Ich kann den Begriff der Umkehrfunktion auf lineare Funktionen anwenden.

B, C **1** Ermittle rechnerisch die Umkehrfunktion und überprüfe, ob für alle Zahlen x gilt $f^{-1}(f(x)) = x$.

a. $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto 7x - 14$

b. $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto -0{,}2x - 1$

c. $i: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto -\frac{2}{9}x$

d. $j: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{2}{3}x + 1$

C **2** Ordne den beiden Funktionen f: ℝ → ℝ auf der linken Seite jeweils die passende Umkehrfunktion (**A**–**D**) zu.

$f(x) = 5x + 2$ ☐

$f(x) = -\frac{1}{5}x - 2$ ☐

A $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}x + 2$

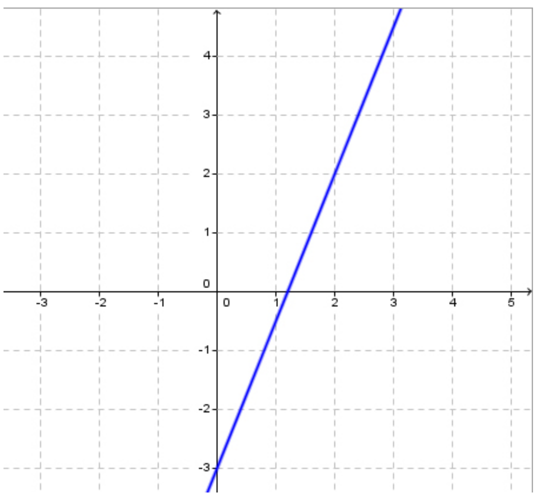
B $f^{-1}(x) = -5x - 10$

C $f^{-1}(x) = 5x + \frac{2}{5}$

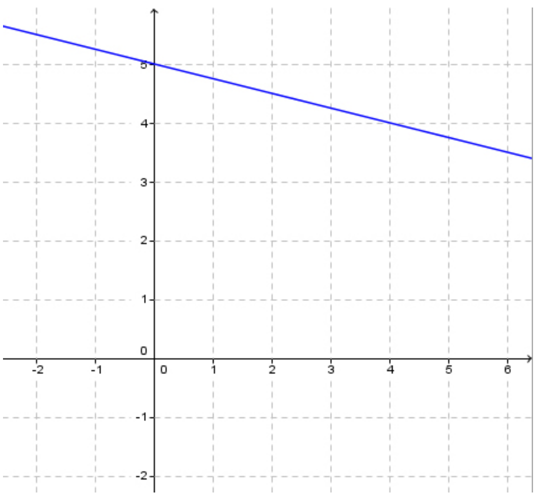
D $f^{-1}(x) = \frac{x-2}{5}$

B, C **3** Konstruiere den Graphen der Umkehrfunktion und gib die Koordinaten jener Punkte an, für die $f(x) = f^{-1}(x)$ gilt.

a.

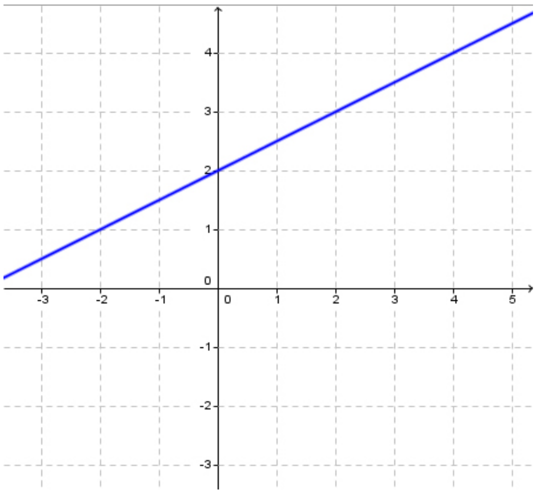


c.

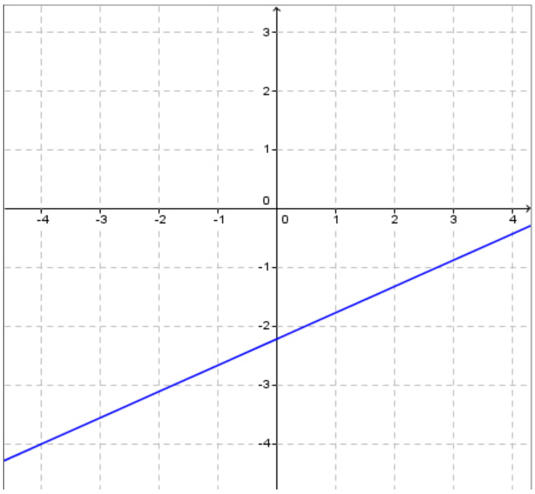


Ich kann den Begriff der Umkehrfunktion auf lineare Funktionen anwenden.

b.



d.



