

Pauer | Scheirer-Weindorfer | Simon



Mathematik anwenden

HAK

3. und 4. Semester



Lösungen

Mathematik anwenden HAK 2, Lösungen

Schulbuchnummer: **170226**

Die Aufnahme in den Anhang zur Schulbuchliste für Handelsakademien für den II. Jahrgang im Unterrichtsgegenstand Mathematik und angewandte Mathematik wurde vom Bundesministerium für Bildung und Frauen mit GZ BMBF-5.018/0030-B/8/2014 vom 5. September 2014 empfohlen.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie bekommen dieses Schulbuch von der Republik Österreich für Ihre Ausbildung.
Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Kopierverbot

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch aus diesem Buch verboten ist – § 42 Abs. 6 Urheberrechtsgesetz: „Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

Umschlagbild: iStockphoto – thinkstock.de

Technische Zeichnungen: Paulo Tosold, Wien; Reinhard Wolfmayr, Wien

1. Auflage (Druck 0001)

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2015

www.oebv.at

Alle Rechte vorbehalten.

Jede Art der Vervielfältigung, auch auszugsweise, gesetzlich verboten.

Redaktion: Carolina Hüttinger, Wien

Lektorat: Michaela Lackner, Salzburg

Herstellung: Thomas Schimpf, Wien

Umschlaggestaltung: Petra Michel, Essen

Layout: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Satz: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig

Druck: Passavia Druckservice GmbH & Co.KG, Passau

ISBN 978-3-209-08078-3



Mathematik anwenden

HAK

Lösungen



Franz Pauer
Martina Scheirer-Weindorfer
Andreas Simon

Mit einer Online-Ergänzung auf www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

1	Potenzen	5
1.1	Potenzen und Wurzeln	5
1.2	Formeln umformen	7
	Zusammenfassende Aufgaben	8
2	Lineare Gleichungssysteme	9
2.1	Lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten	9
2.2	Modellieren mit linearen Gleichungssystemen	10
2.3	Lineare Gleichungssysteme mit mehreren Unbekannten	11
2.4	Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten	12
	Zusammenfassende Aufgaben	17
3	Matrizenrechnung	19
3.1	Rechnen mit Zeilen und Spalten	19
3.2	Matrizen	21
3.3	Rechnen mit Matrizen	22
3.4	Lineare Gleichungssysteme in Matrizenform	27
	Zusammenfassende Aufgaben	29
4	Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	33
4.1	Quadratische Gleichungen	33
4.2	Quadratische Funktionen	34
4.3	Modellieren mit quadratischen Funktionen	40
4.4	Polynomfunktionen	43
	Zusammenfassende Aufgaben	46
5	Winkelfunktionen	49
5.1	Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck	49
5.2	Die Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion	54
5.3	Dreiecke und Vermessungsaufgaben	55
	Zusammenfassende Aufgaben	57

Hinweise zum Gebrauch des Lösungshefts:

- Das Lösungsheft ist zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben gedacht. Arbeite deshalb ehrlich, löse jede Aufgabe selbstständig und kontrolliere erst dann die Ergebnisse.
- Zu den Aufgaben, die im Schulbuch mit dem Technologiesymbol gekennzeichnet sind, stehen Dateien auf Mathematik anwenden HAK-Online zur Verfügung, die zeigen, wie eine mögliche Lösung aussehen kann. Online-Codes im Lösungsheft führen direkt zu diesen Dateien.



ggb GeoGebra



xls Excel



tns TI Nspire

- Die Figuren im Lösungsheft sind meist verkleinert dargestellt, sodass aus ihnen keine Längen entnommen werden können.
- Das Lösungsheft wurde mit großer Sorgfalt erstellt. Sollten trotzdem Fehler passiert sein, so bitten wir, dies dem Verlag (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, E-Mail: bbs@oebv.at) mitzuteilen. Wünsche und Anregungen werden ebenfalls gerne entgegengenommen.

1 Potenzen

1.1 Potenzen und Wurzeln

1 a. 2^9 b. 3^9 c. 5^8 d. 4^{25}

2 a. x^7 b. a^{13} c. x^{15} d. a^{20}

3 a. **C** b. **A, D**

4 a. b^2 b. x^5 c. a^2 d. x^{-1}

5 a. a^{-3} b. b^{-5} c. c^{-1} d. d^{-4}

6 a. $\frac{1}{x^3y^5}$ b. $\frac{a^3}{b^2c^4}$ c. $\frac{y^3b^3}{xz^4ac^2}$ d. $\frac{a^2xz^3b}{c^3y^4}$

8 a. $\frac{y^{21}}{x^6}$ b. $\frac{y^6}{x^{14}}$ c. $\frac{yz^5}{x^4}$ d. $\frac{c^{21}}{a^9b^6}$

9 a. $\frac{1}{a^3b^9}$ b. $\frac{x^{18}}{y^{22}}$ c. $\frac{y^{15}z^{27}}{x^{19}}$ d. $\frac{c^{16}}{a^{23}b^8}$

10 Die Rechnung wurde nicht richtig durchgeführt. Richtig ist:

$$\left(\frac{a^2b^2}{a^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{ab^2}{a^{-1}b^3}\right)^2 = (a^4b^3)^{-2} \cdot (a^2b^{-1})^2 = a^{-8}b^{-6} \cdot a^4b^{-2} = a^{-4} \cdot b^{-8}$$

11 Die Rechnung wurde richtig durchgeführt. Alle Rechengesetze wurden richtig angewandt.

12 $a^n \cdot a^{-n} = a^{n-n} = a^0 = 1$

13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

14 a. $\sqrt{5}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 5 ist. c. $\sqrt{158}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 158 ist.

b. $\sqrt{73}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 73 ist. d. $\sqrt{\pi}$ ist eine Zahl, deren Quadrat π ist.

16 a. 12 b. $\frac{6}{7}$ c. $\frac{15}{13}$ d. $\frac{13}{15}$ e. $\frac{1}{4}$ f. 0,1 g. 0,02

17 Benutze die Formel $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$:

a. richtig, $7 - 8 = -1$

b. falsch, $13 - 4 = 9$, 165 hätten wir als Produkt von $(13 + 2)(13 - 2)$ erhalten

18 a. Es gibt mehrere Möglichkeiten für die Begründung. Eine davon ist: $\sqrt{5}$ ist größer als 2, $\sqrt{11}$ ist größer als 3, also muss die Summe größer als 5 sein und kann daher nicht 4 sein.

b. $\sqrt{7}$ ist größer als 2. Der Fehler wurde bei $\sqrt{9-2} = \sqrt{9} - 2$ gemacht.

19 a. $a = 14, b = -4$ $[(\sqrt{10} - 2)^2 = 10 - 4\sqrt{10} + 4 = 14 - 4\sqrt{10} \Rightarrow a = 14, b = -4]$

b. $a = 31, b = 13$ c. $a = \frac{21}{4}, b = \frac{1}{2}$ d. $a = \frac{9}{2}, b = 2$

20 a. 13,3544... b. 2,64575... c. 0,08888... d. 0,00001

22 a. $x^4\sqrt{x}$ b. $a^2b^2\sqrt{a}$ c. $a^4b^5c^7\sqrt{bc}$ d. $3a^2b^4\sqrt{ab}$ e. $9408\sqrt{3}$ f. $2\sqrt{6}$

23 a. $3 \cdot \sqrt{7}$ b. $4 \cdot \sqrt{3}$ c. $5 \cdot \sqrt{5}$ d. $\frac{11}{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$ e. $\frac{3}{4} \cdot \sqrt{\frac{11}{2}}$ f. $\frac{3}{5} \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$

24 a. $c = 135$ b. $c = \frac{48}{5}$

26 a. $\sqrt[3]{4}$ ist eine Zahl, deren dritte Potenz gleich 4 ist.

b. $\sqrt[4]{31}$ ist eine Zahl, deren vierte Potenz gleich 31 ist.

c. $\sqrt[7]{9}$ ist eine Zahl, deren siebte Potenz gleich 9 ist.

d. $\sqrt[5]{112}$ ist eine Zahl, deren fünfte Potenz gleich 112 ist.

- 27 a. 5 b. $\frac{1}{3}$ c. 25 d. $\frac{3}{5}$ e. $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$
- 28 a. $(\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{15} + \sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{9}) = \sqrt[3]{75} + \sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{45} - \sqrt[3]{45} - \sqrt[3]{75} - \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{27} = 5 - 3 = 2$
 b. $(\sqrt[3]{7} - 1)(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} + 1) = \sqrt[3]{343} + \sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{7} - 1 = \sqrt[3]{343} - 1 = 7 - 1 = 6$
- 29 a. 2,37251... b. 1,91293... c. 0,37977... d. 0,003162...
- 30 Die Rechnung ist falsch, weil $\sqrt[3]{27+8} = \sqrt[3]{35} \neq 5$ ist.
- 31 a. $a = 9, b = -6, c = 1$ b. $a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 1$ c. $a = 3, b = -\frac{34}{3}, c = 2$
- 33 a. $5 \cdot \sqrt{5}$ b. $7^2 \cdot \sqrt{7}$ c. $2 \cdot \sqrt[3]{2}$ d. $3^2 \cdot \sqrt[5]{3^4}$
- 34 a. $63 \cdot \sqrt[4]{28}$ b. $\frac{15}{2} \cdot \sqrt[3]{45}$
- 35 a. $a \cdot b \cdot \sqrt[3]{b}$ b. $c \cdot \sqrt[3]{c \cdot d^2}$ c. $b \cdot c \cdot \sqrt[4]{a^3 \cdot c}$ d. $d \cdot e \cdot \sqrt[5]{c^4 \cdot d}$
- 36 a. $2 \cdot \sqrt[3]{9}$ b. $4 \cdot \sqrt[3]{10}$ c. $4 \cdot \sqrt[3]{9}$ d. $5 \cdot \sqrt[4]{2}$
- 38 a. $\sqrt[3]{250}$ b. $\sqrt[4]{96}$ c. $\sqrt[5]{a^{22}b^{16}}$ d. $\sqrt[6]{64x^{19}y^{33}}$
- 39 a. $c = \frac{3}{4}$ b. $c = \frac{125}{14}$ c. $c = \frac{12}{5}$ d. $c = \frac{245}{18}$
- 41 a. $3^{\frac{1}{2}}$ c. $17^{\frac{1}{3}}$ e. $8^{\frac{1}{5}} = 2^{\frac{3}{5}}$ g. $35^{\frac{1}{4}}$
 b. $2^{\frac{2}{3}}$ d. $5^{\frac{2}{3}}$ f. $7^{\frac{3}{4}}$ h. $15^{\frac{2}{6}} = 15^{\frac{1}{3}}$
- 42 a. $3^{-\frac{1}{2}}$ b. $2^{-\frac{2}{3}}$ c. $5^{-\frac{4}{5}}$ d. $11^{-\frac{3}{7}}$
- 43 a. $a^{\frac{1}{2}}$ b. $b^{\frac{1}{3}}$ c. $c^{\frac{2}{4}} = c^{\frac{1}{2}}$ d. $d^{\frac{3}{5}}$
- 44 a. $a^{-\frac{1}{2}}$ b. $b^{-\frac{3}{4}}$ c. $c^{-\frac{2}{5}}$ d. $d^{-\frac{5}{6}}$
- 46 a. $\sqrt{2}$ b. $\sqrt[5]{6^3}$ c. $\sqrt[3]{17^2}$ d. $\sqrt[5]{125^4} = \sqrt[5]{5^{12}}$
- 47 a. $\sqrt[4]{5^{-1}}$ b. $\sqrt[7]{8^{-5}}$ c. $\sqrt[4]{3^{-1}}$ d. $\sqrt[8]{6^{-3}}$
- 48 a. $\sqrt[4]{a}$ c. $\sqrt[9]{c^7}$ e. $\sqrt[6]{e^{-5}}$ g. $\sqrt[4]{g^{-3}}$
 b. $\sqrt[3]{b^{-1}}$ d. $\sqrt[5]{d^{-1}}$ f. $\sqrt[9]{f^2}$ h. $\sqrt[11]{h^3}$
- 50 a. $\sqrt[4]{5^3}$ b. $\sqrt[60]{3^{-1}}$ c. $\sqrt[12]{4^{-19}}$ d. $\sqrt[9]{7^7}$
- 51 a. $\sqrt[20]{w^9}$ b. $\sqrt[2]{x^{-1}}$ c. $\sqrt[12]{y^1}$ d. $\sqrt[12]{z^{13}}$
- 52 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 53 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 54 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 55 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 56 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 57 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 58 Siehe Schulbuch Seite 181.



1.2 Formeln umformen

- 60 a. $a = \sqrt{\frac{V}{b}} = \left(\frac{V}{b}\right)^{\frac{1}{2}}$ c. $v = \sqrt{\frac{E}{m}} = \left(\frac{E}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$ e. $a = \sqrt[3]{\frac{m}{r}} = \left(\frac{m}{r}\right)^{\frac{1}{3}}$ g. $L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 \cdot C}$
- b. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \left(\frac{V}{\pi h}\right)^{\frac{1}{2}}$ d. $s = \sqrt{\frac{m \cdot g}{p}} = \left(\frac{m \cdot g}{p}\right)^{\frac{1}{2}}$ f. $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \left(\frac{3V}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$ h. $p = m \cdot c \cdot \sqrt{v^2 - 1}$
- 62 $a = \sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}}$
- 63 $a = \sqrt[3]{\frac{12V}{\sqrt{2}}}$
- 64 $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$
- 66 a. $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$
 b. Wird h verdoppelt, dann ist $r_{\text{neu}} = \sqrt{\frac{V}{\pi 2h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot r$. Der Radius wird also kleiner, und zwar um den Faktor $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
 c. Wird das Volumen halbiert, dann ist $r_{\text{neu}} = \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot r$. Der Radius wird also kleiner, und zwar um den Faktor $\sqrt{\frac{1}{2}}$.
- 67 $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$
 Wird V halbiert, dann ist $r_{\text{neu}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot \frac{V}{2}}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} \cdot r$. Der Radius muss also mit dem Faktor $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ multipliziert werden.
- 69 a. $a = \sqrt{\frac{3V}{h}}$ b. 10 m c. um 20%
- 70 a. $r = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{\pi \cdot h}}$
 b. Der Radius ändert sich um den Faktor 1,414, er wird also um 41,4 % größer.
 c. Der Radius ändert sich um den Faktor 0,5, er wird also genau halb so groß.
- 71 um 22,47%
- 72 um 25,99%
- 73 um 29,29%
- 74 I. Das gesamte Glas hat ein Volumen von $113,1 \text{ cm}^3$, bei einer Füllhöhe von 9 cm befinden sich $47,7 \text{ cm}^3$ Sekt in dem Glas. Das Volumen beider Gläser zusammen ist $95,4 \text{ cm}^3$ und hat damit in dem Glas Platz.
 II. In einem Glas befinden sich $47,7 \text{ cm}^3$. Verdoppelt man dieses Volumen, erhält man $95,4 \text{ cm}^3$. Die entsprechende Füllhöhe im Glas ist 11,3 cm und ist daher kleiner als die Gesamthöhe 12 cm.
- 75 a. $Q = \sqrt{\frac{2Bx}{e \cdot i}}$
 b. Da i im Nenner steht, wird $\frac{2Bx}{e \cdot i}$ bei Vergrößerung von i kleiner und daher auch $\sqrt{\frac{2Bx}{e \cdot i}}$. Wird i um 10 % größer, sinkt die Bestellmenge auf 95,35 %, also um 4,65 %.
 c. Da e im Nenner steht, wird $\frac{2Bx}{e \cdot i}$ bei Vergrößerung von e kleiner und daher auch $\sqrt{\frac{2Bx}{e \cdot i}}$. Wird e um 10 % kleiner, so steigt die Bestellmenge auf 102,60 %, also um 2,60 %.
- 76 a. $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$ c. $483,60 \text{ cm}^2$
 b. $O = 4 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}\right)^2 \cdot \pi = 4 \cdot \sqrt[3]{\frac{9V^2}{16\pi^2}} \cdot \pi = \sqrt[3]{\frac{4^3 \cdot 9V^2 \cdot \pi^3}{16\pi^2}} = \sqrt[3]{36V^2\pi}$ d. mit $\sqrt[3]{4} \approx 1,587$
- 77 Die Umlaufzeit würde um 15,37% zunehmen.

78 Siehe Schulbuch Seite 181.

79 Siehe Schulbuch Seite 181.

Zusammenfassende Aufgaben

80 a. **B**, **D**

b. **D**

81 a. $\frac{1}{a^2b^3}$ b. $\frac{a^4}{b^3c^5}$ c. $\frac{b^4}{x^4y^3z^5c^3}$ d. $\frac{a^3c^3y^2}{x^4z^5}$

82 a. $3^{\frac{5}{4}}$ b. $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{7}{3}} = 4^{-\frac{7}{3}}$ c. $3^{-\frac{5}{2}}$ d. $9^{-\frac{3}{4}}$

83 Die Rechnung ist nicht korrekt. Korrekt ist $\left(\frac{a^3b^2}{a^2}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{b^4}{a^{-2}b^2}\right)^2 = (ab^2)^{-3} \cdot (a^2b^2)^2 = a^{-3}b^{-6} \cdot a^4b^4 = a^1 \cdot b^{-2}$.

84 $\frac{b^n}{b^n} = b^{n-n} = b^0 = 1$

85 a. $\sqrt{7}$ ist eine Zahl, deren Quadrat 7 ist.

b. $\sqrt[3]{5}$ ist eine Zahl, deren dritte Potenz 5 ist.

c. $\sqrt[5]{17}$ ist eine Zahl, deren fünfte Potenz gleich 17 ist.

d. \sqrt{x} ist eine Zahl, deren Quadrat x ist.

86 Die Rechnung ist falsch, weil $\sqrt{25-4} = \sqrt{21} \neq 3$ ist.

87 a. $\sqrt[4]{2^3}$ b. $\frac{1}{\sqrt[4]{4^5}}$ c. $\sqrt[5]{3^7}$ d. $\frac{1}{\sqrt[9]{x^5}}$

88 a. $7 \cdot \sqrt{7}$ b. $5 \cdot \sqrt{3}$ c. $3 \cdot \sqrt{2}$ d. $4 \cdot \sqrt{5}$

89 $r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$

Wenn sich das Volumen verdreifacht, ist $r_{\text{neu}} = \sqrt{\frac{3V}{\pi \cdot h}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}} = \sqrt{3} \cdot r$, daher wird der Radius mit $\sqrt{3}$ multipliziert, wenn sich das Volumen verdreifacht.

