

Ich kann die Additions- und Multiplikationsregel auf Ereignisse anwenden, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

- A, B **1** Bei der Tombola am Feuerwehrfest gibt es an einem Abend insgesamt 200 Lose. Davon gewinnen 40 Lose einen Sachpreis. Die übrigen Lose sind Nieten, das heißt, man gewinnt nichts. Frau Müller ist die erste Person, die an diesem Abend Lose kauft. Sie kauft drei Lose und zieht diese „blind“ aus dem Lostopf.

a. Erstelle ein Baumdiagramm und berechne damit die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Müller einen Preis erhält.

b. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass Frau Müller mindestens einen Preis erhält.

- A, B **2** Bei einer mündlichen Prüfung werden jeder Person zwei Fragen aus einem Fragenkatalog gestellt. Ein Schüler schätzt, dass er etwa 85% aller Fragen richtig beantworten kann.

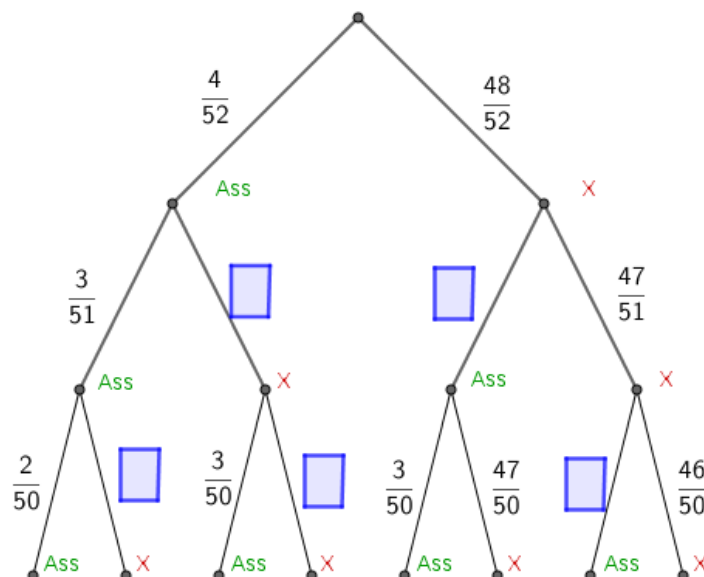
a. Erstelle ein Baumdiagramm und berechne damit die Wahrscheinlichkeit, dass der Schüler beide Fragen richtig beantwortet.

b. Ordne jedem Ereignis die passende Wahrscheinlichkeit zu.

Der Schüler beantwortet nur die erste Frage richtig.	
Der Schüler beantwortet mindestens eine Frage richtig.	

A	$P(E) = 0,1275$
B	$P(E) = 0,2550$
C	$P(E) = 0,8500$
D	$P(E) = 0,9775$

- A, B, C **3** In einem Kartenspiel mit 52 Karten gibt es 4 Asse. Es wird dreimal nacheinander eine Karte gezogen. Der Vorgang wird durch das folgende Baumdiagramm modelliert. Dabei bedeutet „X“, dass kein Ass, sondern eine andere Karte gezogen wird.



a. Gib an, ob die gezogenen Karten wieder in den Stapel zurückgelegt wurden oder nicht, und erkläre, woran man das im Baumdiagramm erkennt.

b. Ergänze die fehlenden Werte im Baumdiagramm.

c. Berechne mithilfe des Baumdiagramms die Wahrscheinlichkeit, dass man mindestens 2 Asse erhält.

d. Das Zurücklege-Verhalten wird geändert, das heißt, wenn zu Beginn (in Aufgabe a.) mit Zurücklegen, zieht man jetzt ohne Zurücklegen oder umgekehrt. Erstelle ein neues Baumdiagramm.

e. Ermittle mithilfe der beiden Baumdiagramme, in welchem Fall es wahrscheinlicher ist, 3 Asse zu ziehen.

