Big Bang HTL 1

Kap. 9 Rotation - Lösungen

9.1 Bei 30000 Umdrehungen pro Minute ist die Kreisfrequenz $\omega = 2{\cdot}3{,}14{\cdot}30000/(60\ \mathrm{s}) = 3140\ \mathrm{s}^{-1}$.

$a = r{\cdot}\omega^2 = 0{,}3\ \mathrm{m}{\cdot}3140^2\ \mathrm{s}^{-2} = 2{,}96{\cdot}10^6\ \mathrm{m{\cdot}s}^{-2}$.

$a/g = 2{,}96{\cdot}10^6{\cdot}9{,}81 \approx \underline{300\ 000}$.

Die Beschleunigung ist ca. 300 000 mal die Fallbeschleunigung.

$F = m{\cdot}a = 0{,}002\ \mathrm{kg}{\cdot}2{,}96{\cdot}10^6\ \mathrm{m{\cdot}s}^{-2} = \underline{5920\ \mathrm{N}}$.

9.2 Die Tangentialgeschwindigkeit (Bahngeschwindigkeit) ist jene Geschwindigkeit, die wir bereits in Übung 3.10 c) errechnet haben, dh. $v_1 = \underline{30000\ \mathrm{m{\cdot}s}^{-1}}$.

Die Winkelgeschwindigkeit ist

$\omega = v_1/r = 30000\ \mathrm{m{\cdot}s}^{-1}/1{,}5{\cdot}10^{11}\ \mathrm{m} = \underline{0{,}2{\cdot}10^{-6}\ \mathrm{s}^{-1}}$.

Das gleiche Ergebnis ergibt sich aus $\omega = \dfrac{2\cdot\pi}{1\,\mathrm{Jahr}}$.

9.3 $f = \dfrac{\omega}{2\cdot\pi} = \dfrac{v}{2\cdot r\cdot\pi} = \underline{25\ \mathrm{s}^{-1}}$

9.4 Hier kommt das Hebelgesetz an einem einarmigen Hebel zur Anwendung.

$F_1{\cdot}d_1 = F_2{\cdot}d_2$

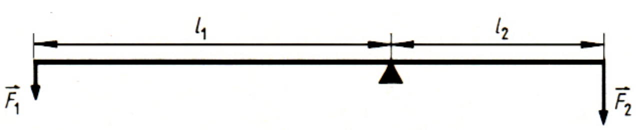
$m{\cdot}g{\cdot}d_1 = F{\cdot}d_2 \Rightarrow F = m{\cdot}g{\cdot}\dfrac{d_1}{d_2} = \underline{692\ \mathrm{W}}$

9.5 a) Damit Gleichgewicht herrscht, muss $F_1{\cdot}l_1 = F_2{\cdot}l_2$

Da die Gesamtlänge $l = l_1 + l_2$ ist, ergibt sich $F_1{\cdot}l_1 = F_2{\cdot}(l - l_1)$.

$l_1 = \dfrac{F_2}{F_1+F_2}\cdot l$

$l_1 = \dfrac{m_2\cdot g}{m_1\cdot g+m_2\cdot g}\cdot l = \dfrac{50}{30+50}\cdot 2\ \mathrm{m} = \underline{1{,}25\ \mathrm{m}}$



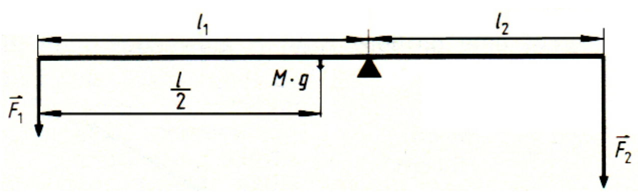
Die Unterstützung muss 1,25 m vom Ende der Stange mit dem leichteren Gewicht angebracht werden.

b) Die gesamte Masse kann man sich im Schwerpunkt konzentriert denken. Der Schwerpunkt ist in der Mitte der Stange, folglich wirkt ein weiteres Moment auf der linken Seite.

$F_1{\cdot}l_1 + M{\cdot}g{\cdot}(l_1 - l/2) = F_2{\cdot}l_2$

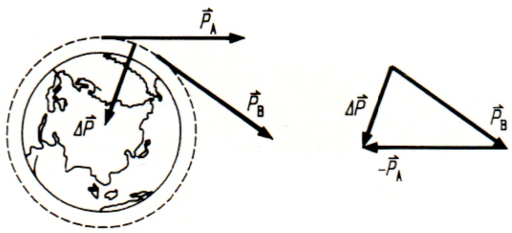
$m_1{\cdot}l_1 + M{\cdot}l_1 - M{\cdot}l/2 = m_2{\cdot}l_2 = m_2{\cdot}(l - l_1)$

$l_1 = \dfrac{m_2+M/2}{m_1+m_2+M}\cdot l = \dfrac{50\cdot 20}{30+50+40}\cdot 2\ \mathrm{m} = \underline{1{,}17\ \mathrm{m}}$



Die Auflage muss - im Vergleich zu Übung a) ca. 8 cm zur Mitte verschoben werden.

9.6 Der Impuls wirkt in Tangentialrichtung. Auf den Satellit wirkt eine Kraft, da er sich sonst auf einer geradlinigen Bahn bewegen würde. Da der Satellit eine Kreisbewegung ausführt, wirkt eine Zentripetalkraft zum Kreismittelpunkt. Diese ist durch die Impulsänderung pro Zeiteinheit gegeben: $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$.