B **4** Ermittle rechnerisch jenen Punkt der linearen Funktion f mit $f(x) = 3x - 2$, für den $f(x) = f^{-1}(x)$ gilt.

A, B **5** Ein Foto-Geschäft verlangt für die Ausarbeitung digitaler Bilder eine Gebühr von 4,70 € pro Auftrag und pro Bild zusätzlich 0,35 €. Die Kosten für die Ausarbeitung von x Fotos können daher mit der linearen Funktion $K(x) = 4{,}70 + 0{,}25x$ berechnet werden.

a. Berechne, wie viele Bilder ausgearbeitet wurden, wenn ein Kunde 14,70 € bezahlt hat.
b. Beschreibe, wie die Umkehrfunktion bei der Lösung von Aufgabe **a.** eingesetzt werden kann.

A, B, C **6** Die Produktionskosten eines Produktes lassen sich in Abhängigkeit von der Stückmenge x durch die lineare Funktion K mit $K(x) = 0{,}8x + 50$ beschreiben.

a. Ermittle die Umkehrfunktion K^{-1} und gib einen passenden Definitionsbereich an.
b. Berechne $K^{-1}(562)$ und interpretiere das Ergebnis.

A, B, C **7** Der Restwert eines Fahrzeugs nach t Jahren beträgt $R(t) = -2100t + 16800$ $(0 \leq t \leq 8)$.

a. Ermittle die Umkehrfunktion R^{-1} und lege einen passenden Definitionsbereich fest.
b. Berechne $R^{-1}(6300)$ und interpretiere das Ergebnis.

A, B, C **8** Ein Unternehmen bietet jenen Angestellten, die im Verkauf tätig sind, ein Provisionsmodell an: Jede/r Angestellte erhält ein Fixgehalt von 1400 € und pro verkauftem Produkt zusätzlich 20 € Provision. Der Gesamtlohn lässt sich daher mit der linearen Funktion L mit $L(x) = 1400 + 20x$ beschreiben.

a. Ermittle die Umkehrfunktion L^{-1} und gib einen passenden Definitionsbereich an.
b. Beschreibe, was mit der Umkehrfunktion berechnet wird.
c. Berechne $L^{-1}(1640)$ und interpretiere das Ergebnis.

Lösungen zu:
Ich kann den Begriff der Umkehrfunktion auf lineare Funktionen anwenden.

1

a. $g^{-1}(x) = \frac{1}{7}x - 14$

$g^{-1}(g(x)) = \frac{1}{7} \cdot (7x - 14) + 2 = x$

b. $h^{-1}(x) = -5x - 5$

$h^{-1}(h(x)) = -5 \cdot (-0{,}2x - 1) - 5 = x$

c. $i^{-1}(x) = -\frac{9}{2}x$

$i^{-1}(i(x)) = -\frac{9}{2} \cdot \left(-\frac{2}{9}x\right) = x$

d. $j^{-1}(x) = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$

$j^{-1}(j(x)) = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}x + 1\right) - \frac{3}{2} = x$