90 a. $\sqrt[3]{24}$ b. $\sqrt[4]{1250}$ c. $\sqrt[5]{a^6b^{11}}$ d. $\sqrt[3]{8x^8y^4}$

91 a. $3 \cdot \sqrt[40]{3}$ c. $2 \cdot \sqrt[36]{2^7}$ e. $\sqrt[6]{5}$ g. $x \cdot \sqrt[4]{x}$
 b. $a^3 \cdot \sqrt[4]{a}$ d. $\sqrt[12]{x^5}$ f. $\frac{1}{7 \cdot \sqrt[19]{7}}$ h. $a \cdot \sqrt[20]{a^9}$

92 a. C b. A

2 Lineare Gleichungssysteme

2.1 Lineare Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten

- 93 a. für I): 3, 4 für II): 1, -1
b. für I): 3, 6 für II): $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
c. für I): $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ für II): 0, $\frac{1}{2}$
d. für I): 0, $\frac{1}{3}$ für II): 2, 1
- 94 a. D b. B
- 96 a. I) $x + 2y = 0$
II) $3x + 4y = 2$
b. I) $2x - y = 4$
II) $x - 2y = -1$
c. I) $\frac{1}{2}x - y = 0$
II) $x - \frac{3}{4}y = \frac{5}{2}$
d. I) $10^2x + 10y = 200$
II) $10^3x + 10^{-1}y = 1001$
- 97 a. zum Beispiel: I) $x = 2$ und II) $y = 1$ oder I) $x + y = 3$ und II) $y = 1$
b. zum Beispiel: I) $x = 3$ und II) $y = -6$ oder I) $2x + y = 0$ und II) $x = 3$
c. zum Beispiel: I) $x = -5$ und II) $y = 9$ oder I) $10x = -50$ und II) $10y = 90$
d. zum Beispiel: I) $x - y = \frac{1}{4}$ und II) $2x - 3y = 0$ oder I) $4x - 6y = 0$ und II) $4x - 2y = 2$
- 99 a. (2, 3) ist eine Lösung.
b. (6, -7) ist keine Lösung.
c. (7, 11) ist keine Lösung.
d. (1, 2) ist eine Lösung.
- 100 a. D b. C
- 101 a. D b. B
- 103 a. I) $-4x - 6y = -16$
II) $4x - 3y = 5$
b. I) $2x + 3y = 8$
II) $6x = 13$
c. I) $2x + 3y = 8$
II) $-9y = -11$
d. I) $-13y = -10$
II) $2x + 5y = 9$
e. I) $20x - 15y = 40$
II) $6x + 15y = 27$
f. I) $26x = 67$
II) $2x + 5y = 9$
- 104 a. (5, -9) b. (2, 1) c. (4, -2) d. (4, 3) e. (-3, 4) f. (-2, -3)
- 105 a. (-2, -1) b. (4, -4) c. (1, -7) d. (0, -6) e. (-1, 3) f. (2, 8)
- 106 a. (-5,07, -0,67)
b. (4,78, 2,45)
c. (0,20, 0,72)
d. (15, -16)
e. (8, 6)
f. $(\frac{3}{4}, 18)$
- 107 a. (1, 1)
b. $(\frac{68}{95}, -\frac{9}{19})$
c. (297,10, -57,48)
d. (1,03, -1,05)
e. (41,25, 11,375)
f. (1,32, -0,30)
- 109 a. (4, 5) b. (-1, 8) c. (0, 3) d. (2, -1)
- 111 a. keine Lösung b. keine Lösung c. eine Lösung
- 112 a. Das Gleichungssystem hat beliebig viele Lösungen. Denn multipliziert man I) mit $4 \cdot 7$ und II) mit $5 \cdot 2$, dann erhält man I) $8s + 35t = 20$ und II) $8s + 35t = 20$. Diese zwei Gleichungen sind gleich, also gibt es beliebig viele Lösungen.
b. Das Gleichungssystem hat genau eine Lösung. Denn multipliziert man I) mit $3 \cdot 5$ und II) mit $6 \cdot 5$, erhält man I) $10x + 9y = 75$ und II) $5x - 6y = -15$. Subtrahiert man dann 2-mal II) von I), erhält man I) $21y = 105$ und II) $5x - 6y = -15$. Es gibt also genau eine Lösung.
c. Das Gleichungssystem hat keine Lösung. Denn dividiert man I) durch 2 und multipliziert II) mit 3, erhält man I) $a + b = 1$ und II) $a + b = 3$. Da $a + b$ nicht zugleich 1 und 3 sein kann, gibt es keine Lösung.

- 113 a. **A** b. **C** c. **B**
- 114 a. $a = 16$ b. $a = 36$ c. $a = -10$
- 115 a. $a = 21$ b. $a = -6$ c. $a = -20$
- 116 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 117 Siehe Schulbuch Seite 181.
- 118 Siehe Schulbuch Seite 181.

2.2 Modellieren mit linearen Gleichungssystemen

- 120 gewöhnlicher Fruchtsaft: 2 €; Fruchtsaft mit erhöhtem Fruchtfleischanteil: 3,5 €
- 121 Schwimmbad: 2,50 €; Kino: 8,50 €
- 122 Erwachsene: 9 €; Kinder: 4 €
- 123 312 Erwachsene; 116 Jugendliche
- 124 27 Hühner; 14 Schweine
- 125 8 Menschen; 12 Katzen
- 126 19 2-€-Münzen; 12 1-€-Münzen
- 127 a. **A**, **B**, **C** Zu beachten ist, dass in **A** die größere Zahl mit x , in **B** und **C** aber mit y bezeichnet wird. Überall steht Gleichung I) für „die Summe der zwei Zahlen ist 19“ und Gleichung II) für „die Differenz ist 5“.
- b. **A**, **C** In beiden Fällen bezeichnet y die Anzahl der CDs von Max. In **A** und **B** steht Gleichung I) für „die Brüder besitzen gemeinsam 48 DVDs“ und Gleichung II) für „Max hat 5-mal so viele DVDs wie Moritz“. In **B** muss nach II) x die Anzahl der DVDs von Max und y die Anzahl der DVDs von Moritz sein. Dann würde II) bedeuten: „Die Anzahl der DVDs von Max und 5-mal die Anzahl der DVDs von Moritz ist 48“, was nicht stimmen kann.
- c. **A** In **A** und **B** steht e für den Preis von 1 kg Erdäpfel und z für den von 1 kg Zwiebel beim ersten Einkauf. Die Gleichung I) beschreibt dort jeweils den Gesamtpreis beim ersten Einkauf. In **A** beschreibt II) richtig den Preis des zweiten Einkaufs, in **B** steht $\frac{3}{10} \cdot e + z = 2,78$, was nicht richtig ist. Wenn Gleichung II) in **C** richtig ist, muss e der Preis von 1 kg Erdäpfel beim zweiten Einkauf sein. Der Preis von 1 kg Erdäpfel beim ersten Einkauf müsste dann $\frac{10}{11} \cdot e$ sein. Aber $\frac{10}{11}$ ist nicht 0,9.
- 129 Xaver ist 15 Jahre, Yılmaz ist 19 Jahre alt.
- 130 Bernd ist 21 Jahre, Anna ist 17 Jahre alt.
- 131 Karin ist 14 Jahre, Martin 9 Jahre alt.
- 132 Sophie ist 18 Jahre, Emil ist 12 Jahre alt.
- 133 Alina ist 17 Jahre, Kurt 11 Jahre alt.
- 134 a. **C** (P... Alter von Paul heute, L ... Alter von Lena heute)
- b. **B** (E ... Alter von Emily heute, D ... Alter von David heute)
- c. **C** (M ... Alter von Mira heute, L ... Alter von Lukas heute)
- 136 von 13:30 Uhr bis 20:30 Uhr

166 größter LKW: 50 m^3 ; mittlerer LKW: 25 m^3 ; kleinster LKW: 20 m^3

167 a. Schwimmstrecke: 2 km; Radstrecke: 40 km; Laufstrecke: 10 km

b. $26,6\text{ km/h}$

168 a. 50 km/h

b. 100 km/h

c. 50 km

169 a. **C** (H... Preis Hamburger, P... Preis Pommes frites, S ... Preis Softdrink)

b. **B** (E... Preis Erwachsener, K ... Preis Kind, B ... Preis Baby)

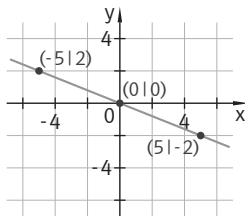


170 Siehe Schulbuch Seiten 181 und 182.

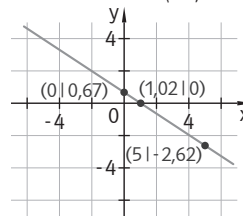
171 Siehe Schulbuch Seite 182.

2.4 Lineare Gleichungen mit zwei Unbekannten

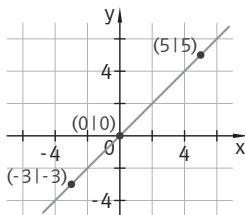
173 a. zum Beispiel: $(-5, 2)$, $(0, 0)$, $(5, -2)$



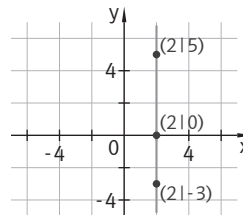
e. zum Beispiel: $(\frac{-2,31}{-2,27}, 0)$, $(0, \frac{-2,31}{-3,45})$, $(5, \frac{9,04}{-3,45})$



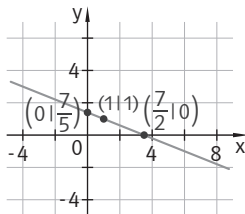
b. zum Beispiel: $(-3, -3)$, $(0, 0)$, $(5, 5)$



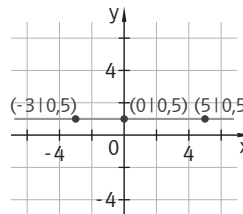
f. zum Beispiel: $(2, 0)$, $(2, 5)$, $(2, -3)$



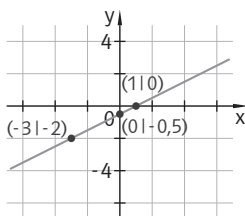
c. zum Beispiel: $(0, \frac{7}{5})$, $(1, 1)$, $(\frac{7}{2}, 0)$



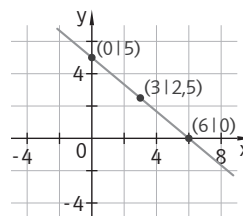
g. zum Beispiel: $(-3, 0,5)$, $(0, 0,5)$, $(5, 0,5)$



d. zum Beispiel: $(-3, -2)$, $(0, -0,5)$, $(1, 0)$



h. zum Beispiel: $(0, 5)$, $(6, 0)$, $(3, 2,5)$



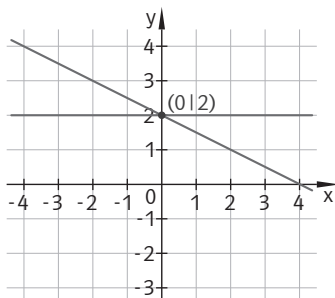
174 a. $\frac{3}{2}x - y = 0$

b. $-\frac{1}{2}x - y = 0$

c. $y = -\frac{1}{3}x + 2$

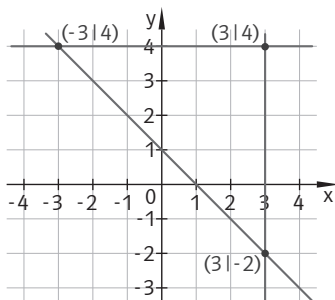
d. $y = x - 2$

176 a.



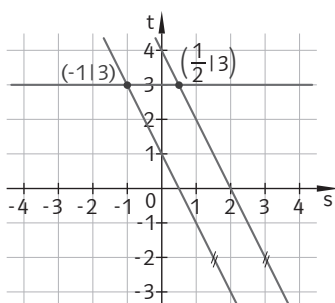
Die Geraden schneiden einander im Punkt $(0|2)$.

b.



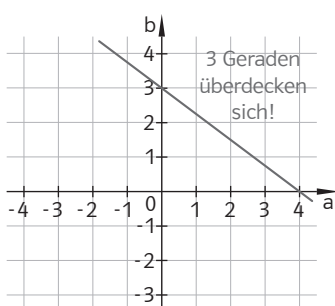
Je zwei der Geraden haben einen Schnittpunkt, nämlich $(3|4)$, $(3|-2)$ und $(-3|4)$.

c.



Zwei Geraden sind parallel, deren Schnittpunkte mit der dritten Geraden sind $(-1|3)$ und $(\frac{1}{2}|3)$.

d.



Die drei Geraden sind gleich.

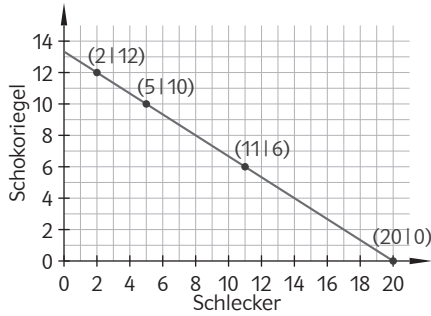
177 a. zum Beispiel: $(4|0)$, $(9|3)$, $(14|6)$, $(19|9)$, $(-11|-3)$

b. zum Beispiel: $(0|\frac{13}{12})$, $(\frac{13}{11}|0)$, $(1|\frac{1}{6})$, $(3|-\frac{5}{3})$, $(-1|2)$

c. zum Beispiel: $(\frac{34}{3}|0)$, $(\frac{34}{3}|1)$, $(\frac{34}{3}|2)$, $(\frac{34}{3}|3)$, $(\frac{34}{3}|4)$

d. zum Beispiel: $(\frac{18}{7}|0)$, $(\frac{46}{7}|\frac{3}{2})$, $(\frac{74}{7}|3)$, $(\frac{110}{21}|1)$, $(0|-\frac{27}{28})$

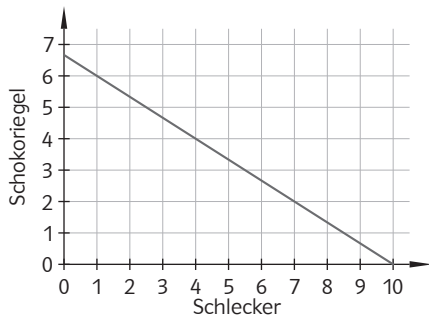
179 a.



Da man Schokoriegel und Schlecker nur als Ganze kaufen kann, kommen als Lösungen nur Paare natürlicher Zahlen in Frage. Zum Beispiel die folgenden vier Lösungen:

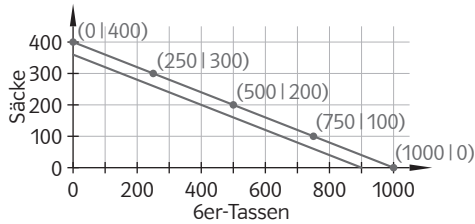
(20, 0) [das bedeutet: 20 Schlecker und kein Schokoriegel], (11, 6), (5, 10), (2, 12)

- b. Wenn Jakob hat 10€ ausgeben will, sind zum Beispiel (10, 0) und (7, 2) Lösungen. Die Lösungsmenge ist eine Gerade, die zur Lösungsmenge in Aufgabe a. parallel ist.



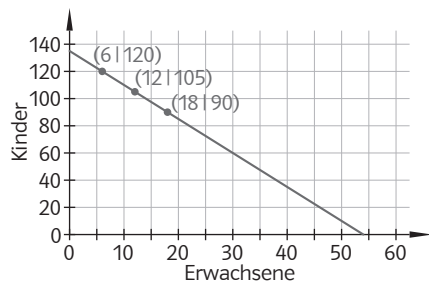
180 a. Da nur ganze Äpfel verpackt werden, kommen nur Paare von natürlichen Zahlen als Lösungen in Frage, zum Beispiel: (Tassen, Säcke): (1000, 0), (995, 2), (990, 4), (985, 6), ..., (0, 400)

- b. Der Bauer hat jetzt nur 5400 Äpfel, daher sind zum Beispiel (900, 0), (895, 2) ... Lösungen. Die Lösungsmenge ist eine Gerade, die zur Lösungsmenge in Aufgabe a. parallel ist.



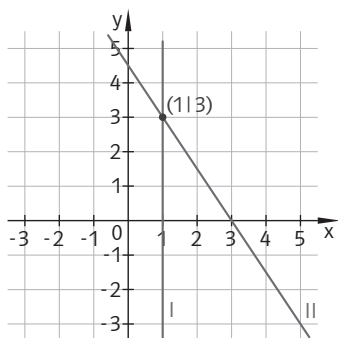
181 a. Es wurden insgesamt 450€ eingenommen.

b.

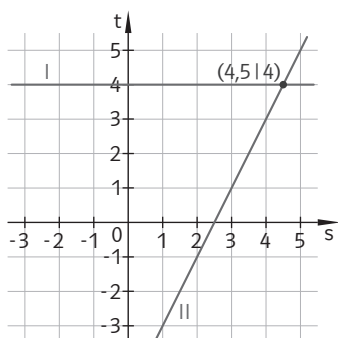


zum Beispiel: (Erwachsene, Kinder): (6, 120), (12, 105), (18, 90)

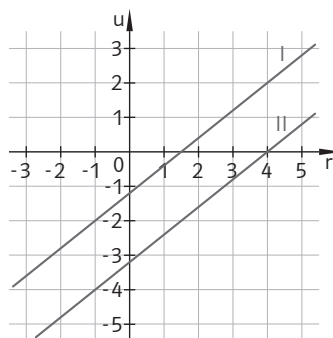
182 a. Schnittpunkt: (1|3)



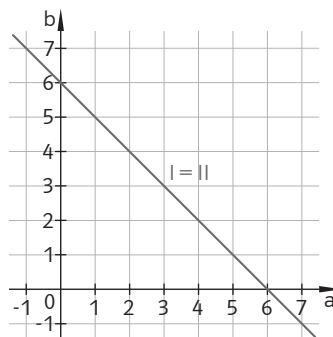
b. Schnittpunkt: (4,5|4)



c. parallele Geraden

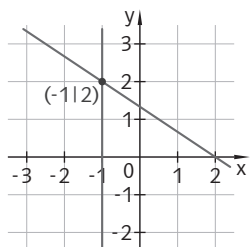


d. Die Lösungsmengen sind gleich, und zwar die Gerade durch (6|0) und (0|6)

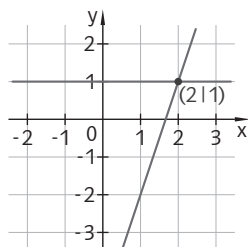


ggb/tns 183
f7ny73

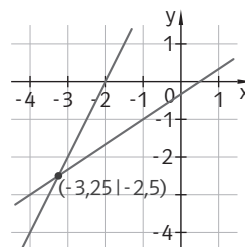
a. (-1|2)



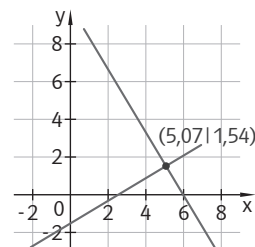
b. (2|1)



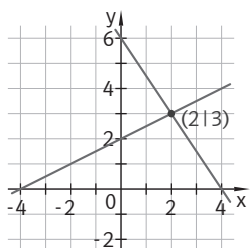
c. (-3,25|-2,5)



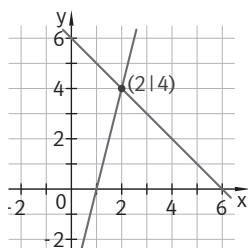
d. (5,07|1,54)



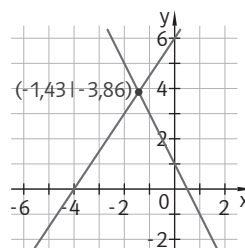
185 a. (2,3)



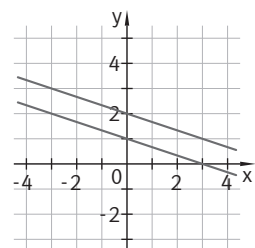
b. (2,4)



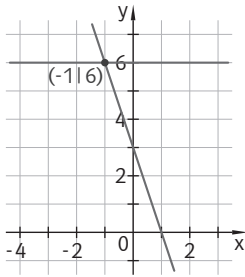
c. $(-\frac{10}{7}, \frac{27}{7})$



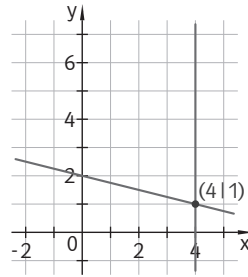
d. keine Lösung, die Geraden sind zueinander parallel



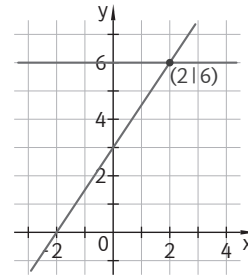
186 a. $(-1, 6)$



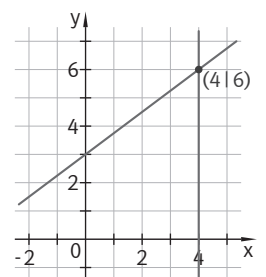
b. $(4, 1)$



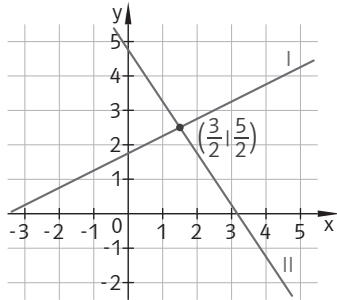
c. $(2, 6)$



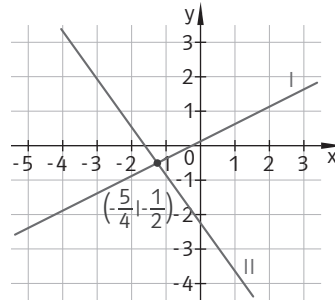
d. $(4, 6)$



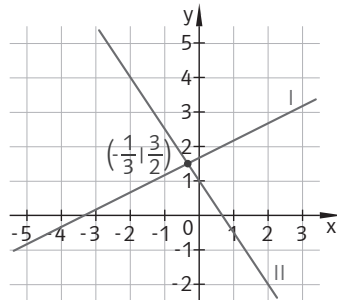
187 a. $(\frac{3}{2}, \frac{5}{2})$



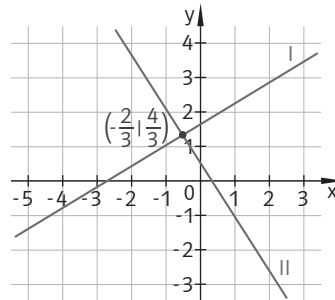
c. $(-\frac{5}{4}, -\frac{1}{2})$



b. $(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2})$



d. $(-\frac{2}{3}, \frac{4}{3})$



188 a. $(-0,63, 1,65)$

b. $(534,78, -3,35)$

c. $(106,5, 516,5)$

Die Lösungen werden von einer Technologie rasch berechnet. Das graphische Lösen ist ungünstig, wenn die zwei Geraden fast parallel sind oder wenn der Schnittpunkt „außerhalb des Zeichenblattes“ liegt.

