Lösung Beispiel 839.)

Um die Behauptung zu beweisen, nimmt man zwei Vektoren A, B $\in R^4$ und eine reelle Zahl r und formt die linke Seite r • (A + B) auf die rechte Seite r • A + r • B um:

Seien A = $(a_1|a_2|a_3|a_4)$ und B = $(b_1|b_2|b_3|b_4)$, dann gilt:

$$r \cdot (A+B) = r \cdot \left(\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \right) = r \cdot \begin{pmatrix} a_1+b_1 \\ a_2+b_2 \\ a_3+b_3 \\ a_4+b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot a_1+r \cdot b_1 \\ r \cdot a_2+r \cdot b_2 \\ r \cdot a_3+r \cdot b_3 \\ r \cdot a_4+r \cdot b_4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} r \cdot a_1 \\ r \cdot a_2 \\ r \cdot a_3 \\ r \cdot a_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r \cdot b_1 \\ r \cdot b_2 \\ r \cdot b_3 \\ r \cdot b_4 \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = r \cdot A + r \cdot B$$