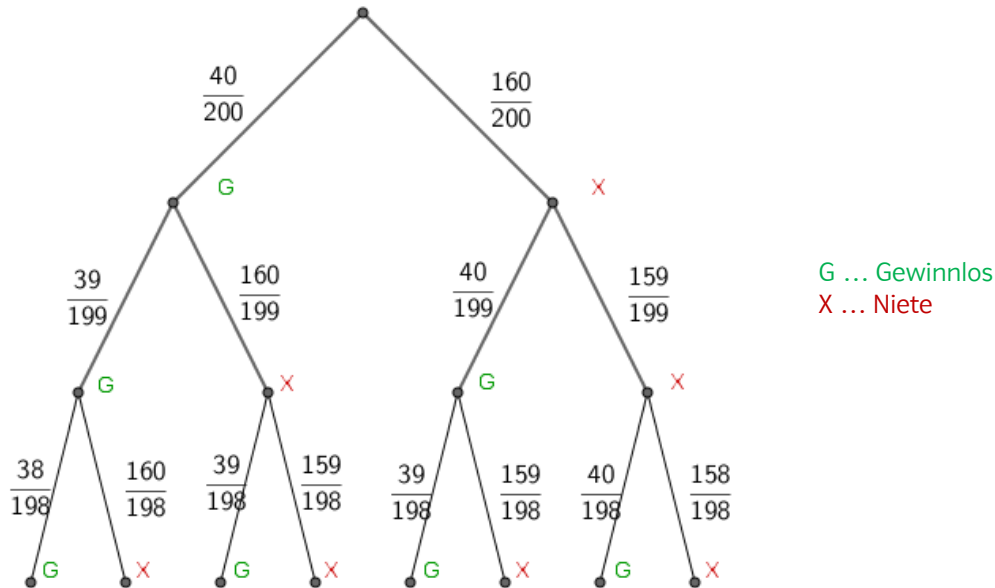
Ich kann die Additions- und Multiplikationsregel auf Ereignisse anwenden, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

- A, B **4** In einer Fachhochschule für Sozialwirtschaft und Soziale Arbeit werden für das Fach Kostenrechnung mehrere Übungsgruppen eingeteilt. Die Studierenden werden jeweils für eine Übungsgruppe eingeteilt. Die Übungsgruppen werden von drei verschiedenen Lehrveranstaltungsleitern- bzw. leiterinnen (LV-Leitern) abgehalten. LV-Leiterin A betreut zwei Übungsgruppen, LV-Leiter B betreut eine Übungsgruppe und LV-Leiterin C betreut drei Übungsgruppen.
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Studierender bzw. eine zufällig ausgewählte Studierende...
- ... in einer von LV-Leiterin A betreuten Gruppe ist.
 - ... in einer Gruppe ist, die von LV-Leiter B oder LV-Leiterin C betreut wird.
 - ... in einer Gruppe ist, die nicht von LV-Leiter B betreut wird.
- A, B **5** Bei der standardisierten Reife- und Diplomprüfung an den berufsbildenden höheren Schulen (BHS) haben 2017 österreichweit 99,3% aller Kandidaten und Kandidatinnen die Deutschprüfung positiv absolviert. 96,8%, aller Kandidaten und Kandidatinnen erreichten eine positive Note im Fach Englisch, 96,7% eine positive Note im Fach Mathematik.
- [Quelle: https://www.ots.at/presseaussendung/OTS_20170626_OTS0094/zentralmatura-mathematik-klausuren-deutlich-besser, Zugriff: 21.09.2017]
- Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kandidat bzw. eine zufällig ausgewählte Kandidatin aus diesem Jahrgang alle drei Fächer mit einer positiven Note abgeschlossen hat.
 - Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kandidat bzw. eine zufällig ausgewählte Kandidatin aus diesem Jahrgang Mathematik und Deutsch mit einer positiven, Englisch aber mit einer negativen Note abgeschlossen hat.
 - Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kandidat bzw. eine zufällig ausgewählte Kandidatin aus diesem Jahrgang in allen drei Fächern eine negative Beurteilung erhalten hat.
- A, B **6** Ein Museum ist durch zwei voneinander unabhängig funktionierende Alarmsysteme geschützt. Im Fall eines Einbruchs löst System 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 Alarm aus, System 2 mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,93. Ein Einbrecher versucht sich Zugang zum Museum zu verschaffen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ...
- ...beide Systeme Alarm auslösen.
 - ...kein System Alarm auslöst.
 - ...nur System 2 Alarm auslöst.
 - ...nur eines der beiden Systeme Alarm auslöst.
- A, B **7** Bei einer Wahl-Werbeveranstaltung werden Kugelschreiber verteilt. 52% der zu verteilenden Kugelschreiber wurden dabei von Hersteller A produziert, 35% von Hersteller B und die 13% von Hersteller C. Erfahrungsgemäß sind etwa 12% der von B produzierten Kugelschreiber defekt. A liefert etwa 10% defekte Kugelschreiber und C 16%.
- Veranschauliche den Sachverhalt mithilfe eines Baumdiagramms.
 - Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Kugelschreiber einwandfrei funktioniert.
 - Ein zufällig ausgewählter Kugelschreiber ist defekt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dieser von Hersteller B stammt.
 - Ein zufällig ausgewählter Kugelschreiber funktioniert einwandfrei. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass dieser von Hersteller A stammt.