190 a. f mit $f(x) = -\frac{5}{2}x + 4$ b. f mit $f(x) = \frac{3}{5}x + 2$ c. f mit $f(x) = \frac{1}{3}x + 3$ d. f mit $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$

191 a. C b. B

193 a. wahr b. wahr c. falsch d. wahr e. wahr

195 a. $-x + 4y = 28$ b. $y = 1$ c. $x + 2y = -6$ d. $6x + 42y = 35$ e. $9y = -2$

196 Siehe Schulbuch Seite 182.

197 Siehe Schulbuch Seite 182.

198 Siehe Schulbuch Seite 182.

199 Siehe Schulbuch Seite 182.

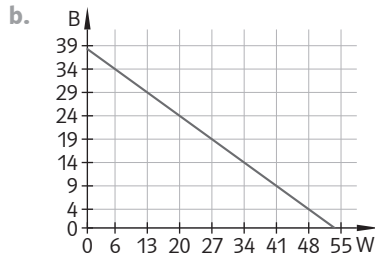
Zusammenfassende Aufgaben

200 a. $(7,5, -6,5)$ b. $(-4, 7)$ c. $(8, -12)$ d. $(\frac{3}{2}, \frac{8}{3})$

201 a. beliebig viele Lösungen b. beliebig viele Lösungen

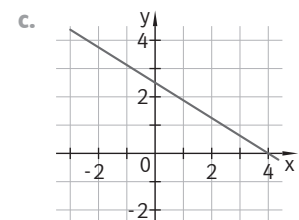
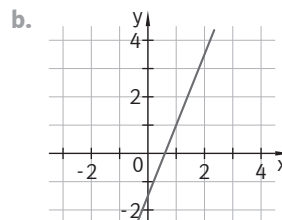
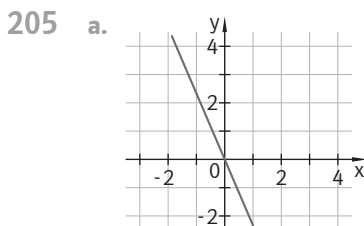
202 Jelena: 6 Jahre; Milos: 10 Jahre

203 a. B ... Anzahl der blauen Kugeln; W ... Anzahl der schneeweißen Kugeln
 $2,50 B + 3,50 W = 134$



c. zum Beispiel: 20 blaue und 24 schneeweiße Kugeln

 ggb/tns 23cr29 204 a. $(5,44, 0,50, -0,09)$ b. $(33\,664,49, 8\,674,84, 10\,864,79, 57\,043,49)$



206 Gesprächsminute: 3 ct, SMS: 2 ct

 ggb/tns 5dz6vq 207 a. $(5, 4, -2, 1)$ b. $(0,5, 1, -0,5, 2, 3)$ c. beliebig viele Lösungen

208 Kaffee: 2,30 €; Kuchen: 2,60 €

209 100 min

210 Erwachsener: 14 €; Kind: 8 €

 ggb/tns 5te2fp 211 a. $(5, 2, -1)$ b. $(3, -2, 2)$


212 a. Es ist nicht eindeutig feststellbar. Zwei mögliche Lösungen sind 240-mal 2 Kugeln und 10-mal 3 Kugeln bzw. 221-mal 2 Kugeln und 23-mal 3 Kugeln.

b. Ja. Es wurden 126 Tüten zu 2 Kugeln und 88 Tüten zu 3 Kugeln verkauft.

c. 58,9% haben 2 Kugeln, 41,1% haben 3 Kugeln gekauft.

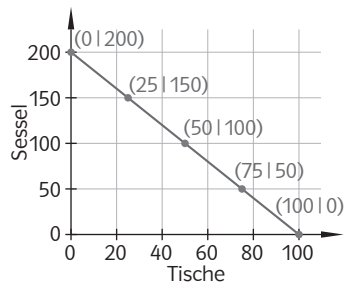
213 4 Söhne und 3 Töchter

214 a. keine Lösung b. keine Lösung c. eine Lösung

 ggb/tns 93v73a 215 a. $(1, 2, 3)$ b. $(0,50, 0,19, 0,86)$ c. $(60,60, 281,75, 113,00)$ d. $(1,62, 1,50, -0,88)$

216 billigere Nüsse: 6 €; teurere Nüsse: 8 €

217









zum Beispiel: (Tische, Sessel): (0, 200), (25, 150), (50, 100), (75, 50), (100, 0)

218 Schiff: 48,4 km/h; Donau: 4,4 km/h

3 Matrizenrechnung

3.1 Rechnen mit Zeilen und Spalten

-  **ggb/xls/tns** vd2f4h **221** a. $\begin{pmatrix} 29 \\ 20 \\ 6 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -19 \\ -23 \\ 6 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -47 \\ 31 \\ 18 \\ 19 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 27 \\ 24 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$
-  **ggb/xls/tns** 62gm79 **222** a. (23, -7, 46, -21) b. (9, 16, 48, 34, 8) c. (-3, -6, -2, -8) d. $(-\frac{2}{3}, -\frac{7}{6}, \frac{13}{8}, -\frac{34}{15})$
-  **ggb/xls/tns** b4k9v5 **223** a. (1, -1, 3, -3) b. (4, -1, 2) c. (1, -5, 9, -6, 1) d. (-6, 6, 1)
-  **ggb/xls/tns** th44g9 **224** a. $\begin{pmatrix} -16 \\ 50 \\ 28 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 40,5 \\ 72 \\ 85,5 \\ -9 \\ 45 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 25,2 \\ -1,8 \\ 21,6 \\ 36 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -\frac{4}{15} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{8}{15} \\ -\frac{2}{9} \end{pmatrix}$
-  **ggb/xls/tns** a6p8ja **225** a. (-63, 108, -207) c. (18, 57, -24, -69) e. (132, -6, -6)
 b. (-2,5, -2,5, -30, 22,5) d. $(\frac{3}{10}, -3, \frac{12}{7})$ f. (-28,6, 13, -3,9, 2,86)
- 227** a. $\begin{pmatrix} -86 \\ 91 \\ -4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} \frac{5}{12} \\ \frac{109}{18} \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 48 \\ 0 \\ -45 \\ -41 \end{pmatrix}$
-  **ggb/xls/tns** sf6x2r **228** a. $\begin{pmatrix} -\frac{17}{70} \\ \frac{46}{45} \\ \frac{89}{90} \\ -1 \end{pmatrix}$ b. $(0, \frac{1}{2}, \frac{4}{3})$ c. $\begin{pmatrix} -9 \\ 9999900 \\ 0,39999999 \end{pmatrix}$ d. (6,6, -10, 8,6, -0,8)
- 229** a. $\begin{pmatrix} 119 \\ 123 \\ 112 \end{pmatrix}$
 Jasmin hat 119 Punkte erreicht, Benny hat 123 Punkte erreicht und Fabian hat 112 Punkte erreicht.
- b. (42, 107, 79, 84, 42)
 Der Lehrer hat im September 42 Punkte vergeben, im Oktober 107 usw.
- c. $\begin{pmatrix} 23,8 \\ 24,6 \\ 22,4 \end{pmatrix}$
 Jasmin hat durchschnittlich pro Monat 23,8 Punkte erzielt, Benny 24,6 Punkte und Fabian 22,4 Punkte.



	a.	c.	d.
Armin	206	41,2	251,5
Berta	193	38,6	224,0
Carolina	125	25,0	154,5
Dietmar	159	31,8	201,0
Emil	178	35,6	211,0
Franz	133	26,6	167,5
Gerda	168	33,6	199,0
Hannah	148	29,6	182,0
Igor	121	24,2	137,0
Jasmin	187	37,4	224,0
Konstantin	193	38,6	249,5
Lisa	209	41,8	258,5
Markus	98	19,6	114,0
Nora	163	32,6	202,5
Oliver	164	32,8	190,0
Philipp	214	42,8	259,0
Quentin	194	38,8	244,0
Ruth	150	30,0	183,5
Stefan	136	27,2	162,5
Thomas	135	27,0	158,5
Ulli	101	20,2	120,5
Vera	164	32,8	190,0
Werner	196	39,2	239,5
Xaver	153	30,6	191,0
Yilmaz	147	29,4	187,5
Zoe	183	36,6	211,0

- b. September: 909 Punkte; Oktober: 723 Punkte; November: 796 Punkte; Dezember: 904 Punkte; Jänner: 886 Punkte

231 a. (75, 61, 78, 82, 60)

Am Montag wurden 75 Produkte verkauft, am Dienstag 61 usw.

b. $\begin{pmatrix} 99 \\ 154 \\ 103 \end{pmatrix}$

Von Produkt A wurden in dieser Woche 99 Stück verkauft, von Produkt B 154 Stück und von Produkt C 103 Stück.

c. (11425 9739 9572 11318 8240)

Am Montag wurden 11425€ eingenommen, am Dienstag 9739€ usw.

232 Siehe Schulbuch Seite 182.

233 Siehe Schulbuch Seite 182.

234 Siehe Schulbuch Seite 182.

235 Siehe Schulbuch Seite 182.

236 Siehe Schulbuch Seite 182.

3.2 Matrizen

- 238 a. 3×4 -Matrix
 b. $A_{13} = 6$; $A_{21} = 0$; $A_{32} = -5$; $A_{34} = 10$
 c. 8: 2. Zeile, 2. Spalte; 4: 2. Zeile, 4. Spalte; -7: 3. Zeile, 3. Spalte

239 a. $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 5 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- 240 a. $T_{78} = 3$; Gorilla G7 trat mit G8 an diesem Tag 3-mal in sozialen Kontakt.
 b. Wenn Gorilla Gi mit Gorilla Gj Kontakt hat, dann hat natürlich gleichzeitig Gj mit Gi Kontakt.
 c. 24; G9 stand an diesem Tag insgesamt 24-mal mit anderen Tieren in Kontakt.
 d. G1 hatte mit 28 Kontakten die meisten und G13 mit 9 Kontakten die wenigsten Sozialkontakte.

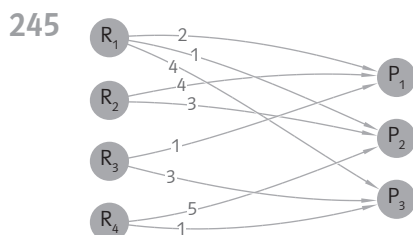
- 241 a. In der Diagonalen von links oben nach rechts unten müsste die Entfernung jeder Stadt zu sich selbst stehen. Man könnte auch in jedes dieser Felder die Zahl 0 schreiben.
 b. $A_{35} = 572$ gibt die Entfernung Brenner–Drasenhofen an. Diese beträgt 572 km
 c. Eva hat recht, denn ein Ort A ist von einem Ort B gleich weit entfernt, wie der Ort B vom Ort A.
 d.

	Bregenz	Eisenstadt	Graz	Innsbruck	Klagenfurt	Linz	Salzburg	St. Pölten	Wien
Bregenz		697	594	200	537	486	352	592	674
Eisenstadt	697		168	481	289	219	339	102	50
Graz	594	168		394	153	202	245	191	192
Innsbruck	200	481	394		318	292	158	398	458
Klagenfurt	537	289	153	318		262	231	396	334
Linz	486	219	202	292	262		130	123	183
Salzburg	352	339	245	158	231	130		243	303
St. Pölten	592	102	191	398	396	123	243		66
Wien	674	50	192	458	334	183	303	66	



242 Die Entfernungsangaben der Routenplaner können sehr variieren:
<http://maps.google.at/> liefert für Achau–Bezau zu Fuß 574 km, mit dem Auto 664 km;
<http://www.luftlinie.org/> liefert für Achau–Bezau 491 km Luftlinie;
<http://www.viamichelin.de/web/Routenplaner> liefert als längste Route 668 km und als kürzeste Route 608 km.
 Natürlich gibt es noch viele andere Routenplaner, die wiederum andere Ergebnisse liefern könnten. Du solltest auf jeden Fall alle Entfernungen mit demselben Routenplaner und denselben Einstellungen berechnen lassen.

244 a. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}$



246 **A**

247 Siehe Schulbuch Seite 182.

248 Siehe Schulbuch Seite 182.

249 Siehe Schulbuch Seite 182.

250 Siehe Schulbuch Seite 182.


3.3 Rechnen mit Matrizen

252 a. $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 12 & 15 \\ 6 & 7 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -1 & 2 \\ -2 & -2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 & 3 \\ 6 & -1 & 11 & -4 \\ -5 & 10 & 5 & 14 \end{pmatrix}$


d. Die Addition ist nicht möglich, da die Anzahl der Zeilen (und auch der Spalten) der beiden Matrizen nicht gleich ist.


e. Die Addition ist nicht möglich, da Anzahl der Spalten der beiden Matrizen nicht gleich ist.

f. $\begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} \\ 2 & -\frac{23}{6} \\ -\frac{1}{20} & -\frac{7}{12} \end{pmatrix}$


 **ggb/xls/tns** 253 Siehe die Lösung zu Aufgabe 252 und Mathematik anwenden HAK-Online.
t852yn

254 a. $\begin{pmatrix} 15 & -12 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -14 \\ 4 & -6 & 12 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

 **ggb/xls/tns** 255 a. $\begin{pmatrix} 12 & 16 & 7 \\ 8 & 25 & 8 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 3,6 & 1,9 & 8,2 \\ -1,6 & -12,8 & 3,5 \\ -0,7 & 8 & -5,2 \end{pmatrix}$
7m27p4

 **ggb/xls/tns** 256 a. $\begin{pmatrix} 60 & -40 & 90 \\ 10 & 20 & -50 \\ -70 & 60 & 80 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 12,4 & 7,6 & 9,4 \\ -7 & 15,8 & 2,4 \\ 0,8 & 4,6 & 10,2 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 4 & \frac{4}{3} & 3 \\ -\frac{8}{3} & 2 & 7 \\ 9 & -\frac{3}{2} & -6 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{2}{9} \\ -\frac{3}{8} & 1 \end{pmatrix}$
z14g7y

 **ggb/xls** 257 Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.
fw4gv5

 **ggb/xls/tns** 258 a. $\begin{pmatrix} 110 & 30 \\ 40 & 160 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -28 & 105 & 77 \\ 14 & 35 & -14 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 7 & 9 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 4 & \frac{21}{20} \\ \frac{13}{6} & \frac{7}{6} \end{pmatrix}$
jp2a73

259 a. 49 Stück

b. 271 Stück

c. 117: So viel Stück von Produkt 1 wurden im Jänner in der 3. Filiale verkauft.

d. 354: So viel Stück wurden im Jänner in Filiale 2 von allen 4 Produkten zusammen insgesamt verkauft.

e. 221 Stück wurden von Produkt 3 in allen Filialen zusammen verkauft.

f. $\begin{pmatrix} 206 & 263 & 336 \\ 313 & 479 & 458 \\ 202 & 163 & 279 \\ 70 & 133 & 250 \end{pmatrix}$ $(J + F + M)_{ij}$ gibt an, wie viel Stück vom i-ten Produkt in der j-ten Filiale im Zeitraum Jänner bis März insgesamt verkauft wurden.

261 a. 30 b. -12 c. 0 d. 0

262 477,70 €

263 1410 €

264 57,60 €

265 a. 1150 €

b. 1669 €

c. ca. 860 € (die Entfernung Wien–Neapel beträgt ca. 1320 km)

266 a. 39 €, 60 kg b. 19 €

267 a. 415 € b. 398,50 €

268 Das Produkt ist der Brennwert eines Lebensmittels aus 30 g Eiweiß, 60 g Fett und 10 g Kohlehydrate. Er beträgt 700 kcal.