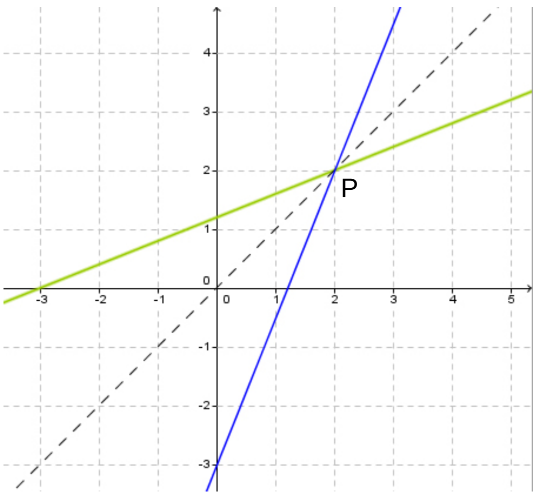
2

$f(x) = 5x + 2$ — D

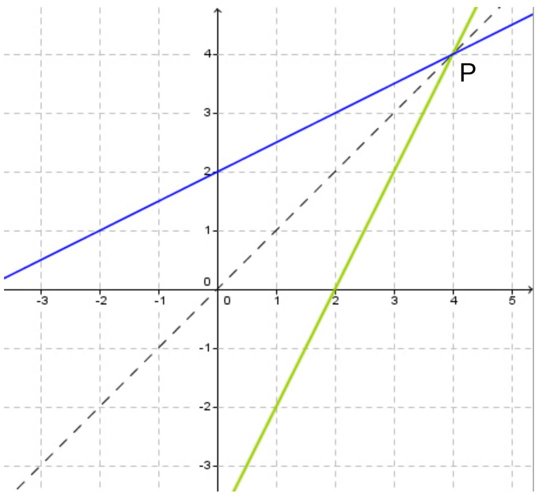
$f(x) = -\frac{1}{5}x - 2$ — B

3

a. $P = (2\,|\,2)$



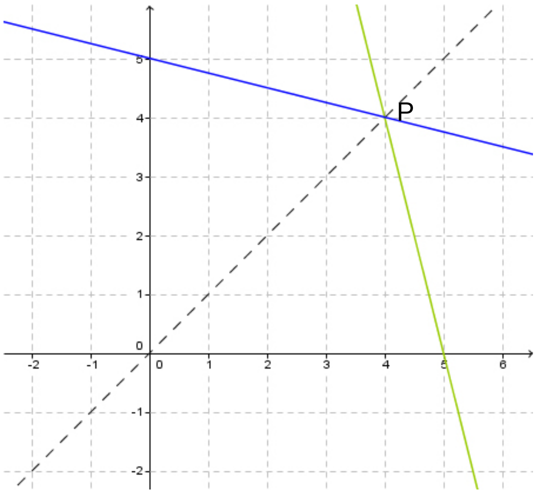
b. $P = (4\,|\,4)$



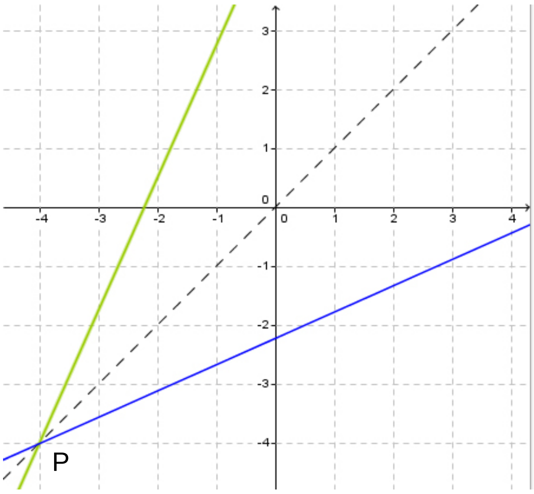
Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann den Begriff der Umkehrfunktion auf lineare Funktionen anwenden.

c. P = (4 |4)



d. P = (-4 |-4)



4 $f^{-1}(x)=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$; $f(x)=f^{-1}(x)$ $\Rightarrow$ $3x-2=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$ $\Rightarrow$ $P(1|1)$

5 a. 40 Bilder

b. Die Umkehrfunktion K^{-1} gibt für jeden Preis y an, wie viele Bilder ausgearbeitet wurden. D.h. um Aufgabe a. zu lösen, könnte man zunächst die Umkehrfunktion aufstellen und dann für $y = 14{,}70$ auswerten.

6 a. Umkehrfunktion: $K^{-1}(y)=1{,}25y-62{,}5$; Definitionsbereich: $50\le y$ (Erklärung: K^{-1} gibt die produzierte Stückzahl zu einem Preis y an. Die kleinstmöglichen Produktionskosten und daher der kleinstmögliche Wert für y sind die Fixkosten.)

b. $K^{-1}(562)=640$; Das heißt, bei Kosten in der Höhe von 562 € können 640 Stück des Produktes hergestellt werden.

7 a. Umkehrfunktion: $R^{-1}(x)=-\frac{1}{2100}x+8$; Definitionsbereich: $0\le x\le 16800$ (Erklärung: R^{-1} gibt das Alter des Fahrzeuges mit Restwert x an. Daher kann x nicht negativ sein. Wäre x größer als 16800, dann wäre das Alter des Fahrzeugs negativ und auch das ist nicht möglich.)

b. $R^{-1}(6300)=5$, das heißt, ein Fahrzeug mit Restwert von 6300 € ist 5 Jahre alt.

8 a. Umkehrfunktion: $L^{-1}(y)=\frac{1}{20}y-70$; Definitionsbereich: $1400\le y$ (Erklärung: L^{-1} gibt die Anzahl der verkauften Produkte bei einem Gehalt y an. Da das Fixgehalt 1400 € beträgt, ist der kleinste sinnvolle Wert für y 1400.)

b. Die Umkehrfunktion $L^{-1}(y)$ gibt die Anzahl der verkauften Produkte in Abhängigkeit von der Höhe des Gehalts y an.

c. $L^{-1}(1640)=12$, das heißt, ein/e Mitarbeiter/in, der/die 1640 € verdient, hat 12 Produkte in diesem Monat verkauft.

Autorin: Bettina Ponleitner