Lösungen zu:

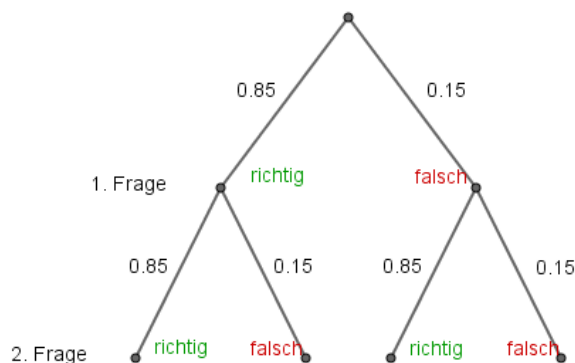
Ich kann die Additions- und Multiplikationsregel auf Ereignisse anwenden, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

1 a. $P(1 \text{ Preis}) = 0,387 \left[= \frac{40}{200} \cdot \frac{160}{199} \cdot \frac{159}{198} + \frac{160}{200} \cdot \frac{40}{199} \cdot \frac{159}{198} + \frac{160}{200} \cdot \frac{159}{199} \cdot \frac{40}{198} \right]$



b. $P(\text{min d. 1 Preis}) = 1 - P(\text{kein Preis}) = 1 - \frac{160}{200} \cdot \frac{159}{199} \cdot \frac{158}{198} \approx 0,490$

2 a. $P(2 \text{ richtig}) = 0,85 \cdot 0,85 = 0,7225$



b.

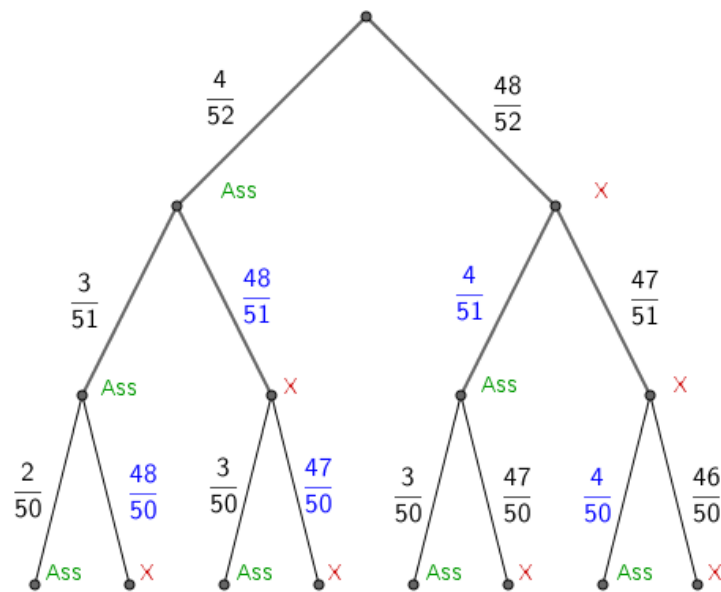
Der Schüler beantwortet nur die erste Frage richtig.	A
Der Schüler beantwortet mindestens eine Frage richtig.	D

3 a. Hier wurde ohne Zurücklegen der Karten gezogen. Man erkennt das daran, dass der Nenner der Brüche, der die Anzahl der noch vorhandenen Karten im Stapel entsprechen, bei jedem Zug kleiner werden.

b.

Lösungen zu:

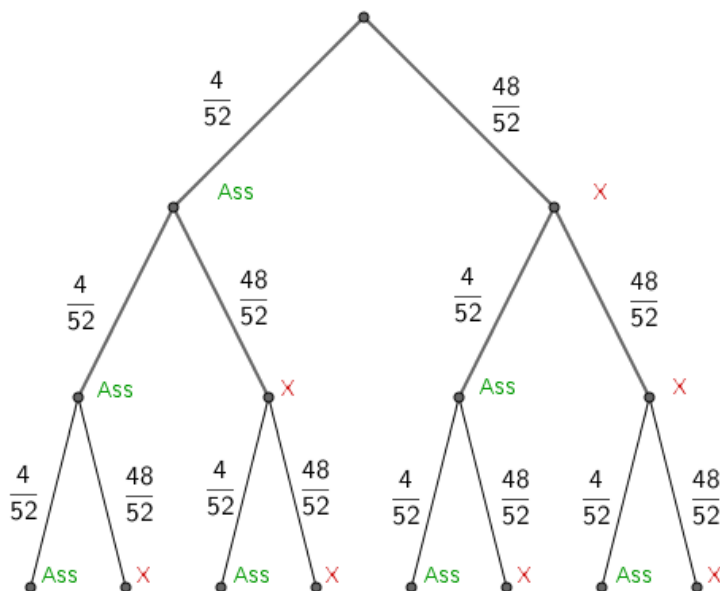
Ich kann die Additions- und Multiplikationsregel auf Ereignisse anwenden, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.