269 a. 1341,75 kcal b. 207,8 kcal c. 163 kcal d. 144,64 kcal e. 74 kcal

271 a. $\begin{pmatrix} 29 \\ 33 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 5,1 \\ 7,9 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 22 \\ 19 \\ 70 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} 41 \\ 27 \\ 50 \\ 22 \\ 3 \end{pmatrix}$

272 a. (43 37) b. (7 -2 9) c. (9 -2 7) d. (-2 7 9)

273 a. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ oder $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ d. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e. zum Beispiel: $A = (0 \ 0 \ 1)$

c. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ f. zum Beispiel: $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tms
2593ss

274 a. $\begin{pmatrix} 14 & 11 \\ 14 & 16 \end{pmatrix}$ d. nicht möglich

b. $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 3,2 & 0 \\ 8,8 & 1 \end{pmatrix}$ g. $\begin{pmatrix} 0 & 24 & -13 \\ 32 & 0 & 14 \\ 26 & 21 & 0 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ f. $\begin{pmatrix} 0 & 12 & -28 \\ 2 & 0 & 14 \\ 8 & 15 & 0 \end{pmatrix}$ h. $\begin{pmatrix} -5 & -6 & 34 & 7 \\ -3 & 14 & 16 & 13 \\ -1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$

275 a. $A + B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$; $A \cdot B = \begin{pmatrix} 6 & 13 \\ 12 & -29 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = \begin{pmatrix} -18 & 14 \\ 30 & -5 \end{pmatrix}$

b. $A + B = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 5 \\ -3 & -2 & 8 \\ 11 & 4 & -2 \end{pmatrix}$; $A \cdot B = \begin{pmatrix} -9 & 10 & 15 \\ 45 & 10 & -12 \\ 0 & 18 & 27 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = \begin{pmatrix} 33 & 16 & 23 \\ -6 & -17 & -4 \\ 4 & 17 & 12 \end{pmatrix}$

c. $A + B$ nicht möglich, $A \cdot B = \begin{pmatrix} 23 & 14 \\ -40 & 33 \end{pmatrix}$; $B \cdot A = \begin{pmatrix} 21 & -3 & 8 \\ 36 & 8 & 4 \\ -12 & -41 & 27 \end{pmatrix}$

d. $A + B$ nicht möglich; $A \cdot B = \begin{pmatrix} -7 \\ 50 \\ 3 \end{pmatrix}$; $B \cdot A$ nicht möglich

276 a. $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 3 \\ -10 & 11 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 3 \\ 11 & 2 & 6 \\ 9 & 10 & 3 \end{pmatrix}$

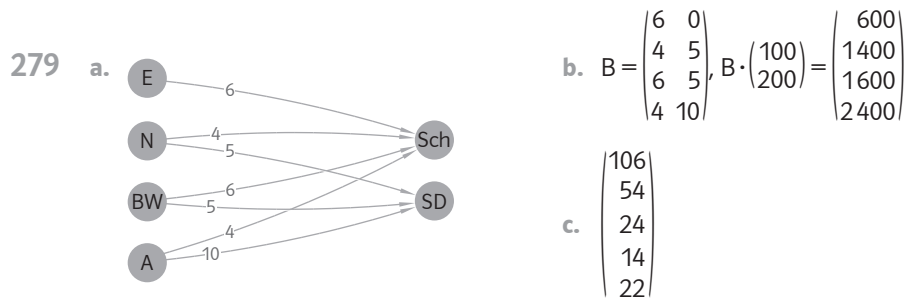


277 a./b.

	Coupe Danmark	Früchtebecher	Nussbecher	Kinderbecher	Gesamtbedarf
Vanilleeis	3	1	1	1	85
Erdbeereis	0	1	0	0	12
Zitroneneis	0	1	0	0	12
Haselnusseis	0	0	1	0	8
Schokoladeeis	0	0	1	1	22
Schlagobers	1	1	1	0	37
Schokosauce	3	0	1	0	59
Waffeln	2	2	3	0	82
Fruchtsalat	0	1	0	0	12

c. 85 Kugeln Vanilleeis

278 a. $\begin{pmatrix} 8 & 4 & 5 & 3 \\ 0 & 4 & 5 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2400 \\ 1400 \\ 1000 \\ 430 \\ 880 \end{pmatrix}$ Das bedeutet, man benötigt 2400 g „Schokolade 80%“, 1400 g „Schokolade 10%“ usw.



d. $\begin{pmatrix} 106 & 75 \\ 54 & 65 \\ 24 & 40 \\ 14 & 20 \\ 22 & 45 \end{pmatrix}$ Die erste Spalte gibt an, wie viel Gramm der einzelnen Zutaten „Schokolade 80%“, „Schokolade 10%“, „Nougat“, „Haselnuss“ und „Marzipan“ man zur Herstellung einer Packung „Schokogruß“ benötigt, die zweite Spalte enthält die entsprechenden Angaben für eine Packung „Süßer Dank“.

e. $\begin{pmatrix} 2560 \\ 1840 \\ 1040 \\ 540 \\ 1120 \end{pmatrix}$ Das bedeutet, man benötigt 2560 g „Schokolade 80%“, 1840 g „Schokolade 10%“ usw.

280 a. $\begin{pmatrix} 500 \\ 300 \\ 250 \\ 360 \\ 295 \\ 15 \\ 200 \end{pmatrix}$ Das Ergebnis ist eine Zutatenliste für die Tortencreation 2 (500 g Butter, 300 g Stärkemehl...)

	T1	T2	T3	T4
Butter	425	500	375	460
Stärkemehl	62,5	300	212,5	175
Mehl	462,5	250	287,5	350
Staubzucker	340	360	265	350
Kristallzucker	465	295	375,5	367,5
Eier	22	15	16	18,1
Kochschokolade	400	200	200	300

Die Einträge der Matrix geben die Gesamtmassen (in Gramm) je Zutat an, die für die Torten 1–4 gebraucht werden.

281 Die Auftragsspalte ist $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 2 \\ 10 \end{pmatrix}$.

- a. Die Anzahl der Einheiten der Grundmassen errechnet sich aus dem Produkt $T \cdot A$.
- b. Die Einträge des Produktes $(M \cdot T) \cdot A$ geben die Massen (in Gramm) jeder Zutat an, die für den Auftrag benötigt werden.

283 $N = \begin{pmatrix} 80 \\ 50 \\ 100 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 750 \\ 640 \end{pmatrix}$

Man benötigt 750 Einheiten vom ersten Rohstoff und 640 Einheiten vom zweiten Rohstoff.

- 284 a. 3 Rohstoffe und 4 Produkte
- b. Zur Herstellung von P_3 werden 4 Einheiten von R_3 benötigt.

c. $B \cdot N = \begin{pmatrix} 70 \\ 95 \\ 170 \end{pmatrix}$, man benötigt 70 Einheiten von R_1 , 95 Einheiten von R_2 und 170 Einheiten von R_3 .

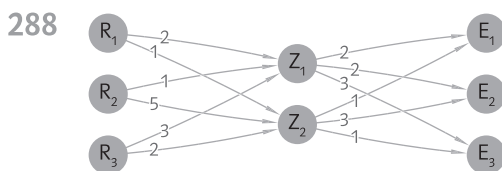
285 a. $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

b. $N = \begin{pmatrix} 200 \\ 150 \end{pmatrix}$

c. $B \cdot N = \begin{pmatrix} 1300 \\ 600 \\ 800 \end{pmatrix}$, man benötigt 1300 Einheiten von R_1 , 600 Einheiten von R_2 und 800 Einheiten von R_3 .

286 I. a. $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ b. $X = \begin{pmatrix} 1560 \\ 2020 \\ 1620 \end{pmatrix}$

II. a. $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \end{pmatrix}$ b. $X = \begin{pmatrix} 1480 \\ 1260 \\ 1600 \end{pmatrix}$



289 a. $RZ = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 0 & 4 & 2 \end{pmatrix}, ZE = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}, RE = \begin{pmatrix} 12 & 14 & 24 \\ 30 & 41 & 14 \\ 6 & 14 & 20 \end{pmatrix}$

- b. 6200 Einheiten von R_1 und 11500 Einheiten von R_2

290 a. $\begin{pmatrix} 0,75 & 0,92 & 0,9 \\ 0 & 0,04 & 0 \\ 0,25 & 0,04 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 10 \\ 3 & 30 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 6,21 & 39,95 \\ 0,12 & 0,4 \\ 0,37 & 1,65 \\ 0,3 & 3 \end{pmatrix}$ Für ein Armband werden 39,95 g Gold benötigt.

d. 723,45 g Gold, 8,4 g Silber, 32,15 g Kupfer, 51 g Palladium

291 a. $\begin{pmatrix} 48 & 98 \\ 34 & 69 \end{pmatrix} = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ b. $\begin{pmatrix} 22 & 16 & 13 \\ 23 & 30 & 16 \\ 20 & 14 & 13 \end{pmatrix} = (A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$

292 a. $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = (A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$ b. $\begin{pmatrix} 9 & -2 & 7 \\ -1 & -2 & 5 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} = (A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C$

293 a. $\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 10 \end{pmatrix} = A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$ b. $\begin{pmatrix} -7 & 11 & 8 \\ 14 & -3 & 13 \\ 3 & 3 & 10 \end{pmatrix} = A \cdot B + A \cdot C = A \cdot (B + C)$

294 a. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ 4 & 14 \end{pmatrix} = 2 \cdot A$ b. $\begin{pmatrix} 10 & 25 & 20 \\ 15 & 5 & 0 \\ 10 & 0 & 15 \end{pmatrix} = 5 \cdot A$

296 85 800 €

297 a. **A** b. 27314,2 € gesamte Rohstoffkosten

298 8 650 €

299 6 360 €

300 a. $\begin{pmatrix} 31 & 33,5 \\ 32,5 & 28,5 \end{pmatrix}$

Die Rohstoffe für 1 Stück von P_1 kosten bei L_1 31 € und bei L_2 32,50 €. Die Rohstoffe für 1 Stück von P_2 kosten bei L_1 33,50 € und bei L_2 28,50 €.

b. $\begin{pmatrix} 4465 \\ 4350 \end{pmatrix}$

Die Rohstoffe für 90 Stück von P_1 und 50 Stück von P_2 kosten beim Lieferanten L_1 4 465 € und beim Lieferanten L_2 4 350 €.

c. Lieferant L_2 ist in diesem Fall billiger.

301 Siehe Schulbuch Seite 182.

302 Siehe Schulbuch Seiten 182 und 183.

303 Siehe Schulbuch Seite 183.

304 Siehe Schulbuch Seite 183.

305 Siehe Schulbuch Seite 183.

3.4 Lineare Gleichungssysteme in Matrizenform

307 a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0,5 & -2,5 \end{pmatrix}$ b. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0,12 & 0,04 \\ 0,02 & -0,16 \end{pmatrix}$

308 a. $\begin{pmatrix} -\frac{3}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{7}{2} \end{pmatrix}$ i. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ f. nicht möglich, da $8 \cdot 0 - (-5) \cdot 0 = 0$ j. $\begin{pmatrix} -0,493 & -0,521 \\ -0,630 & -0,110 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} -\frac{1}{5} & -\frac{2}{5} \\ -\frac{4}{5} & -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$ g. nicht möglich, da $3 \cdot (-4) - (-2) \cdot 6 = 0$ k. $\begin{pmatrix} \frac{4}{17} & \frac{3}{17} \\ -\frac{60}{17} & \frac{6}{17} \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} \frac{1}{32} & \frac{5}{32} \\ \frac{3}{16} & -\frac{1}{16} \end{pmatrix}$ h. $\begin{pmatrix} \frac{3}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{1}{13} & \frac{5}{13} \end{pmatrix}$ l. $\begin{pmatrix} \frac{240}{137} & \frac{216}{67} \\ \frac{65}{134} & -\frac{90}{67} \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
hb4r5t

309 a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ \frac{43}{43} & \frac{43}{43} \\ -\frac{1}{43} & \frac{8}{43} \end{pmatrix}$

c. $C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \\ -\frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}$

e. $E^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{47}{561} & \frac{23}{187} & \frac{2}{33} & -\frac{74}{561} \\ \frac{2}{673} & -\frac{86}{561} & \frac{4}{99} & -\frac{5}{526} \\ -\frac{18}{365} & \frac{31}{561} & \frac{7}{99} & \frac{27}{640} \\ \frac{21}{188} & \frac{92}{561} & \frac{8}{99} & \frac{57}{362} \end{pmatrix}$

b. $B^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{25} & \frac{3}{25} & \frac{7}{25} \\ \frac{8}{75} & \frac{1}{75} & -\frac{31}{75} \\ -\frac{2}{25} & \frac{6}{25} & -\frac{11}{25} \end{pmatrix}$

d. $D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ \frac{7}{39} & -\frac{10}{39} & \frac{5}{39} & \frac{4}{39} \\ -\frac{1}{26} & -\frac{19}{26} & \frac{3}{26} & \frac{5}{26} \\ -\frac{1}{13} & \frac{7}{13} & \frac{3}{13} & -\frac{8}{13} \end{pmatrix}$

f. $F^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{21} & \frac{50}{693} & -\frac{290}{693} & -\frac{56}{99} & -\frac{94}{231} \\ \frac{5}{21} & \frac{71}{2772} & \frac{694}{693} & \frac{463}{396} & \frac{809}{924} \\ \frac{2}{21} & -\frac{1}{2772} & \frac{244}{693} & \frac{211}{396} & \frac{353}{924} \\ -\frac{2}{21} & \frac{337}{2772} & \frac{239}{693} & \frac{173}{396} & \frac{235}{924} \\ \frac{1}{21} & -\frac{95}{2772} & \frac{311}{693} & \frac{245}{396} & \frac{271}{924} \end{pmatrix}$

311 a. $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,2 \end{pmatrix}$ e. $\begin{pmatrix} -0,5 \\ 0,25 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} -0,1 \\ 1,15 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} \frac{37}{11} \\ \frac{39}{11} \end{pmatrix}$ f. $\begin{pmatrix} -\frac{5}{2} \\ \frac{13}{4} \end{pmatrix}$

312 a. $\begin{pmatrix} 3 \\ -7 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 11,25 \\ -4,45 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,2 \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
66si95

313 a. $\begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} -30,097 \\ 32,452 \\ 34,032 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 6 \\ -7 \end{pmatrix}$

315 a. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 0 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -10 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix}$
 $x=3, y=-2$ $x=1, y=-6$ $x=-2, y=2$

316 a. I. $x=1, y=6$ II. $x=-2, y=3$ III. $x=5, y=-7$
 b. I. $x=-\frac{118}{31}, y=\frac{5}{31}$ II. $x=1, y=11$ III. $x=-\frac{6}{31}, y=-\frac{36}{31}$



ggb/xls/tns
ja4r84

317 a. $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ b. $\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \\ 7 \end{pmatrix}$ c. $\begin{pmatrix} -1,179 \\ 2,390 \end{pmatrix}$ d. $\begin{pmatrix} -1,2 \\ 2,3 \\ 0 \\ -8,7 \end{pmatrix}$

 ggb/xls/tns
g4b84h

318

a. $\begin{pmatrix} 0,75 \\ 2,5 \\ -1,2 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 7 \\ 1,5 \\ -0,5 \\ 6 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5,4 \\ -1 \end{pmatrix}$

d. $\begin{pmatrix} -1,3 \\ 0,9 \\ -1,2 \\ 0,7 \\ -2,45 \end{pmatrix}$

319

- a. 36 Stück von P_1 , 28 Stück von P_2 , 11 Stück von P_3 und 15 Stück von P_4
 b. Die Matrix muss invertierbar sein. Dazu muss insbesondere die Anzahl der unterschiedlichen Produkte mit der Anzahl der unterschiedlichen Rohstoffe übereinstimmen (in unserem Fall jeweils 4).

 ggb/xls/tns
gf67p3
 ggb/xls/tns
36p5ap

321

166,70 ME von P_1 , 142,18 ME von P_2 und 127,56 ME von P_3

322

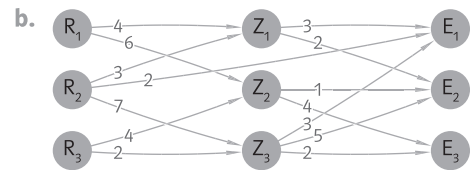
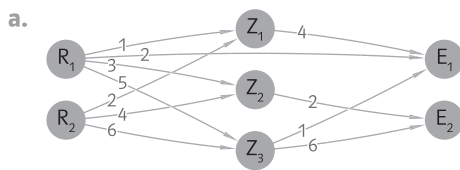
84,72 GE von L, 146,18 GE von I, 116,28 GE von D

324

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

325



 ggb/xls/tns
t568zw

326

- a. Der Rohstoff R_2 fließt direkt in das Endprodukt E_2 . 180 ME von Zwischenprodukt Z_3 fließen direkt in den Verkauf.

b. $(E_8 - V)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 & 2 & 1 & 17 & 11 \\ 0 & 1 & 0 & 5 & 0 & 2 & 12 & 9 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c. $X = \begin{pmatrix} 3140 \\ 2610 \\ 1900 \\ 310 \\ 750 \\ 400 \\ 90 \\ 130 \end{pmatrix}$

Man benötigt 3140 ME des Rohstoffs R_1 , 2610 ME von R_2 und 1900 ME von R_3 . Es fallen 310 ME des Zwischenprodukts Z_1 , 750 ME von Z_2 und 400 ME von Z_3 an. Es werden 90 ME des Endprodukts E_1 und 130 ME von E_2 produziert.

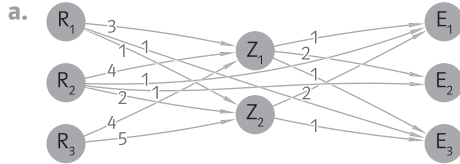
327

a. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$b. X = \begin{pmatrix} 5730 \\ 6040 \\ 900 \\ 650 \\ 1440 \\ 300 \\ 240 \end{pmatrix}$$

Um die Nachfrage zu erfüllen, werden 5730 ME von R_1 und 6040 ME von R_2 benötigt. Es werden 900 ME des Zwischenprodukts Z_1 , 650 ME von Z_2 und 1440 ME von Z_3 hergestellt. Vom Endprodukt E_1 werden 300 ME und von E_2 240 ME hergestellt.

328



$$b. X = \begin{pmatrix} 2020 \\ 3060 \\ 4550 \\ 450 \\ 550 \\ 90 \\ 70 \\ 120 \end{pmatrix}$$

Interpretation: Man benötigt 2020 ME von R_1 , 3060 ME von R_2 und 4550 ME von R_3 . Es werden 450 ME von Z_1 und 550 ME von Z_2 , sowie 90 ME von E_1 , 70 ME von E_2 und 120 ME von E_3 hergestellt.

329 —

330 Siehe Schulbuch Seite 183.

331 Siehe Schulbuch Seite 183.

332 Siehe Schulbuch Seite 183.



ggb/xls/tns
v9h3yv

Zusammenfassende Aufgaben

- 333 a. $\begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 29 \end{pmatrix}$; Lösung: $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$
 b. $\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 1,4 \end{pmatrix}$; Lösung: $\begin{pmatrix} 0,8 \\ -0,2 \end{pmatrix}$
 c. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1,5 \end{pmatrix}$; Lösung: $\begin{pmatrix} 0,25 \\ -0,5 \end{pmatrix}$

- 334 a. $\begin{pmatrix} 30 & 20 & 25 \\ 90 & 50 & 50 \\ 90 & 75 & 110 \\ 0 & 75 & 100 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 50 & 200 \end{pmatrix}$ b. 150 Eier

335 a. R_2 geht direkt in E_2 ein.

$$b. V = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 5 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$c. X = \begin{pmatrix} 10080 \\ 9000 \\ 10980 \\ 1020 \\ 1660 \\ 100 \\ 200 \\ 80 \end{pmatrix}, N = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 500 \\ 0 \\ 100 \\ 200 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Das bedeutet, dass 10 080 ME von R_1 , 9 000 ME von R_2 und 10 980 ME von R_3 benötigt werden. Es werden 1020 ME von Z_1 , 1660 ME von Z_2 sowie 100 ME von E_1 , 200 ME von E_2 und 80 ME von E_3 produziert.



