (\text{Anzahl der CPU-Kerne}) \cdot (CPU\text{-Instruktionen pro Takt}) = 3,4 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot 4,8 = 108,8 \cdot 10^9 \text{ FLOPS} \approx 109 \text{ GFLOPS}$.

Hilfe zu A18 b: 16.324,75 TFLOPS entsprechen $16.324,75 \cdot 10^{12} \text{ FLOPS} \approx 1,6 \cdot 10^{16} \text{ FLOPS}$. Weil die Prozessoren parallel arbeiten, liefert daher jeder Prozessor etwa $1,6 \cdot 10^{16} \text{ FLOPS} / 98.304 \approx 1,62 \cdot 10^{11} \text{ FLOPS}$ oder 0,16 GFLOPS. Die einzelnen Prozessoren sind also nicht so leistungsfähig, es ist die Menge der Prozessoren, die den Supercomputer so schnell macht.

Wenn man die Gleichung $FLOPS = (CPU\text{-Takt}) \cdot (\text{Anzahl der CPU-Kerne}) \cdot (CPU\text{-Instruktionen pro Takt})$ umformt, erhält man $(CPU\text{-Instruktionen pro Takt}) = FLOPS / [(CPU\text{-Takt}) \cdot (\text{Anzahl der CPU-Kerne})]$ und daher in unserem Fall $1,62 \cdot 10^{11} / [1,6 \cdot 10^9 \text{ Hz} \cdot 16] \approx 6$. Die Prozessoren schaffen also 6 Instruktionen pro Taktzyklus.

Hilfe zu A19 a: In Tab. 18 siehst du, wie sich Oberfläche und Volumen bei Vergrößerung und Verkleinerung verhalten.

Seitenlänge [m]	Oberfläche [m ²]	rel. Oberfläche	Volumen [m ³]
1/4	6/16 = 0,375	1/16	1/64

1/3	6/9 = 0,67	1/9	1/27
1/2	6/4 = 1,5	1/4	1/8
1	6	1	1
2	24	4	8
3	54	9	27
4	96	16	64

Tab. 18

Hilfe zu A19 b: Die Oberfläche bzw. das Volumen wachsen und schrumpfen wesentlich rascher als die Seitenlänge. Das ist zunächst verblüffend, aber eigentlich ganz klar. Oberflächen haben immer die Größe L^2 . Deshalb führt die Veränderung der Länge zu einer quadratischen Veränderung der Fläche. Volumina haben immer die Größe L^3 . Deshalb führt die Veränderung der Länge zu einer kubischen Veränderung des Volumens. Oder kurz und mathematisch gesagt: $O \sim L^2$, $V \sim L^3$. Dieser Zusammenhang gilt nicht nur für Würfel, sondern für jedes beliebige Objekt. Warum? Weil in jeder noch so komplizierten Oberflächenformel das Quadrat einer Länge vorkommt. Wird diese Länge verdoppelt, vervierfacht sich die Oberfläche. Und mit dem Volumen passiert dasselbe in der dritten Potenz.

Hilfe zu A19 c:

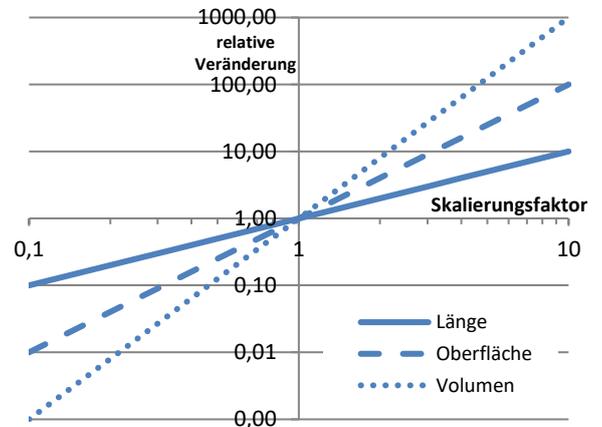


Abb. 27 (Grafik: Martin Apolin)

Hilfe zu A19 d: Die Wärmeproduktion ist eine Folge des Volumens und somit $\sim L^3$. Der Wärmeverlust hängt von der Oberfläche ab und ist $\sim L^2$. Die relative Wärmeproduktion, bezogen auf die Oberfläche, ist daher $\sim L^3 / L^2 \sim L$. Kleinere Lebewesen haben somit eine kleinere relative Wärmeproduktion als größere mit gleicher Form.

