3 VERTIEFUNG DER INTEGRALRECHNUNG

W 3.01 Was versteht man unter einer Integralfunktion?

W 3.02 Was sagt a) der erste, b) der zweite Hauptsatz der Integralrechnung aus?

W 3.03 Was versteht man unter einem unbestimmten Integral?

W 3.04 Wie hängen Differenzieren und Integrieren zusammen?

W 3.05 Wie lautet die Substitutionsregel?

W 3.06 Wie lautet die Regel zum partiellen Integrieren?

W 3.01 Die reelle Funktion f sei im Intervall M stetig und es sei $a \in M$. Unter der Integralfunktion von f bezüglich a versteht man die Funktion $I_a: M \to \mathbb{R} \mid x \mapsto \int_a^x f$.

W 3.02 Ist die reelle Funktion f im Intervall [a; b] stetig und ist F eine beliebige Stammfunktion von f, dann gilt: $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.
Ist die reelle Funktion f im Intervall [a; b] bzw [a; ∞) stetig, dann ist die Integralfunktion I_a eine Stammfunktion von f.

W 3.03 Ist F eine beliebige Stammfunktion von f, so setzt man $\int f = \int f(x)dx = F(x) + c$ (mit $c \in \mathbb{R}$) und bezeichnet das Symbol $\int f$ bzw. das Symbol $\int f(x)dx$ als unbestimmtes Integral von f, weil keine Grenzen angegeben sind. Im Gegensatz dazu wird ein Integral mit vorgegebenen Grenzen als bestimmtes Integral bezeichnet. Die Bildung des unbestimmten Integrals bezeichnet man wie beim bestimmten Integral als Integrieren.

W 3.04 Differenzieren ist die Umkehrung des Integrierens.
Integrieren ist die Umkehrung des Differenzierens (bis auf eine additive Konstante).

W 3.05 Sei f stetig, g differenzierbar mit stetiger Ableitung und $x = g(t)$. Dann gilt: $\int_a^b f(x)\,dx = \int_c^d f(g(t))\cdot g'(t)dt$ mit $a = g(c)$ und $b = g(d)$.

W 3.06 Sei f stetig, F eine Stammfunktion von f und g differenzierbar mit stetiger Ableitung, dann gilt:
$\int_a^b f(x)\cdot g(x)dx = F(x) \cdot g(x)\big|_a^b - \int_a^b F(x)\cdot g'(x)dx$