336

a. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -12 & 6 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$

c. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 8 & -1 & 18 \\ 1 & -12 & 2 & 4 & 13 \\ 12 & -2 & -4 & 24 & -4 \\ 3 & -6 & 6 & 2 & 19 \\ 10 & -10 & 0 & 20 & 10 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 30 & 39 \\ 0 & 0 & 10 \\ 18 & 8 & 0 \end{pmatrix}$

b. $A \cdot B = \begin{pmatrix} -2 & 17 & -2 \\ 1 & 21 & -2 \\ 8 & -5 & 8 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 10 & -7 & 1 \\ -4 & 10 & -4 \\ 5 & -27 & 7 \end{pmatrix}$

d. $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

337

- a. 200 Stück
- b. 1450 Stück
- c. 400 Stück von Produkt 3 wurden am Standort 2 produziert.
- d. 2510 Stück; Das ist die gesamte Anzahl an Produkten, die im Mai am Standort 3 produziert wurden.

e. $\begin{pmatrix} 1550 & 970 & 2420 \\ 970 & 900 & 2320 \\ 1280 & 1100 & 970 \\ 560 & 750 & 1500 \end{pmatrix}$

Es ist abzulesen, wie viel von jedem Produkt pro Standort in den Monaten April, Mai und Juni produziert wurde.

338

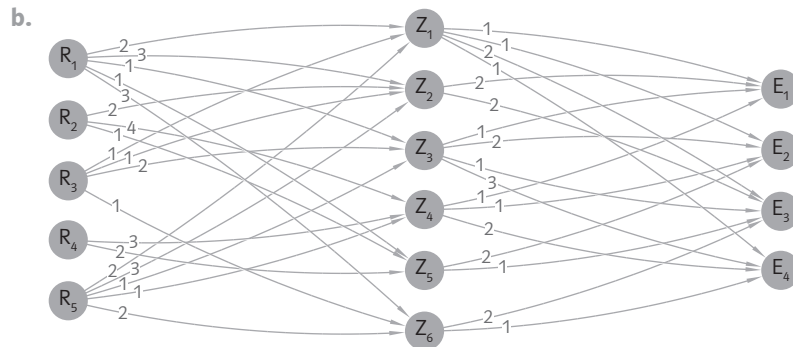
a. $\begin{pmatrix} 514,80 & 357,60 & 703,80 \\ 524,70 & 417,20 & 676,20 \\ 643,50 & 536,40 & 1000,50 \\ 712,80 & 655,60 & 952,20 \\ 851,40 & 804,60 & 876,30 \\ 742,50 & 327,80 & 738,30 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 1576,20 \\ 1618,10 \\ 2180,40 \\ 2320,60 \\ 2532,30 \\ 1808,60 \end{pmatrix}$

c. 12 036,20 €

339

- a. $RZ_{35} = 0$, das heißt, für die Produktion von Z_5 werden 0 Einheiten von R_3 benötigt. $ZE_{34} = 3$, das heißt für die Produktion von E_4 werden 3 Einheiten von Z_3 benötigt.



c. $RZ \cdot ZE = \begin{pmatrix} 9 & 6 & 18 & 8 \\ 8 & 6 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 8 & 8 \\ 3 & 7 & 2 & 6 \\ 10 & 5 & 15 & 9 \end{pmatrix}$

Die 1. Zeile sagt aus, wie viele Einheiten des Rohstoffs R_1 für die Produktion jeweils einer Einheit von E_1 bis E_4 benötigt werden. Die 2. Spalte sagt aus, wie viele Einheiten der Rohstoffe R_1 bis R_5 zur Produktion einer Einheit von E_2 benötigt werden.

d. $\begin{pmatrix} 675 \\ 530 \\ 495 \\ 385 \\ 670 \end{pmatrix}$

340 a. $RZ = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

b. $ZE = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

c. $RZ \cdot ZE = \begin{pmatrix} 13 & 14 \\ 14 & 16 \\ 9 & 2 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$

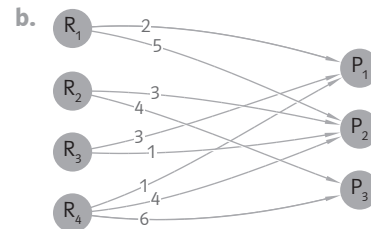
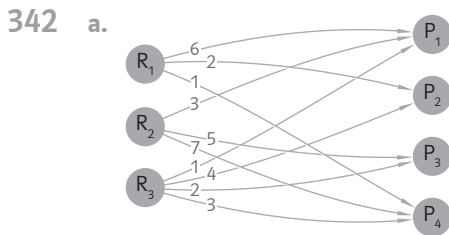
d. $(RZ \cdot ZE) \cdot b = \begin{pmatrix} 750 \\ 840 \\ 250 \\ 400 \end{pmatrix}$

341 a. $A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

b. $B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{1}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$

c. $C^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{82} & \frac{5}{82} \\ \frac{4}{41} & \frac{3}{41} \end{pmatrix}$

d. $D^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{63} & \frac{16}{63} \\ \frac{32}{63} & -\frac{4}{63} \end{pmatrix}$



ggb/xls/tns
wx279h

343 a. 112 000 €

b. 2 100 €

c. 16 800 €

d. der Bereich Fertigung

344 a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 5 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

b. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 0 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$

c. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$

345 $\begin{pmatrix} 20 & 40 & 40 & 0 \\ 0 & 10 & 80 & 10 \\ 25 & 25 & 25 & 25 \end{pmatrix}$

346 a. $RE = \begin{pmatrix} 18 & 19 \\ 25 & 15 \end{pmatrix}$

b. $N = \begin{pmatrix} 800 \\ 750 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} 28\,650 \\ 31\,250 \end{pmatrix}$ das bedeutet, dass 28 650 Einheiten von R_1 und 31 250 Einheiten von R_2 benötigt werden.

c. $(5 \ 7) \cdot \begin{pmatrix} 18 & 19 \\ 25 & 15 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 800 \\ 750 \end{pmatrix}$

347 $\begin{pmatrix} -2 & -1 & -7 \\ 10 & -4 & -7 \\ 6 & -1 & 7 \end{pmatrix}$

348 a. zum Beispiel: $(7 \ 3) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ oder: $(4 \ 5) \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ b. zum Beispiel: $(6 \ 2 \ 3 \ -5) \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \\ 6 \end{pmatrix}$ oder: $(4 \ 5 \ 7 \ 6) \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 3. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 349–372 sind im Schulbuch auf den Seiten 183–185 zu finden.

4 Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen

4.1 Quadratische Gleichungen

- 374 a. ja
b. nein, denn 8 ist keine Lösung
c. nein, denn sowohl 4 als auch 7 sind keine Lösung
- d. ja
e. ja
f. nein, denn $-4,8$ ist keine Lösung
- 375 I. a. D b. C II. a. C b. A
- 376 a. $\{-12, 4\}$ b. $\{2, 12\}$ c. $\{-4, 7\}$ d. $\{-12, -5\}$ e. $\{-7, 6\}$ f. $\{-4, 5\}$
- 378 a. $\{-6, 2\}$ b. $\{-9, 3\}$ c. $\{1, 7\}$ d. $\{2, 14\}$ e. $\{-7, -4\}$ f. $\{-6, 7\}$
- 379 a. $\{-3, 5\}$
b. $\{-2, -7\}$
c. $\{4, 9\}$
d. $\{-2,68, 0,93\}$
e. $\{\}$ Begründung: $(x - \frac{13}{14})^2 = -\frac{83}{196}$. Da es keine reelle Zahl gibt, deren Quadrat eine negative Zahl ist, hat diese Gleichung keine reelle Lösung.
f. $\{-1,95, 1,11\}$
- 381 a. $\{0\}$ c. $\{-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\}$ e. $\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$ g. $\{-100, 100\}$
b. $\{-2, 2\}$ d. $\{\}$ f. $\{\}$ h. $\{\}$
- 382 a. $\{0, -2\}$ c. $\{0, \frac{3}{2}\}$ e. $\{0, \frac{1}{8}\}$ g. $\{0, 10^{-3}\}$
b. $\{0, \frac{1}{2}\}$ d. $\{0, -1\}$ f. $\{0, 36\}$ h. $\{0, -10^{-4}\}$
- 383 a. $\{-1,53, -0,22\}$ c. $\{2,08, 8,04\}$ e. $\{-2,32, 0,01\}$
b. $\{-1,56, 0,06\}$ d. $\{-1,29, 0,12\}$ f. $\{3,51, 10,49\}$
- 384 a. $\{-1,14, -0,23\}$ b. $\{-2,6, 6,08\}$ c. $\{-45, -2\}$ d. $\{-17,09, -0,11\}$
- 385 a. $\{-5, 5\}$ b. $\{1, 6\}$ c. $\{\frac{8}{7}, \frac{8}{5}\}$ d. $\{-1,24, 3,24\}$ e. $\{-0,3, 0,08\}$ f. $\{1,13, 2,18\}$
- 386 $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} = -\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{(b/a)^2}{4} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 387 a. C b. B
- 388 a. $\{-5,702, -0,548\}$ c. $\{-1,843, 1,947\}$ e. $\{\}$
b. $\{-0,184, 0,695\}$ d. $\{-0,237, 5,819\}$ f. $\{-3,212, -0,066\}$
- 389 $\{-0,67, 1,06\}$
- 391 a. zwei Lösungen c. keine Lösung e. zwei Lösungen g. zwei Lösungen
b. zwei Lösungen d. keine Lösung f. zwei Lösungen h. keine Lösung
- 392 Mit D bezeichnen wir die Diskriminante der gegebenen Gleichung.
a. zwei Lösungen, da $D > 0$ d. eine Lösung, da $D = 0$ g. zwei Lösungen, da $D > 0$
b. zwei Lösungen, da $D > 0$ e. keine Lösung, da $D < 0$ h. keine Lösung, da $D < 0$
c. zwei Lösungen, da $D > 0$ f. keine Lösung, da $D < 0$ i. zwei Lösungen, da $D > 0$
- 393 a. zwei Lösungen c. zwei Lösungen e. keine Lösung
b. zwei Lösungen d. keine Lösung f. zwei Lösungen

395 a. 36 b. 49 c. 42,25 d. 8 e. 36,75 f. 6,05

396 $t = \frac{49}{4}$

397 $a = 0,25$

398 $b = -3$ oder $b = 3$

399 **B**, **D**

400 Die große Lösungsformel ist $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. Es gibt genau dann mindestens eine Lösung, wenn die Diskriminante $b^2 - 4ac$ größer oder gleich 0 ist, also $b^2 - 4ac \geq 0$ oder $b^2 \geq 4ac$ ist.

402 ja: -2 und 8

403 4

404 20 cm

405 6 m

406 Seitenlänge: 36 m; Flächeninhalt: 1296 m²

408 24 Personen, jeweils 18 €

409 40 Mitarbeiter

410 5 €

411 1414 [Löse dazu die quadratische Gleichung $\frac{1}{2} \cdot n(n+1) = 1000000$. Die positive Lösung ist 1413,71.]

412 1,5%

413 2,5%

414 $x = 4,67$ [Die zweite Lösung der quadratischen Gleichung ist negativ und kommt daher nicht in Frage.]
Tiefe des Brunnens: ca. 109 m

415 Siehe Schulbuch Seite 185.

416 Siehe Schulbuch Seite 185.

417 Siehe Schulbuch Seite 185.

418 Siehe Schulbuch Seite 185.

4.2 Quadratische Funktionen

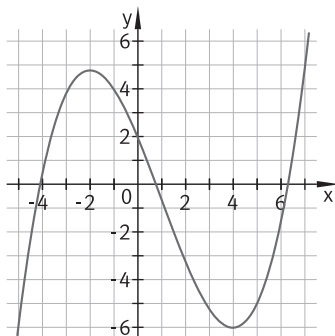
420 Mit a und b bezeichnen wir zwei reelle Zahlen, für die $a < b$ gilt. Wir müssen zeigen, dass $f(a) < f(b)$ ist. Wegen $a < b$ ist auch $5a < 5b$ und $5a - 4 < 5b - 4$. Also ist $f(a) = 5a - 4 < 5b - 4 = f(b)$. Daher ist die Funktion streng monoton wachsend.

421 Mit a und b bezeichnen wir zwei reelle Zahlen, für die $a < b$ gilt. Wir müssen zeigen, dass $f(a) > f(b)$ ist. Wegen $a < b$ ist $-2a > -2b$ und $-2a + 1 > -2b + 1$. Also ist $f(a) = -2a + 1 > -2b + 1 = f(b)$. Daher ist die Funktion streng monoton fallend.

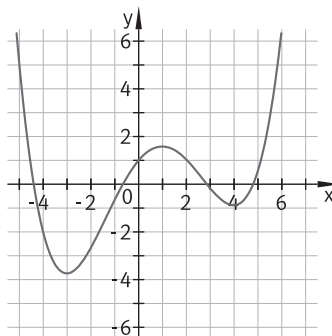
422 Ist die Änderungsrate k der Funktion positiv, so ist die Funktion streng monoton wachsend, denn aus $a < b$ folgt $k \cdot a < k \cdot b$ und somit $k \cdot a + d < k \cdot b + d$.
Ist die Änderungsrate k der Funktion negativ, so ist die Funktion streng monoton fallend, denn aus $a < b$ folgt $k \cdot a > k \cdot b$, da ja k eine negative Zahl ist, und somit $k \cdot a + d > k \cdot b + d$.

ggb/tns 423
g58kk2

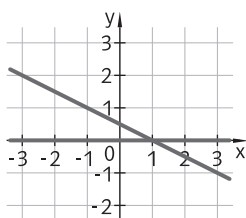
a. $(-\infty; -2]$ und $[4; \infty)$



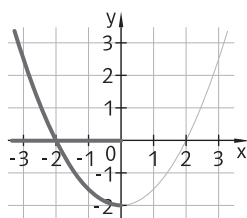
b. $[-3; 1]$ und $[4; \infty)$



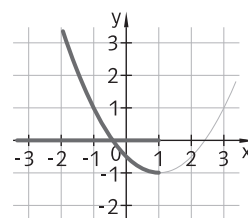
424 a. \mathbb{R}



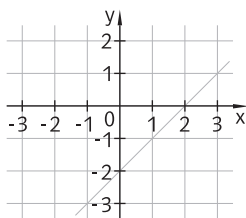
c. \mathbb{R}^-



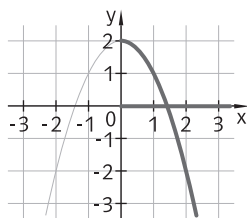
e. $(-\infty; 1]$



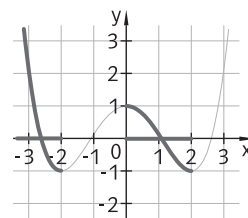
b. die Funktion ist nirgends streng monoton fallend



d. \mathbb{R}^+



f. $(-\infty; -2]$ und $[0; 2]$

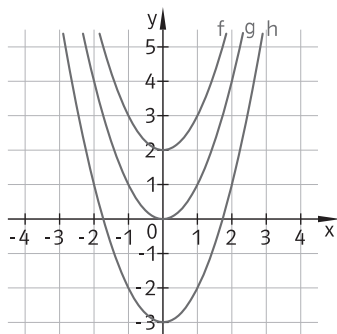


425 **C**, **F**

426

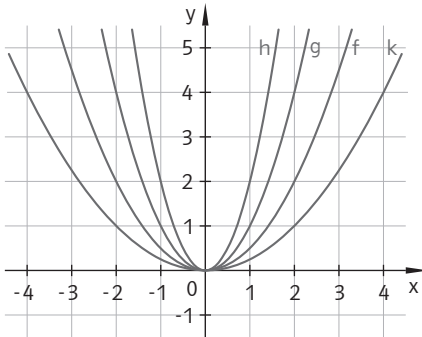
- a. Die Funktion p ist streng monoton wachsend.
- b. Nein, nicht jede streng monoton wachsende Funktion ist linear. Man weiß nur, dass 2 kg Erdäpfel mehr kosten als 1 kg.

428



Um den Graphen von f zu erhalten, müssen wir den Graphen von g so verschieben, dass der Punkt $(0|2)$ in den Punkt $(0|2)$ verschoben wird. Um den Graphen von h zu erhalten, müssen wir den Graphen von g so verschieben, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(0|-3)$ verschoben wird.

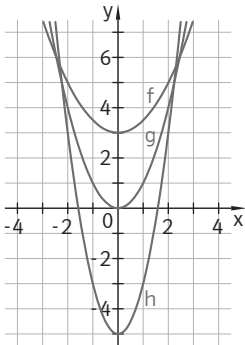
429



Um den Graphen von f zu erhalten, müssen wir die zweite Koordinate jedes Punktes des Graphen von g mit $\frac{1}{2}$ multiplizieren. Um den Graphen von h zu erhalten, müssen wir die zweite Koordinate jedes Punktes des Graphen von g mit 2 multiplizieren. Um den Graphen von k zu erhalten, müssen wir die zweite Koordinate jedes Punktes des Graphen von g mit $0,25$ multiplizieren.

Je größer die positive Zahl ist, mit der g multipliziert wird, desto „schmäler“ bzw. „steiler“ ist der Graph.

430



Den Graphen von f erhält man, indem man zunächst die zweite Koordinate jedes Punktes der Graphen von g mit $\frac{1}{2}$ multipliziert und den so erhaltenen Graphen so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(0|3)$ verschoben wird. Den Graphen von h erhält man, indem man zunächst die zweite Koordinate jedes Punktes der Graphen von g mit 2 multipliziert und den so erhaltenen Graphen so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(0|-5)$ verschoben wird.



431

Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.

- c. Hält man a fest und verändert c , dann wird der Graph entlang der y -Achse verschoben. Hält man c fest und verändert a von -5 bis 5 , dann ist der Graph zuerst „nach unten gekrümmt“, nähert sich immer mehr der Geraden durch $(0|c)$, die parallel zur x -Achse ist, erreicht sie bei $a = 0$ und „krümmt sich dann immer stärker nach oben“.

432 **A, B, C, D**

433 a. D b. A c. B d. C

434 a. $f(x) = -x^2$ c. $f(x) = x^2 - 2$ e. $f(x) = -x^2 + 2$
 b. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$ d. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1$ f. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

436 a. $(0|-5)$ b. $(0|\frac{3}{2})$ c. $(-3|-5)$ d. $(\frac{1}{4}|1)$

437 a. $(0,5|4)$ b. $(-8|-\frac{1}{6})$ c. $(0|1)$

438 **C, D**

439 a. C b. B, C c. A, D d. A, D

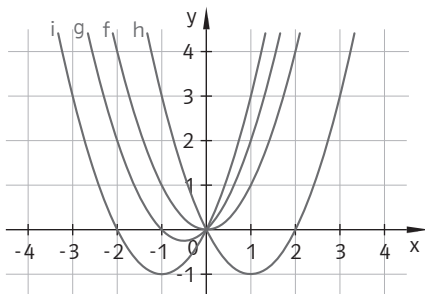
440 a. A, C b. B c. D d. A, B

- 441 a. $f(x) = (x - 4)^2 - 2$
 Man erhält den Graphen von f , indem man den Graphen von g so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(4|-2)$ verschoben wird.
 b. $f(x) = (x + 5)^2 - 3$
 Man erhält den Graphen von f , indem man den Graphen von g so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(-5|-3)$ verschoben wird.