Hilfe zu A19 e: Eine Verkleinerung um den Faktor 10^8 (also auf eine Seitenlänge von 10^{-8} m) würde das Verhältnis von

Oberfläche zu Volumen um den Faktor 10^8 anheben (siehe Tab. 19). In der Nanotechnologie kann dieses hohe Oberflächen-Volumen-Verhältnis genutzt werden, weil Nanopartikel wesentlich besser chemisch und physikalisch mit der Umgebung wechselwirken.

Diese Eigenschaft ist für viele Anwendungen höchst attraktiv, etwa für Katalysatoren oder Sensoren auf Basis von Nanopartikeln.

Seitenlänge [m]	Oberfläche [m ²]	Volumen [m ³]	rel. Verhältnis O/V
1	6	1	6
0,1	0,06	0,001	60
10^{-8}	$6 \cdot 10^{-16}$	10^{-24}	$6 \cdot 10^8$

Tab. 19

Hilfe zu A20: Ein Elektron hat eine Ladung von $1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Der Fluss von einem Elektron pro Sekunde erzeugt daher $I = \Delta Q / \Delta t = 1,6 \cdot 10^{-19}$ A. Um 10^{-13} A zu erzeugen, braucht man daher $10^{-13} \text{ A} / 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A} = 6,25 \cdot 10^5$ Elektronen pro Sekunde, also weit mehr als eine halbe Million Elektronen. Das ist angesichts des geringen Stromflusses verblüffend viel.

Hilfe zu A21: Der Tunnelstrom „sieht“ nicht die Elektronen, sondern deren Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2$. Mit der RTM wird also aufgezeichnet, wo sich die Elektronen mit größerer oder kleinerer Wahrscheinlichkeit aufhalten. Die Elektronen haben Welleneigenschaften, und es können sich nur solche stehenden Wahrscheinlichkeitswellen ausbilden, die zu den Abmessungen des Objekts passen. Mit dem RTM kann man also die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2$ sichtbar machen, und diese sieht in diesem Fall wie Wasserwellen in einem ovalen Pool aus.

Hilfe zu A22 a: Die Van-der-Waals-Kraft kommt durch die spontanen Asymmetrien in den Atomorbitalen zu Stande. Sie ist eine elektrostatische (bzw. elektromagnetische) Kraft. Geckos kleben also elektrostatisch an der Wand!

Hilfe zu A22 b: Geckos können einige hundert Gramm schwer werden. Nehmen wir einen fetten Gecko mit 500 g (0,5 kg). Dieser wird mit einer Gewichtskraft von etwa 5 N nach unten gezogen. Diese Gewichtskraft muss durch die Summe der Van-der-Waals-Kräfte zwischen Zehen und Glasdecke ausgeglichen werden. 10 Nanonewton sind 10^{-8} N. In Summe muss der Gecko also mindestens $5 \text{ N} / 10^{-8} \text{ N} = 5 \cdot 10^8$ Härchen besitzen. Tatsächlich sind es sogar rund eine Milliarde Härchen.

Hilfe zu A23 a: Bei diesem Experiment, das erstmals von THOMAS YOUNG 1801 durchgeführt wurde, strahlt man einfarbiges Licht durch einen Doppelspalt. Um die Aussagekraft des Experiments zu verstehen, muss man sich zuerst überlegen, was das Licht hinter einem Doppelspalt macht, je nachdem, ob es sich wie ein Teilchen oder eine Welle verhält. Nehmen wir zunächst an, Licht verhält sich wie ein Schauer von Teilchen. Auf einem Schirm hinter dem Doppelspalt müssten dann zwei helle Streifen entstehen, von jedem Spalt einer, ähnlich wie das in Abb. 22 der Fall ist. Was würde passieren, wenn sich Licht wie eine Welle verhält? Hinter jedem der beiden Spalte gäbe es dann eine Kreiswelle (Abb. 21). Ihre Überlagerung würde zu Interferenzen führen, so dass sich an manchen Stellen das Licht verstärkt und an manchen komplett auslöscht. Und genau das konnte YOUNG mit seinem Doppelspalt-Experiment zeigen: viele helle Streifen. Die spätere Erklärung des Photoeffekts durch Einstein 1905 zeigt, dass Licht auch Teilcheneigenschaften besitzt. Diese beide Eigenschaften führen direkt zur Quantenmechanik.

Hilfe zu A23 b: Man würde sich eigentlich erwarten, dass die Buckyballs ähnlich wie Kügelchen wirken und daher hinter einem Doppelspalt nur zwei "Aufprallstreifen" entstehen (wie in Abb. 22). Das Experiment belegt aber eindrucksvoll, dass auch Buckyballs Welleneigenschaften aufweisen.