

Lösung Aufgabe 188:

Aussage A:

Mit dem gegebenen Ausdruck $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4)$ lässt sich der Flächeninhalt der grün markierten Fläche berechnen (Summe der Flächeninhalte der einzelnen Rechtecke mit der Breite 1). Mit dem Buchstaben A wird hingegen die Fläche bezeichnet, die der Graph der Funktion im Intervall $[0; 5]$ mit der x-Achse einschließt. Diese Fläche ist jedoch eindeutig größer, der gegebene Ausdruck ist nur ein Näherungswert dafür.

Die Aussage trifft nicht zu.

Aussage B:

Die Aussage ist falsch. Werden die Rechteckbreiten halbiert, so ergeben sich statt fünf zehn Rechtecke in $[0; 5]$. Mit zehn Rechtecken wird die Fläche unter dem Graphen der Funktion besser angenähert. Die Summe der Flächeninhalte der zehn Rechtecke ist also größer, wenn man die Rechteckbreiten halbiert.

Aussage C:

Die Aussage ist falsch. Verdoppelt man die Anzahl der Rechtecke, so wird der Flächeninhalt, den der Graph der Funktion im Intervall $[0; 5]$ mit der x-Achse einschließt, besser angenähert. Die Summe der Flächeninhalte der Rechtecke ist also sicherlich größer, jedoch nicht doppelt so groß, wie auch ein Blick auf die Graphik verdeutlicht.

Aussage D:

Diese Aussage trifft zu. Werden die Rechteckbreiten verkleinert, so ergibt sich eine größere Anzahl von Rechtecken in $[0; 5]$, die den Flächeninhalt, den der Graph der Funktion mit der x-Achse in diesem Intervall einschließt, besser annähern. Eine bessere Annäherung bedeutet in der Graphik kleinere „weiße Stellen“ zwischen den Rechtecken und dem Graphen der Funktion. Die Summe der Rechteckflächen wird also größer.

Aussage E:

Diese Aussage spielt auf die Definition des Integrals an und ist zutreffend. Werden die Rechteckbreiten im Intervall $[0; 5]$ kleiner, so wird der Flächeninhalt, den der Graph der Funktion mit der x-Achse einschließt, immer besser angenähert. Bildet man den Grenzwert dieser Summen von Flächeninhalten (d.h. lässt man die Rechteckbreiten gegen null gehen), dann erhält man den exakten Flächeninhalt zwischen dem Graphen der Funktion und der x-Achse in $[0; 5]$.

Lösung: D, E