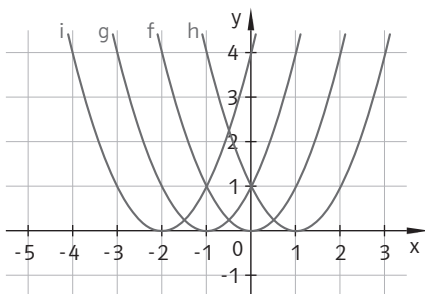
- c. $f(x) = 2(x + 2)^2 + 3$
 Man erhält den Graphen von f , indem man die zweite Koordinaten aller Punkte des Graphen von g mit 2 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(-2|3)$ verschoben wird.
- d. $f(x) = 3(x + 1)^2 + 4$
 Man erhält den Graphen von f indem man die zweite Koordinate aller Punkte des Graphen von g mit 3 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(-1|4)$ verschoben wird.
- e. $f(x) = -(x - 4)^2 - 2$
 Man erhält den Graphen von f indem man die zweite Koordinate aller Punkte des Graphen von g mit -1 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $(4|-2)$ verschoben wird.
- f. $f(x) = \left(4x - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{23}{16}$
 Man erhält den Graphen von f indem die zweite Koordinate aller Punkte des Graphen von g mit 4 multipliziert und dann so verschiebt, dass der Punkt $(0|0)$ in den Punkt $\left(\frac{5}{8} \mid \frac{23}{16}\right)$ verschoben wird.

- 442 a. $(-1|1)$ b. $(4|3)$ c. $\left(\frac{1}{2} \mid \frac{3}{4}\right)$ d. $\left(-1 \mid \frac{1}{2}\right)$

- 443 $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 + x = (x + 0,5)^2 - 0,25$; $h(x) = x^2 - 2x = (x - 1)^2 - 1$; $i(x) = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1$
 Alle vier Graphen verlaufen durch den Ursprung.



- 444 $f(x) = x^2$; $g(x) = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2$; $h(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2$; $i(x) = x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
 Der Scheitel aller vier Graphen befindet sich auf der x -Achse.



- 445 **B**

- 446 a. I. $\left(-\frac{p}{2} \mid q - \frac{p^2}{4}\right)$ II. $\left(-\frac{b}{2a} \mid c - \frac{b^2}{4a}\right)$ b. $(-3|-13)$ c. $\left(-\frac{5}{8} \mid \frac{7}{16}\right)$

- 447 a. C b. A c. B d. D

- 448 a. von oben nach unten: B, C, A, D b. von oben nach unten: C, D, B, A

- 450 a. 6,5 Liter für 100 km b. bei 37,5 km/h mit 3,375 Liter für 100 km

- 451 $x = 2,5$

452 nach 11m eine Höhe von 4,84m

453 61,25m nach 3,5s

455 a. f mit $f(x) = x^2 - 4$; Nullstellen: -2, 2

b. f mit $f(x) = -x^2 + 4$; Nullstellen: -2, 2

c. f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 1$; keine Nullstelle

d. f mit $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$; Nullstelle: 0

456 a. 0

b. 2 und -2

c. $\frac{2}{3}$ und $-\frac{2}{3}$

d. keine Nullstelle

e. $\frac{1}{2}$ und $-\frac{1}{2}$

f. keine Nullstelle

g. 10^2 und -10^2

h. keine Nullstelle

457 a. -3, 1

b. keine Nullstellen

c. -2,56, 1,56

d. -4, 2

e. -8,42, 6,42

f. keine Nullstellen

g. $-1,01 \cdot 10^{-2}$, $9,9 \cdot 10^{-5}$

h. -10^{-6} , 10^{12}

i. keine Nullstellen

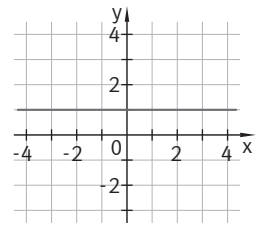
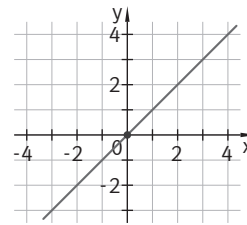
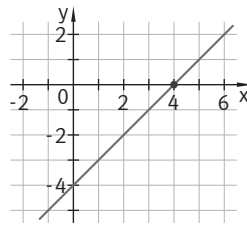
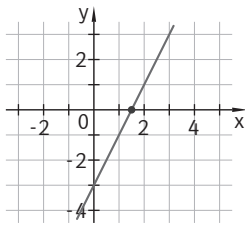
j. keine Nullstellen

458 a. $\frac{3}{2}$

b. 4

c. 0

d. es gibt keine Nullstelle



459 Gesucht ist eine Zahl z mit $f(z) = 0$. Aus $f(z) = kz + d = 0$ folgt $z = -\frac{d}{k}$ für $k \neq 0$.

460 a. zwei Nullstellen, da $f(0)$ negativ ist

b. zwei Nullstellen, da $f(0)$ negativ ist

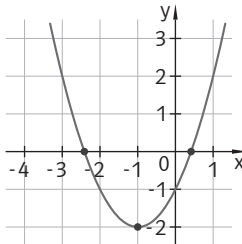
c. keine Nullstelle, da $f(0)$ positiv ist

d. eine Nullstelle, da $f(0) = 0$ ist

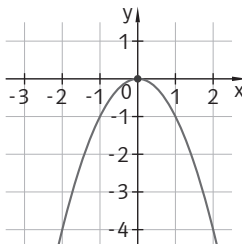


ggb/tns
mx78xb

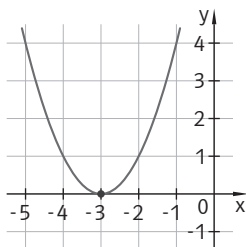
461 a. Schnittpunkte mit der x-Achse: (-2,4|0) und (0,4|0); Scheitel: (-1| -2)



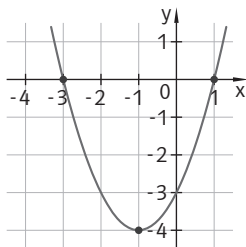
b. Schnittpunkt mit der x-Achse: (0|0); Scheitel: (0|0)



- c. Schnittpunkt mit der x-Achse: $(-3|0)$; Scheitel: $(-3|0)$



- d. Schnittpunkte mit der x-Achse: $(-3|0)$, $(1|0)$; Scheitel: $(-1|-4)$



- 462** zum Beispiel: f mit $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + 2$
- 463** zum Beispiel: f_1 mit $f_1(x) = (x-1)^2$, f_2 mit $f_2(x) = (x-2)^2$, f_3 mit $f_3(x) = x^2$, f_4 mit $f_4(x) = (x+1)^2$, f_5 mit $f_5(x) = (x+2)^2$; allgemein: f mit $f(x) = (x-c)^2$
Der Scheitel liegt jeweils auf der x-Achse, seine erste Komponente ist die einzige Nullstelle.
- 464** a. $f(x) = (x-2)(x+3) = x^2 + x - 6$. Also ist f eine quadratische Funktion.
 $f(2) = (2-2)(2+3) = 0 \cdot 5 = 0$ und $f(-3) = (-3-2)(-3+3) = -5 \cdot 0 = 0$. Also sind 2 und -3 Nullstellen von f .
- b. zum Beispiel: g mit $g(x) = (x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15$
- 465** **B**, **D**
- 466** a. B, C, E b. B, D c. E d. A, F
- 467** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 468** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 469** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 470** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 471** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 472** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 473** Siehe Schulbuch Seite 185.
- 474** Siehe Schulbuch Seite 185.

4.3 Modellieren mit quadratischen Funktionen

- 476 a. f mit $f(x) = x^2 + 2x - 1$ c. f mit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 4$
 b. f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ d. f mit $f(x) = x^2 - \frac{9}{2}x - 1$
- 477 a. f mit $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x + 3$ c. f mit $f(x) = 0$ e. f mit $f(x) = -x$
 b. f mit $f(x) = -\frac{13}{12}x^2 + \frac{5}{12}x + 6,5$ d. f mit $f(x) = -0,3x^2 + 1,1x + 2,4$ f. f mit $f(x) = 5$

-  ggb/tns kw4fi3 478 a. f mit $f(x) = -x^2 + 2x - 3$ c. f mit $f(x) = 2x^2 + 0,5x - 0,5$
 b. f mit $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x - 4$ d. f mit $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x$

479 **B, D**

-  ggb/tns 29r2bg 480 a. f mit $f(x) = x^2 + 5x - 4$ c. f mit $f(x) = -2x^2 - 2x + 2$
 b. f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ d. f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 5$

482 f mit $f(x) = 0,1(x - 10)^2 + 2$ bzw. $f(x) = 0,1x^2 - 2x + 12$


483 f mit $f(x) = x^2 - 2x - 3$

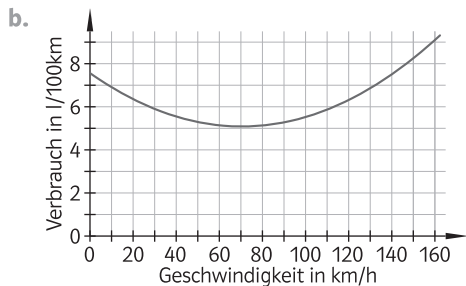
484 f mit $f(x) = -1,5(x - 5)^2 + 6$ bzw. $f(x) = -1,5x^2 + 15x - 31,5$

- 485 a. f mit $f(x) = x^2 - 2x + 3$ c. f mit $f(x) = -2x^2 - x + 7$
 b. f mit $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x + 2$ d. f mit $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - x + \frac{2}{3}$

486 9 cm

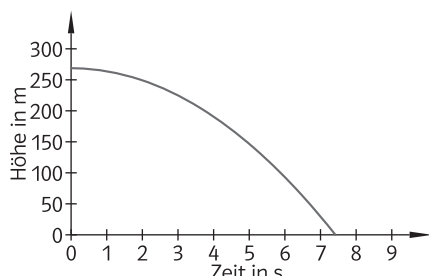
- 487 a. Wählt man für die Berechnung den Koordinatenursprung im Anfangspunkt, so ist $f(x) = \frac{1}{720}x^2 - \frac{1}{6}x$.
 b. 1,53 m, 2,78 m, 3,75 m, 4,44 m und 4,86 m

-  ggb/Link 4x5wa5 488 a. f mit $f(x) = 0,0005x^2 - 0,0704x + 7,5636$



- c. $f(40) = 5,55$ $f(80) = 5,13$ $f(150) = 8,25$
 d. Das Ergebnis ist nicht realistisch. Der minimale Kraftstoffverbrauch liegt normalerweise zwischen 50 km/h und 70 km/h. Hier liegt der Verbrauch bei 80 km/h aber deutlich unter jenem bei 50 km/h.

489 2,48 m

- 490 a.  b. 7,42 s
 c. für die erste Hälfte: 5,25 s;
 für die zweite Hälfte: 2,17 s

492 K mit $K(x) = 0,0014x^2 + 0,164x + 9000$

- 493 I) $100a + 10b + c = 300$
 II) $1225a + 35b + c = 500$
 III) $3600a + 60b + c = 800$

494 a. 10456 € b. 127 Stück

495 a. K mit $K(x) = 40x^2 + 12000x + 80000$ b. 336000 € c. 24 Stück

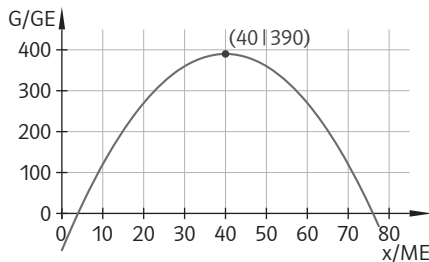
- 497 a. E mit $E(x) = 270x$
 b. G mit $G(x) = -1,2x^2 + 250x - 1500$
 c. Break-Even-Point: 7 Schläger ($x \approx 6,18$), Gewinngrenze: 202 Schläger ($x \approx 202,15$)
 d. 104 Schläger ($x \approx 104,167$), maximaler Gewinn: 11520,80 €



498 a. b. Break-Even-Point: 74,39 ME; Gewinngrenze: 1792,27 ME

- 499 a. G mit $G(x) = -0,1x^2 + 15,5x - 75$
 b. Break-Even-Point: 5 ME; Gewinngrenze: 150 ME
 c. 77,5 ME, 525,625 GE

500 a. K mit $K(x) = 0,3x^2 + 8x + 90$ c. 40 ME, $G_{\max} = 390$ GE
 b. G mit $G(x) = -0,3x^2 + 24x - 90$



- 501 a. K mit $K(x) = 0,5x^2 + 4x + 20$ c. $2 \text{ ME} \leq x \leq 30 \text{ ME}$
 b. G mit $G(x) = -0,5x^2 + 16x - 20$ d. 16 ME, 108 GE

- 502 a. K mit $K(x) = 0,2x^2 + 10x + 30$ b. 510 GE c. maximal 45 ME d. E mit $E(x) = 20x$
 e. f.

g. 25 ME, 95 GE

 ggb/tns 503
y8hi82

B, **C**, **E**

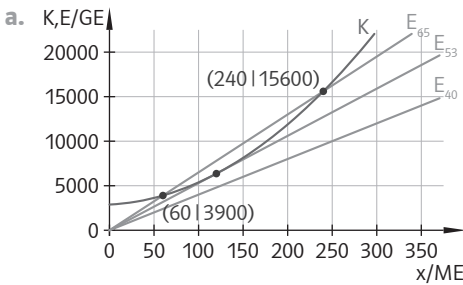
B ist auf \mathbb{R}^+ monoton fallend

C ist im Intervall $[0; 85]$ monoton fallend

E die Fixkosten $K(0)$ wären negativ

- 504
- K mit $K(x) = 0,1x^2 + 10x + 2000$
 - G mit $G(x) = -0,1x^2 + 40x - 2000$
 - Break-Even-Point: 59 Stück; Gewinngrenze: 341 Stück
 - 64 €/Stück

 ggb/tns 505
w72qy7



- Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.
- Bei 65 GE/ME liegt der Break-Even-Point bei 60 ME und die Gewinngrenze bei 240 ME. Bei 40 GE/ME gibt es keinen Gewinnbereich, da der Graph der Erlösfunktion den Graphen der Kostenfunktion nicht schneidet.
- bei einem Preis von 53 GE/ME und einer Produktion von 120 ME
- 85 GE/ME

- 507
- 2,30 €
 - E mit $E(x) = -0,005x^2 + 2,8x$
 - (280 | 392). Das bedeutet, dass man 280 Flaschen verkaufen muss, um den maximalen Erlös von 392 € zu erzielen.
 - 1,40 €

- 508
- 42 €
 - Bei einem Preis von 125 € erzielt man den maximalen Erlös von 3125 €.

- 509
- p mit $p(x) = -0,01x + 3,8$
 - E mit $E(x) = -0,01x^2 + 3,8x$
 - Bei einem Preis von 1,90 € verkauft man 190 Eistüten und erzielt damit den maximalen Erlös von 361 €.

510 Siehe Schulbuch Seite 185.

511 Siehe Schulbuch Seite 185.

512 Siehe Schulbuch Seite 185.

513 Siehe Schulbuch Seite 185.

4.4 Polynomfunktionen

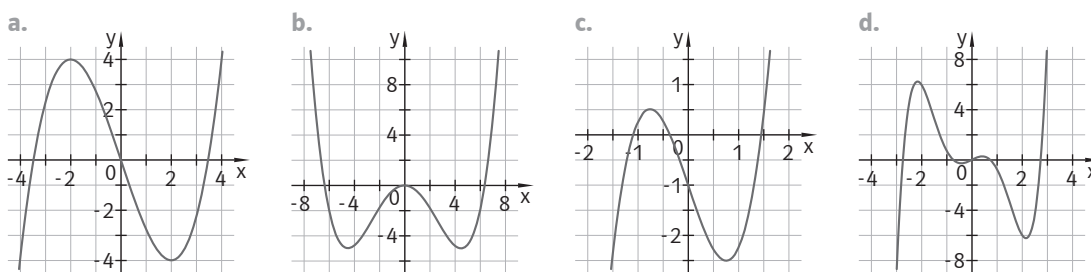
- 515 a. Grad: 3; $c_3 = \frac{1}{4}$; $c_2 = 0$; $c_1 = -3$; $c_0 = 0$
 b. Grad: 4; $c_4 = \frac{1}{80}$; $c_3 = 0$; $c_2 = -\frac{1}{2}$; $c_1 = 0$; $c_0 = 0$
 c. Grad: 3; $c_3 = \frac{7}{4}$; $c_2 = 0$; $c_1 = -3$; $c_0 = -1$

- 516 a. Grad: 3; Leitkoeffizient: 2
 b. Grad: 4; Leitkoeffizient: 24
 c. Grad: 2; Leitkoeffizient: -299628
 d. Grad: 2; Leitkoeffizient: 49380

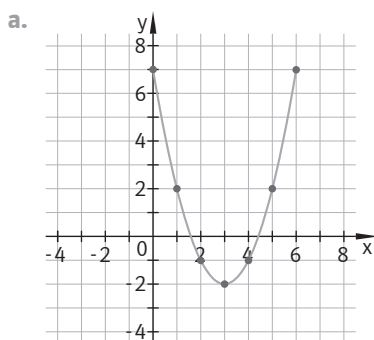
- 517 a. 2709 b. 469 c. -3 d. 501



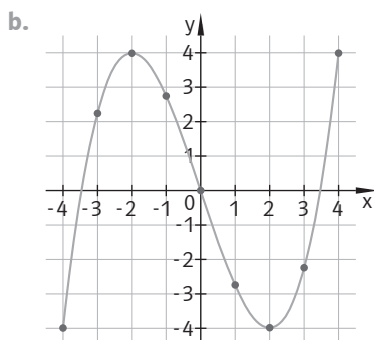
518



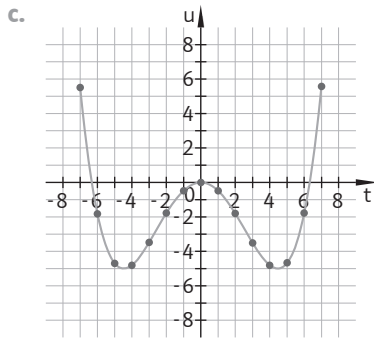
519



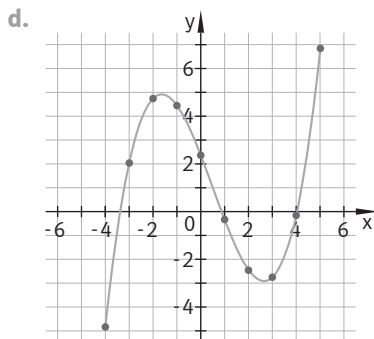
x	$x^2 - 6x + 7$
0	7
1	2
2	-1
3	-2
4	-1
5	2
6	7



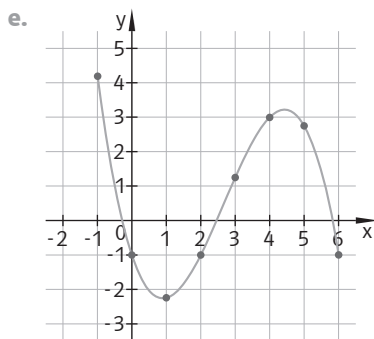
x	$\frac{x^3}{4} - 3x$
-4	-4
-3	2,25
-2	4
-1	2,75
0	0
1	-2,75
2	-4
3	-2,25
4	4



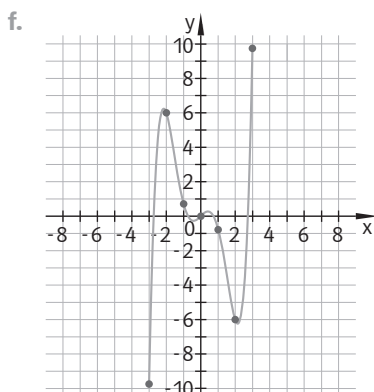
t	$\frac{t^4}{80} - \frac{t^2}{2}$
-7	5,51
-6	-1,80
-5	-4,69
-4	-4,80
-3	-3,49
-2	-1,80
-1	-0,49
0	0
1	-0,49
2	-1,80
3	-3,49
4	-4,80
5	-4,69
6	-1,80
7	5,51



x	$0,2x^3 - 0,3x^2 - 2,6x + 2,35$
-4	-4,85
-3	2,05
-2	4,75
-1	4,45
0	2,35
1	-0,35
2	-2,45
3	-2,75
4	-0,05
5	6,85



w	$-\frac{w^3}{4} + 2w^2 - 3w - 1$
-1	4,25
0	-1
1	-2,25
2	-1
3	1,25
4	3
5	2,75
6	-1



x	$\frac{x^5}{4} - 2x^3 + x$
-3	-9,75
-2	6
-1	0,75
0	0
1	-0,75
2	-6
3	9,75

- 520 a. $((5x-3)x-2)x+4 = ((5x^2-3x-2)x+1)x+4 = (5x^3-3x^2-2x+1)x+4 = 5x^4-3x^3-2x^2+x+4$
 b. $((2x+1)x-5)x+2 = ((2x^2+x-5)x+2)x-3 = (2x^3+x^2-5x+2)x-3 = 2x^4+x^3-5x^2+2x-3$

521 Die Berechnung von $((5x-3)x-2)x+4$ erfordert nur 4 Multiplikationen, nämlich $5 \cdot x$, $(5x-3) \cdot x$, $((5x-3)x-2) \cdot x$, und $((5x-3)x-2)x+4$. Die direkte Berechnung von $5x^4-3x^3-2x^2+x+4$ erfordert mindestens 6, nämlich $x \cdot x$, $x^2 \cdot x$, $x^3 \cdot x$, $5 \cdot x^4$, $3 \cdot x^3$ und $2 \cdot x^2$.