c. $P(\text{min d. 2 Asse}) = P(2 \text{ Asse}) + P(3 \text{ Asse}) = \frac{73}{5525} \approx 0,013$

$$\left[P(2 \text{ Asse}) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{48}{50} + \frac{4}{52} \cdot \frac{48}{51} \cdot \frac{3}{50} + \frac{48}{52} \cdot \frac{4}{51} \cdot \frac{3}{50} = \frac{72}{5525}; P(3 \text{ Asse}) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} = \frac{1}{5525} \right]$$

d. Baumdiagramm für Ziehen mit Zurücklegen:



e. Beim Ziehen **mit** Zurücklegen ist es wahrscheinlicher, 3 Asse zu ziehen. Begründung:

- Ziehen mit Zurücklegen: $P(3 \text{ Asse}) = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{52} = \frac{1}{2197} \approx 4,55 \cdot 10^{-4}$
- Ziehen ohne Zurücklegen: $P(3 \text{ Asse}) = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} \cdot \frac{2}{50} = \frac{1}{5525} \approx 1,81 \cdot 10^{-4}$

Lösungen zu:

Ich kann die Additions- und Multiplikationsregel auf Ereignisse anwenden, die Ergebnisse interpretieren und damit argumentieren.

4 a. $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b. $P(B \cup C) = \frac{2}{3}$ [$P(B) = \frac{1}{6}$, $P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$, da die Studierenden jeweils nur zu einer Übungsgruppe eingeteilt werden können.]

c. $P(\text{nicht } B) = \frac{5}{6}$ [$P(\text{nicht } B) = 1 - P(A \cup C) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$]

5 a. $P(E) \approx 0,930$ für $E = \text{„alle drei Fächer positiv“}$, [$P(E) = 0,993 \cdot 0,968 \cdot 0,967 = 0,92950 \dots$]

b. $P(E) \approx 0,031$ für $E = \text{„Deutsch positiv, Mathematik positiv, Englisch negativ“}$,
[$P(E) = 0,993 \cdot 0,967 \cdot 0,032 = 0,0307 \dots$]

c. $P(E) \approx 7,392 \cdot 10^{-6}$ für $E = \text{„alle drei Fächer negativ“}$, [$P(E) = 0,007 \cdot 0,032 \cdot 0,033 = 0,000\,007 \dots$]

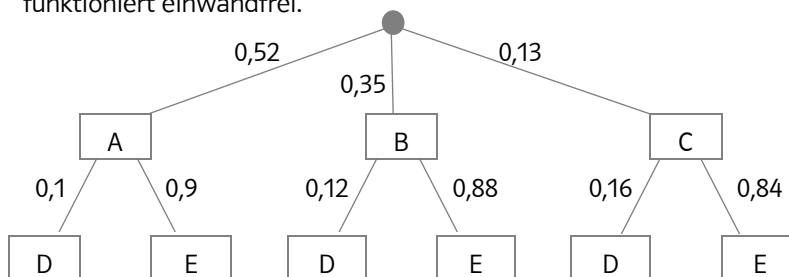
6 a. $E = \text{„beide Systeme lösen Alarm aus“}$, $P(E) = 0,93 \cdot 0,95 = 0,8835$.

b. $E = \text{„kein System löst Alarm aus“}$, $P(E) = 0,07 \cdot 0,05 = 0,0035$.

c. $E = \text{„nur System 2 löst Alarm aus“}$, $P(E) = 0,05 \cdot 0,93 = 0,0465$.

d. $E = \text{„entweder nur System 1 oder nur System 2 löst Alarm aus“}$, $P(E) = 0,95 \cdot 0,07 + 0,05 \cdot 0,93 = 0,1130$.

7 a. $D = \text{„Ein zufällig ausgewählter Kugelschreiber ist defekt.“}$, $E = \text{„Ein zufällig ausgewählter Kugelschreiber funktioniert einwandfrei.“}$



b. 0,8852

[Mithilfe der beiden Pfadregeln erhalten wir: $P(E) = 0,52 \cdot 0,9 + 0,35 \cdot 0,88 + 0,13 \cdot 0,84 = 0,8852$.]

c. $\approx 0,3659$

[Wir suchen die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(B|D)$: $P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0,35 \cdot 0,12}{0,1148} = 0,36585 \dots$ mit

$P(D) = 1 - P(E) = 1 - 0,8852 = 0,1148$.]

d. $\approx 0,5287$

[Wir suchen die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(A|E)$: $P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0,52 \cdot 0,9}{0,8852} = 0,52869 \dots$]