- 522 a./b. Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.
 c. Verändert man a, so werden die zweiten Koordinaten aller Punkte des Graphen von f mit derselben Zahl multipliziert. Die Nullstellen bleiben dabei unverändert.
 d. Die Schnittpunkte des Graphen von f mit der x-Achse sind $(r|0)$, $(s|0)$ und $(t|0)$ (r, s und t sind die Nullstellen von f). Die Zahl a hat keinen Einfluss auf diese Punkte.

- 524 a. -5, -3, 4 b. $-4, -\sqrt{2}, \sqrt{2}$ c. -2, 0, 1 d. -4, -3, 4, 1

- 525 a. -3, -1, 2 b. $-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}, \frac{4}{3}, 0$ c. $-\frac{2}{3}, 7$ d. $\frac{3}{2}$

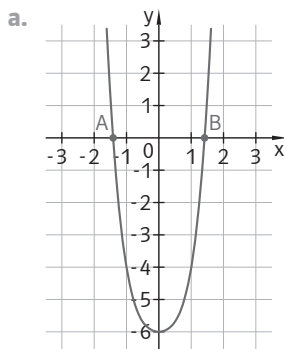
526 **B**, **E**

- 527 a. I. -2, 1, 3 II. -3, -1, 2, 3 III. -3, -2, 0, 2, 4
 b. I. mindestens Grad 3 II. mindestens Grad 4 III. mindestens Grad 5

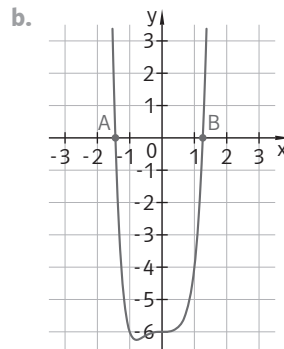
Der Graph einer Polynomfunktion vom Grad n hat höchstens n Nullstellen.



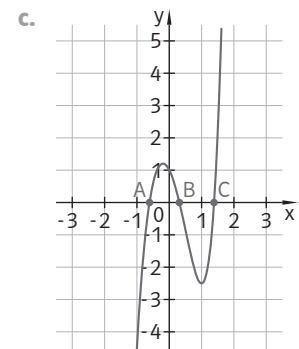
528



2 Nullstellen



2 Nullstellen



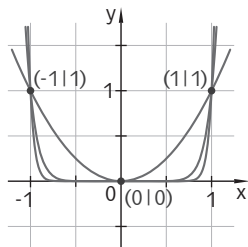
3 Nullstellen

- 530 a. zum Beispiel: $x^3(x-1)(x-2) = x^5 - 3x^4 + 2x^3$ oder $(x-1)^3(x-2)(x-3) = x^5 - 8x^4 + 24x^3 - 34x^2 + 23x - 6$ oder $(x-2)^3(x+2) = x^5 - 4x^4 + 16x^2 - 16x$
 b. zum Beispiel: $x^4 + 10x^3 + 35x^2 + 50x + 24$ oder $x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24$ oder $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$
 c. zum Beispiel: $x^2 + 1$ oder $x^2 + 2$ oder $x^2 - 4x + 5$

531 —

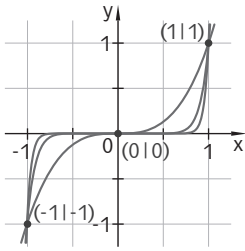


532



Alle drei Potenzfunktionen sind auf \mathbb{R}^- monoton fallend und auf \mathbb{R}^+ monoton wachsend. Alle drei haben nur eine Nullstelle, nämlich 0, alle drei sind gerade. Die drei Graphen sind verschieden „steil“, für $-1 < x < 1$ ist $h(x) < g(x) < f(x)$, für $x > 1$ ist $f(x) < g(x) < h(x)$.

 ggb/tns 533
hw8bg6

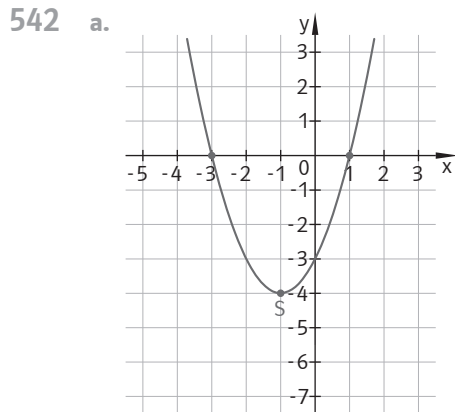


Alle drei Potenzfunktionen sind auf ganz \mathbb{R} monoton wachsend.
 Alle drei haben nur eine Nullstelle, nämlich 0, alle drei sind ungerade.
 Die drei Graphen sind verschieden „steil“, für $0 < x < 1$ ist $h(x) < g(x) < f(x)$, für $x > 1$ ist $f(x) < g(x) < h(x)$.

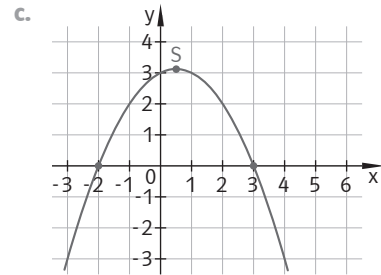
- 534 a. f hat den größeren Grad b. f hat den größeren Grad c. g hat den größeren Grad
- 535 a. ungerade b. gerade c. gerade d. ungerade
- 536 a. D b. C
- 537 Siehe Schulbuch Seiten 185 und 186.
- 538 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 539 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 540 Siehe Schulbuch Seite 186.

Zusammenfassende Aufgaben

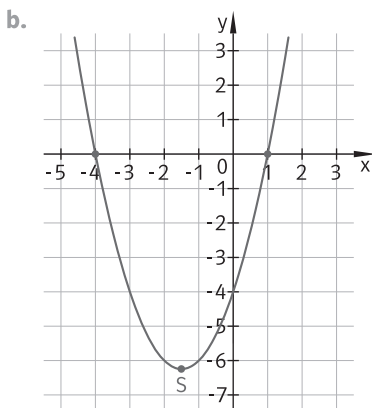
- 541 a. lineare Funktion f mit $f(x) = 2x - 5$
 b. konstante Funktion f mit $f(x) = -2$
 c. quadratische Funktion f mit $f(x) = 0,5x^2 + 1$
 d. quadratische Funktion f mit $f(x) = -(x - 1)^2 = -x^2 + 2x - 1$
 e. quadratische Funktion f mit $f(x) = -(x + 2)(x - 1) = -x^2 - x + 2$
 f. lineare Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$



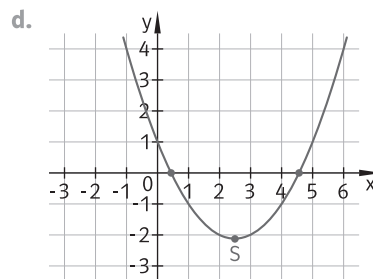
Scheitel: $(-1 | -4)$; Nullstellen: $-3, 1$



Scheitel: $(0,5 | 3,125)$; Nullstellen: $-2, 3$

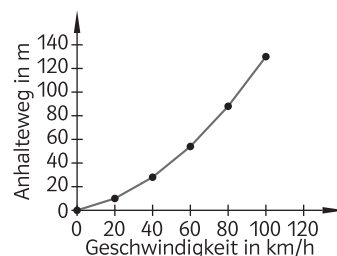


Scheitel: $(-1,5 | -6,25)$; Nullstellen: $-4, 1$



Scheitel: $(2,5 | -2,125)$; Nullstellen: $0,438, 4,562$

- 543 a. Für jede Geschwindigkeit gibt es einen zugehörigen Anhalteweg. Die Funktion ist wachsend, da eine Erhöhung der Geschwindigkeit stets auch eine Erhöhung des Anhalteweges bewirkt.
 b. ca. 18 m
 c. ca. 50 km/h



- 544 a. 120 ME
 b. 105 ME
 c. 60 ME
 d. Break-Even-Point: 40 ME; Gewinngrenze: 110 ME
 e. bei 75 ME, 122,5 GE

- 545 a. $\{-13; 7\}$ c. $\{5; 9\}$ e. $\{-8; -3\}$ g. $\{9,36; 320,64\}$
 b. $\{-12; 4\}$ d. $\{-13; 21\}$ f. $\{-9; 10\}$ h. $\{-9; 1\}$

546 A auf ganz \mathbb{R} , C auf \mathbb{R}^+ , E auf \mathbb{R}^-

547 C

548 B, E, H

549 a. 2,30s b. 1,62s und 0,68s c. 0,17s

550 a. K mit $K(x) = 0,02x^2 + 5,8x + 450$ b. 1134 GE

551 a. 6,25 b. 6 und -6

552 12 bzw. -17 ; Gleichung $x(x + 5) = 204$

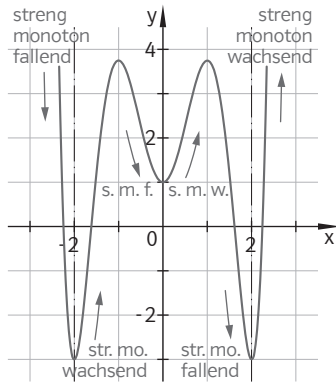
553 zum Beispiel: f mit $f(x) = (x + 5)^2(x - 2)$ oder g mit $g(x) = (x + 5)(x - 2)^2$ oder h mit $h(x) = 2(x + 5)^2(x - 2)$

554 22 Personen; 25 €

ggb/tns 555
bw6b7e

a. $(-\infty; -2], [-1; 0], [1; 2]$

b. $[-2; -1], [0; 1], [2; \infty)$



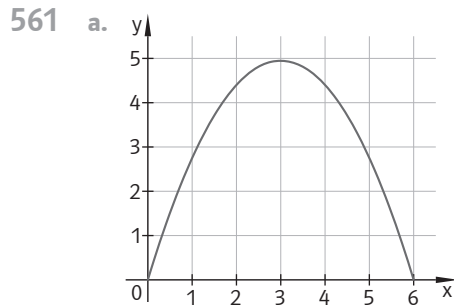
556 $p(2) = -p(-2)$ bedeutet, dass die $2^n = -(-2)^n = -(-1)^n 2^n$ sein muss, wobei n der Grad der Potenzfunktion ist. Daher ist $(-1)^n = -1$, also muss n ungerade sein.

557 **D, E, F**

558 f mit $f(x) = 0,5(x - 8)^2 - 5 = 0,5x^2 - 8x + 27$

559 $(0,75 | 2,75)$

560 a. 23 m b. 6,61 m



b. 6 m c. 4,64 m d. 4,95 m e. ja

562 a. Weil bei den ersten 100 ME der Kostenzuwachs nur 1000 GE beträgt und bei den zweiten 100 ME bereits 4400 GE.

b. K mit $K(x) = 0,02x^2 + 8x + 4500$

c. 150 ME

d. Bei 825 ME, der Gewinn beträgt dann 9112,5 GE.

563 I) $a + b + c = 2,4$

II) $16a + 4b + c = -6,6$

III) $25a + 5b + c = -8$

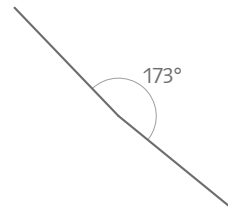
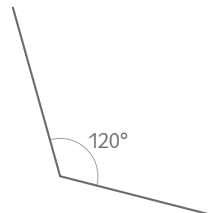
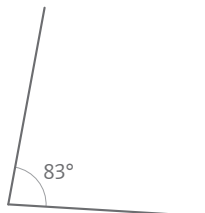
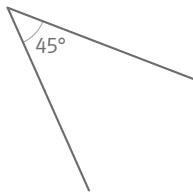
5 Winkelfunktionen

5.1 Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck

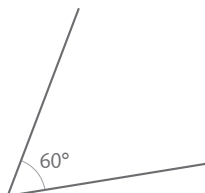
- 565 a. $25,50^\circ$ c. $151,9028^\circ$ e. $179,3942^\circ$ g. $8,9397^\circ$
 b. $63,25^\circ$ d. $70,1344^\circ$ f. $88,945^\circ$ h. $12,635^\circ$
- 567 a. $75^\circ 30'$ c. $11^\circ 7' 12''$ e. $96^\circ 53' 24''$ g. $8^\circ 9' 25''$
 b. $45^\circ 12' 0''$ d. $47^\circ 13' 48''$ f. $115^\circ 20' 24''$ h. $98^\circ 40' 31''$



- 568 a. c. e. g.



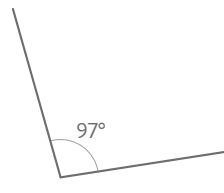
b.



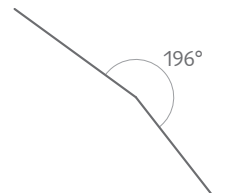
d.



f.



h.



- 569 a. 45° ; spitzer Winkel b. 34° ; spitzer Winkel c. 120° ; stumpfer Winkel
- 571 a. $\frac{1}{2}\pi$ c. $\frac{1}{4}\pi$ e. $0,0544\pi$ g. $0,2755\pi$
 b. π d. $\frac{1}{3}\pi$ f. $0,8787\pi$ h. $0,3711\pi$
- 573 a. $90^\circ 0' 0''$ c. $135^\circ 0' 0''$ e. $32^\circ 19' 14''$ g. $86^\circ 3' 50''$
 b. $30^\circ 0' 0''$ d. 180° f. $51^\circ 17' 28''$ h. $157^\circ 5' 57''$
- 575 a. $98^\circ 43' 18''$ b. $1^\circ 40' 58''$ c. $44,24^\circ$ d. $29,26^\circ$ e. $0,02\text{rad}$ f. $0,39\text{rad}$

576 Die Winkelsumme im Dreieck ist 180° . Wenn zwei Winkel größer als 90° sind, dann ist ihre Summe bereits größer als 180° und das ist für ein Dreieck nicht möglich. Daher kann höchstens ein Winkel größer als 90° sein.

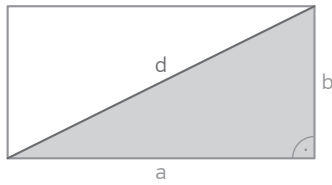
577 $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ \quad | - 90^\circ$
 $\alpha + \beta = 90^\circ$

- 578 a. $a \approx 5,5\text{cm}$, $\beta \approx 38^\circ$, $\gamma \approx 84^\circ$ c. $a \approx 5,6\text{cm}$, $b \approx 3,6\text{cm}$, $\gamma = 78^\circ$
 b. $b \approx 7,6\text{cm}$, $\alpha \approx 55^\circ$, $\gamma \approx 45^\circ$ d. $b \approx 5,7\text{cm}$, $c \approx 5,9\text{cm}$, $\alpha = 49^\circ$

- 579 a. $h_c \approx 5,4\text{cm}$, $A \approx 13,5\text{cm}^2$ c. $h_c \approx 3,29\text{cm}$, $A \approx 9,87\text{cm}^2$
 b. $h_c \approx 6,2\text{cm}$, $A \approx 17,05\text{cm}^2$ d. $h_a \approx 5,25$, $A \approx 12,60\text{cm}^2$

- 581 a. 4m b. 5m c. 3m d. $10\sqrt{5}\text{m}$ e. $2,50\text{m}$ f. $16,221\text{m}$

582 Die Länge der Diagonale ist $\sqrt{a^2 + b^2}$.



583 **A**, **B**, **C** Das folgt aus dem Satz von Pythagoras, weil bei **A**, **B** und **C** jeweils $a^2 + b^2 = c^2$ ist.

584 7,7m

585 a. 7 Sekunden b. ca. 27 Sekunden

586 13 Meilen

587 a. Ca. 10 000 km, weil die Erde annähernd die Form einer Kugel hat (siehe auch **b.**).
 b. Die Erde ist (annähernd) eine Kugel mit einem Umfang von ca. 40 000 km. Der Endpunkt des angegebenen Weges ist der Südpol. Dieser ist von jedem Punkt des Äquators annähernd 10 000 km entfernt. Auf einem Globus kann man das einfach nachvollziehen. Bei Berechnungen mit relativ kleinen Entfernungen wie in Aufgabe 586 (und wenn das Segelboot weit von Nord- und Südpol entfernt ist) kann man annehmen, dass man sich auf einer Ebene befindet.

588 Die beiden abgebildeten „großen“ Quadrate haben denselben Flächeninhalt (und zwar $(a + b)^2$). Die blauen Flächen haben in beiden Quadraten offensichtlich den gleichen Flächeninhalt (und zwar 4-mal $\frac{a \cdot b}{2}$), daher müssen auch die grünen Flächen den gleichen Inhalt haben, also muss $a^2 + b^2 = c^2$ sein.

590 a. $b = 13,5$ cm, $c = 22,5$ cm c. $a \approx 152,70$ cm, $c \approx 196,33$ cm
 b. $a \approx 11,52$ dm, $b \approx 9,60$ dm d. $a \approx 2,68$ m, $b \approx 14,76$ m

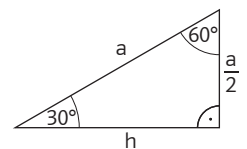
591 $a = 21$ cm, $b = 28$ cm, $c = 35$ cm

592 $a \approx 91,29$ cm, $b \approx 219,09$ cm, $c \approx 237,35$ cm

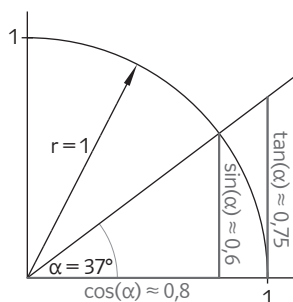
593 $2468,1 \text{ cm}^2$

594 a. Breite: 42,67 cm, Höhe: 32,00 cm, Flächeninhalt: $1365,4 \text{ cm}^2$
 b. Breite: 43,93 cm, Höhe: 24,71 cm, Flächeninhalt: $1085,5 \text{ cm}^2$

596 a. $\sin(30^\circ) = \frac{a}{a} = \frac{1}{2}$ c. $\cos(30^\circ) = \frac{h}{a} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$
 b. $\cos(60^\circ) = \frac{a}{a} = \frac{1}{2}$ d. $\tan(60^\circ) = \frac{h}{\frac{a}{2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3}$



597 a. $\sin(37^\circ) \approx 0,60$; $\cos(37^\circ) \approx 0,80$; $\tan(37^\circ) \approx 0,75$



b. $\sin(55^\circ) \approx 0,82$; $\cos(55^\circ) \approx 0,57$; $\tan(55^\circ) \approx 1,43$
 c. $\sin(28^\circ) \approx 0,47$; $\cos(28^\circ) \approx 0,88$; $\tan(28^\circ) = 0,53$

- f. $\sin(\alpha) = 0,350$; $\cos(\alpha) = 0,937$; $\tan(\alpha) = 0,374$
- g. $\sin(\alpha) = 0,653$; $\cos(\alpha) = 0,757$; $\tan(\alpha) = 0,862$
- h. $\sin(\alpha) = 0,944$; $\cos(\alpha) = 0,331$; $\tan(\alpha) = 2,849$

 ggb/xls/tns **609**
b89a76

	sin	tan
a.	0,001999998	0,002000002
b.	0,053973759	0,054052549
c.	0,12269009	0,123624065
d.	0,98544973	5,797883715
e.	0,998710144	19,66952782
f.	0,999999682	1255,765591

Für sehr kleine Zahlen x ist $\sin(x) \approx \tan(x) \approx x$ (siehe a. – c.), für größere Zahlen x ist das nicht der Fall (siehe d. – f.).

611

	a.	b.	c.	d.	e.
a	10,18 cm	9 cm	63,03 mm	16,75 dm	605 mm
b	6,36 cm	6,07 cm	156 mm	5,51 dm	507,66 mm
c	12 cm	10,86 cm	168,25 mm	17,63 dm	789,77 mm
α	58°	56°	22°	71°48'	0,89 rad
β	32°	34°	68°	18°12'	0,70 rad

613 Längen in cm; Fläche in cm^2

	a.	b.	c.	d.	e.	f.
a	14,00	11,00	5,00	7,77	11,00	4,00
b	12,00	15,00	12,00	14,54	6,00	3,00
c	18,44	18,60	13,00	16,49	12,53	5,00
α	49,40	36,25	22,62	28,12	61,39	53,13
β	40,60	53,75	67,38	61,88	28,61	36,87
Flächeninhalt	84,00	82,50	30,00	56,49	33,00	6,00

- 614** a. $c = 91,92 \text{ cm}$; $\alpha = \beta = 45^\circ$
- b. $c = 87,66 \text{ cm}$; $\alpha = 27,15^\circ$; $\beta = 62,85^\circ$
- c. $c = 85,59 \text{ cm}$; $\alpha = 83,29^\circ$; $\beta = 6,71^\circ$
- d. $c = 92,11 \text{ cm}$; $\alpha = 20,99^\circ$; $\beta = 69,01^\circ$
- e. $c = 91,08 \text{ cm}$; $\alpha = 81,16^\circ$; $\beta = 8,84^\circ$
- f. $c = 764,51 \text{ cm}$; $\alpha = 19,05^\circ$; $\beta = 70,95^\circ$
- g. $c = 293,07 \text{ cm}$; $\alpha = 17,43^\circ$; $\beta = 72,57^\circ$
- h. $c = 705,71 \text{ cm}$; $\alpha = 87,67^\circ$; $\beta = 2,33^\circ$
- i. $c = 942 \text{ cm}$; $\alpha = 73,83^\circ$; $\beta = 16,17^\circ$
- j. $c = 1192,93 \text{ cm}$; $\alpha = 41,06^\circ$; $\beta = 48,94^\circ$

Wären die Längen in Zoll oder in Meter gegeben, würden sich zwar die Einheiten ändern, nicht jedoch die Zahlen.

 ggb/xls **615**
zy2mh2

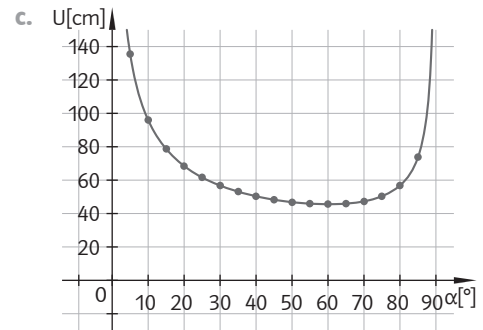
Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.

617

	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.	h.
a (in cm)	13,00	7,00	11,00	11,37	8,18	16,76	12,42	10,39
c (in cm)	15,00	13,00	18,00	4,62	10,75	10,41	11,44	12,18
α (in Grad)	54,77	21,79	35,10	78,28	48,92	71,91	62,58	54,12
γ (in Grad)	70,47	136,42	109,80	23,44	82,16	36,19	54,84	71,77
Höhe h (in cm)	10,62	2,60	6,32	11,13	6,17	15,93	11,02	8,42
Höhe h_a (in cm)	12,25	4,82	10,35	4,52	8,10	9,90	10,15	9,87
Flächeninhalt (in cm^2)	79,64	16,89	56,92	25,72	33,16	82,92	63,06	51,27

 ggb/xls
y8q4s4 **618**

Winkel α in $^\circ$	a.		b.
	c in cm	h in cm	Umfang in cm
5	67,62	2,96	135,49
10	47,63	4,20	95,99
15	38,64	5,18	78,64
20	33,15	6,03	68,43
25	29,29	6,83	61,60
30	26,32	7,60	56,71
35	23,90	8,37	53,08
40	21,83	9,16	50,34
45	20,00	10,00	48,28
50	18,32	10,92	46,82
55	16,74	11,95	45,91
60	15,20	13,16	45,59
65	13,66	14,64	45,97
70	12,07	16,58	47,34
75	10,35	19,32	50,35
80	8,40	23,81	56,76
85	5,92	33,81	73,79



- d. für das gleichseitige Dreieck mit Seitenlänge 15,20
- e. nein, es ändert sich nichts bezüglich α

619 a. 7,5 cm

b. $59,85^\circ$

620 49355 m

621 $4,48^\circ$

623 a. $36,87^\circ$

b. 45°

c. $59,53^\circ$

624 a. 5,7%

b. 7,9%

c. 6,3%

d. 14,7%

625 45° . Eine Steigung von 100% liegt vor, wenn die Änderungsrate 1 ist. Die beiden Katheten des Steigungsdreiecks müssen dann gleich lang sein. Die beiden spitzen Winkel eines gleichschenkeligen rechtwinkligen Dreiecks sind stets 45° .

626 $6,8^\circ$

627 $8,0^\circ$

628 Steigung: 20,48%, Steigungswinkel: $11,58^\circ$

629 $40,36^\circ$

- 630 6m
- 631 48,3cm
- 632 a. 457,62m
b. Die Aussage stimmt nicht. Je größer der Steigungswinkel ist, desto kleiner ist die Mindestlänge.
- 633 a. 11,38m b. 33,7%
- 634 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 635 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 636 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 637 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 638 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 639 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 640 Siehe Schulbuch Seite 186.
- 641 Siehe Schulbuch Seite 186.

5.2 Die Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktion

- 643 a. 0,5 c. -0,82 e. -0,5 g. -0,84
b. 0,97 d. 0,71 f. 0,99 h. 0,47
- 644 a. I. und II. Quadrant e. II. und III. Quadrant
b. III. und IV. Quadrant f. I. und III. Quadrant
c. I. und IV. Quadrant g. I. und III. Quadrant
d. II. und III. Quadrant h. II. und IV. Quadrant
- 645 a. 17,5°; 162,5° d. 239,3°; 300,7° g. 131,3°; 228,7° j. 50,9°; 230,9°
b. 46,9°; 133,1° e. 54,5°; 305,5° h. 156,9°; 203,1° k. 160,7°; 340,7°
c. 208,7°; 331,3° f. 80,2°; 279,8° i. 26,6°; 206,6° l. 131,3°; 311,3°

646

	α	β mit $\sin(\beta) = \sin(\alpha)$	γ mit $\cos(\gamma) = \cos(\alpha)$	δ mit $\tan(\delta) = \tan(\alpha)$
a.	70°	110°	290°	250°
b.	117°	63°	243°	297°
c.	234°	306°	126°	54°
d.	341°	199°	19°	161°

- 647 a. $\cos(45^\circ) = \sin(45^\circ)$ d. $\sin(220^\circ) < \tan(220^\circ)$ g. $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) > \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$
b. $\sin(60^\circ) > \cos(60^\circ)$ e. $\sin(\pi) > \cos(\pi)$ h. $\tan(2\pi) > \cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$
c. $\tan(35^\circ) > \sin(35^\circ)$ f. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$ i. $\cos(100^\circ) = \sin(190^\circ)$
- 648 a. 5,74° und 174,26° e. 66,42° und 293,58° i. 38,66° und 218,66°
b. 342,54° und 197,46° f. 107,46° und 252,54° j. 283,39° und 103,39°
c. 64,16° und 115,84° g. 154,16° und 205,84° k. 54,56° und 234,46°
d. 270° h. 60° und 300° l. 315° und 135°

649 **B, C**

A ist nicht richtig, weil zum Beispiel $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -1$ ist.

B ist richtig, weil für alle Winkel α gilt: $-1 \leq \sin(\alpha) \leq 1$

C ist richtig, weil für alle α gilt: $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$

D ist nicht richtig, weil zum Beispiel $\cos(0) = 1$ und $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ ist.

E ist nicht richtig, weil zum Beispiel $\cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\pi) = -1$ ist.

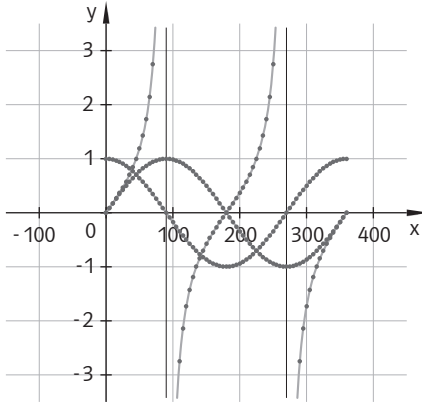
650 a. Tangens

b. Cosinus

c. Sinus



651



652 Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.

653 —

654 Siehe Schulbuch Seite 186.

655 Siehe Schulbuch Seite 186.

656 Siehe Schulbuch Seite 186.

5.3 Dreiecke und Vermessungsaufgaben

658 a. Sinussatz: $\frac{\sin(\delta)}{y} = \frac{\sin(\gamma)}{z} = \frac{\sin(\epsilon)}{x}$; Cosinussatz: $x^2 + y^2 - 2xy \cos(\gamma) = z^2$

b. Sinussatz: $\frac{\sin(\delta)}{a} = \frac{\sin(\mu)}{b} = \frac{\sin(\epsilon)}{c}$; Cosinussatz: $a^2 + b^2 - 2ab \cos(\epsilon) = c^2$

c. Sinussatz: $\frac{\sin(\alpha)}{l} = \frac{\sin(\beta)}{m} = \frac{\sin(\gamma)}{k}$; Cosinussatz: $k^2 + l^2 - 2kl \cos(\beta) = m^2$

659 **C, D, G**



660 Für jedes Dreieck sind die drei Quotienten gleich.

661 —

662 Mit γ bezeichnen wir den rechten Winkel. Dann besagt der Cosinussatz $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos(\gamma)$. Da $\cos(\gamma) = 0$ ist, wenn $\gamma = 90^\circ$ ist, gilt somit $c^2 = a^2 + b^2$. Das ist der Satz von Pythagoras.

663 Die Behauptung ist falsch. Für die Herleitung des Sinussatzes haben wir keine speziellen Bedingungen an die Winkel gestellt. Für rechtwinkelige Dreiecke kann man den Sinussatz sogar besonders einfach herleiten: Bezeichnen wir mit γ den rechten Winkel, dann ist $\sin(\gamma) = 1$.

Nach Definition ist $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ und $\sin(\beta) = \frac{b}{c}$, also ist $\frac{\sin(\alpha)}{a} = \frac{\sin(\beta)}{b} = \frac{1}{c} = \frac{\sin(\gamma)}{c}$.

668 a. Cosinussatz

c. Sinussatz

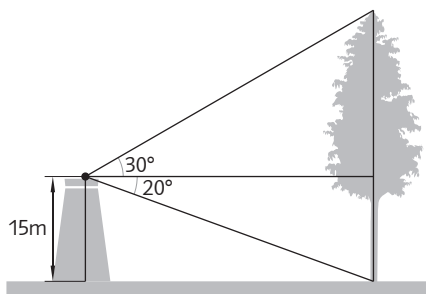
e. Sinussatz

b. Cosinussatz

d. Cosinussatz

f. Sinussatz

681 a.



b. 38,79 m

c. Der Baumwipfel erscheint unter einem kleineren Winkel, weil im entsprechenden rechtwinkligen Dreieck die Ankathete länger und damit das Verhältnis zwischen Gegenkathete und Ankathete kleiner wird. Somit wird auch der Tangens des Winkels und auch der Winkel kleiner.

682 a. 257,69 m

b. 160,33 m

c. Die Aussage stimmt nicht, weil der Springer oberhalb der Wasseroberfläche steht und somit das Spiegelbild zwar genauso weit horizontal als auch vertikal vom Springer entfernt ist. Der Ballon selbst ist aber weniger weit horizontal als vertikal entfernt.

684 1347,55 m

685 2873 m

686 1979 m

687 577,82 m

688 268 m

689 Siehe Schulbuch Seite 186.

690 Siehe Schulbuch Seite 186.

691 Siehe Schulbuch Seite 186.

692 Siehe Schulbuch Seite 186.

Zusammenfassende Aufgaben

693 a. $7,97^\circ$

b. 42,45%

694 Es ist möglich. Wenn die Ränder des Grundstückes gerade und an gegenüberliegenden Seiten gleich lang sind, dann kann Herr Schneider die Diagonale des Grundstückes messen. Wenn diese 30 m lang ist, dann gilt der Satz von Pythagoras und damit ist das Grundstück rechtwinklig.

695 a. $c = 6,40 \text{ cm}$, $\alpha = 38,66^\circ$, $\beta = 51,34^\circ$ e. $b = 4,62 \text{ cm}$, $c = 9,24 \text{ cm}$, $\beta = 30,00^\circ$ b. $c = 7,08 \text{ cm}$, $\alpha = 36,38^\circ$, $\beta = 53,62^\circ$ f. $b = 8,70 \text{ cm}$, $c = 11,36 \text{ cm}$, $\alpha = 40,00^\circ$ c. $b = 16,09 \text{ cm}$, $\alpha = 42,99^\circ$, $\beta = 47,01^\circ$ g. $a = 2,98 \text{ cm}$, $c = 6,34 \text{ cm}$, $\beta = 62,00^\circ$ d. $a = 5,92 \text{ cm}$, $\alpha = 39,05^\circ$, $\beta = 50,95^\circ$ h. $a = 13,71 \text{ cm}$, $c = 16,74 \text{ cm}$, $\alpha = 55,00^\circ$ 696 $b = 7 \text{ cm}$; $c = 20,25 \text{ cm}$; $\alpha = 20,22^\circ$; $\beta = 69,78^\circ$

697 22% (entspricht der Steigung der steilsten Straße in Deutschland, der Herrenstraße in St. Andreasberg)

- 698 a. $\sin(30^\circ) < \sin(60^\circ)$ e. $\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ)$ i. $\cos(5^\circ) > \sin(80^\circ)$
 b. $\cos(20^\circ) > \cos(70^\circ)$ f. $\tan(45^\circ) = \sin(90^\circ)$ j. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) < \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$
 c. $\tan(10^\circ) < \tan(50^\circ)$ g. $\tan(60^\circ) > \sin(60^\circ)$ k. $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$
 d. $\cos(30^\circ) > \sin(30^\circ)$ h. $\cos(10^\circ) < \tan(50^\circ)$ l. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) > \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$

 ggb/xls
x5a6xc 699

vertikale Höhe in cm	horizontaler Platzbedarf in cm	vertikale Höhe in cm	horizontaler Platzbedarf in cm
5	83,33	105	1750,00
10	166,67	110	1833,33
15	250,00	115	1916,67
20	333,33	120	2000,00
25	416,67	125	2083,33
30	500,00	130	2166,67
35	583,33	135	2250,00
40	666,67	140	2333,33
45	750,00	145	2416,67
50	833,33	150	2500,00
55	916,67	155	2583,33
60	1000,00	160	2666,67
65	1083,33	165	2750,00
70	1166,67	170	2833,33
75	1250,00	175	2916,67
80	1333,33	180	3000,00
85	1416,67	185	3083,33
90	1500,00	190	3166,67
95	1583,33	195	3250,00
100	1666,67	200	3333,33

- 700 $\omega = 37,34^\circ$, $\sigma = 55,15^\circ$, $\tau = 87,51^\circ$, $h_n = 13,95$ cm
- 701 Böschungswinkel: $0,43^\circ$; Entfernung: 800,02 km
- 702 Länge der Verbindungsstraße: 265,50 m; Winkel mit Grenzgasse: $61,66^\circ$;
Winkel mit Wienerweg: $54,34^\circ$
- 703 Ja, die maximale Höhe beim Kippen ist die Kastendiagonale. Diese ist gerundet 2,49 m.
Also geht sich das Aufkippen bei einer Raumhöhe von 2,50 m knapp aus.
- 704 262,32 m
- 705 187,06 m
- 706 **B**, **D**
A ist nicht richtig, denn für die Anwendung des Sinussatzes muss mindestens ein Winkel bekannt sein.
B ist richtig, denn für die Anwendung des Cosinussatzes müssen zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel bekannt sein.
C ist nicht richtig, denn nur wenn der von den beiden Seiten eingeschlossene Winkel bekannt ist, kann man die fehlende Seite mit dem Cosinussatz bestimmen.
D ist richtig, weil mit zwei Winkeln α und β auch der dritte Winkel $180^\circ - \alpha - \beta$ gegeben ist und man daher den der gegebenen Seite gegenüberliegenden Winkel kennt.
E ist nicht richtig, denn mit dem Sinussatz kann dann nur eine weitere Seite berechnet werden.
F ist nicht richtig, denn durch die drei Winkel sind die Seitenlängen nicht eindeutig bestimmt.

- 707 a. 26 677 km b. 33 227 km c. 20 414 km
- 708 12 cm
- 709 1,32°
- 710 28,12°
- 711 1722,11 m
- 712 257,3 m

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 4. Semester

Die Lösungen zu den Aufgaben 713–740 sind im Schulbuch auf den Seiten 186–188 zu finden.

Mathematik anwenden
HAK LÖS 2

Schulbuchnummer 170226

ISBN 978-3-209-08078-3

www.oebv.at

ISBN 978-3-209-08078-3



9 783209 080783