9.7 Aus der Drehimpulserhaltung folgt

$(I_1 + m \cdot r_1^2) \cdot \omega_1 = (I_2 + m \cdot r_2^2) \cdot \omega_2$

$(3{,}5 + 2 \cdot 3 \cdot 1^2) \cdot \omega_1 = (2 + 2 \cdot 3 \cdot 0{,}1^2) \cdot \omega_2$

$\omega_2 = \dfrac{9{,}5}{2{,}06} \cdot \omega_1 = 4{,}6 \cdot \omega_1$,

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \Rightarrow f_2 = 4{,}6\ f_1$

$f_2 \approx$ <u>92 Umdrehungen pro Minute</u>

9.8 $E = \dfrac{I \cdot \omega^2}{2}$, $I = m \cdot r^2 = 12{,}5\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$, $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \approx 630\ \text{s}^{-1}$

$E \approx \dfrac{12{,}5 \cdot 630^2}{2}\ \text{J} = 2{,}5 \cdot 10^6\ \text{J} \approx$ <u>0,7 kWh</u>

9.9 Würde ein Hubschrauber nur einen Propeller (zB den Hauptrotor) besitzen, so würde sich der Rumpf des Hubschraubers wegen der Erhaltung des Drehimpulses in die entgegengesetzte Richtung drehen wie der Propeller. Der Heckrotor gleicht diese Drehbewegung des Rumpfes aus.

9.10 Masse: Energieerhaltung $m \cdot g \cdot h = \dfrac{m \cdot v^2}{2}$

$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 5}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

Reifen: Hier muss bei der Energiebilanz zusätzlich die Rotationsenergie berücksichtigt werden

$m \cdot g \cdot h = \dfrac{m \cdot v^2}{2} + \dfrac{I \cdot \omega^2}{2}$, $I = m \cdot r^2$, $\omega = \dfrac{v}{r}$

$m \cdot g \cdot h = \dfrac{m \cdot v^2}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \cdot \dfrac{v^2}{r^2} = m \cdot v^2$

$v = \sqrt{g \cdot h} \approx \underline{7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$

9.11 Erhaltung des Drehimpulses

$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$

$m \cdot r_1^2 \cdot \dfrac{v_1}{r_1} = m \cdot r_2^2 \cdot \dfrac{v_2}{r_2}$

$v_2 = v_1 \cdot \dfrac{r_1}{r_2} = 1 \cdot \dfrac{8}{4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = \underline{2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$

9.12 Die geleistete Arbeit ist unabhängig von der betrachteten Zeitspanne

$$W = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot \frac{400}{60}\right)^2 \text{ J} = 3500 \text{ J}$$

$P = W/t$

a) P = <u>350 W</u>

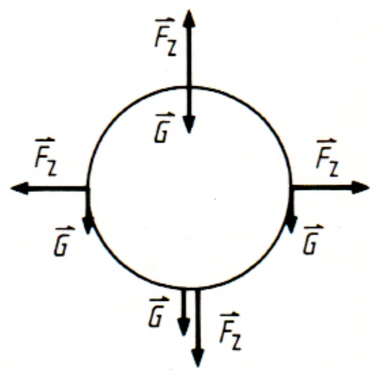
b) P = <u>58 W</u>

9.13 $m \cdot g = m \cdot r \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = 3{,}1 \text{ s}^{-1}$

$f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \approx$ <u>0,5 Umdrehungen pro Sekunde</u>

9.14 $r = \frac{v}{\omega} = \frac{v \cdot T}{2 \cdot \pi} = \frac{0{,}0018 \cdot 3600}{2 \cdot \pi} \text{ m} \approx \underline{1 \text{ m}}$

9.15 a) An jedem Punkt wirkt die konstante Zentrifugalkraft radial nach außen. Die Schwerkraft wirkt in jedem Punkt senkrecht nach unten, sodass sich am untersten Punkt die größte resultierende Kraft ergibt.



b) $F_{Ges} = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{r} = 900 \cdot (9{,}81 + 8{,}55) \text{ N} = \underline{16500 \text{ N}}$

9.16 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 3600} \text{ s}^{-1} = \underline{72{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}}$

$v = r \cdot \omega = 42{,}2 \cdot 10^6 \cdot 72{,}7 \cdot 10^{-6} \text{ m/s} = \underline{3070 \text{ m/s}}$

9.17 $F_1 = m \cdot \frac{v^2}{r_1}$, $F_2 = m \cdot \frac{v^2}{r_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \cdot \frac{r_1}{r_2} = F_1 \cdot 1{,}17$

Um die enge Kurve durchfahren zu können, muss der Athlet <u>17 %</u> mehr Zentripetalkraft aufbringen.

9.18 a) $g = \omega^2 \cdot r$, $\omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \underline{0{,}3 \text{ s}^{-1}}$

b) $T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = \underline{21 \text{ s}}$

c) $v = \omega \cdot r = \sqrt{g \cdot r} = \underline{32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$

9.19 a) $F = m \cdot \frac{v^2}{r} = 80 \cdot \frac{90^2}{3{,}6^2 \cdot 70} \text{ N} = 710 \text{ N}$

b) $\frac{v^2}{r} < g \Rightarrow r > \frac{v^2}{g} = \frac{105^2}{3{,}6^2 \cdot 9{,}81} \text{ m} \approx \underline{87 \text{ m}}$

9.20 $h = \frac{r}{2}$, $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{g \cdot r}$

$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{m \cdot g \cdot r}{r} = m \cdot g = F_G$

9.21 $\tan \alpha = \frac{h}{b}$

$F_Z = g \cdot \tan \alpha = \frac{g \cdot h}{b} = \frac{9{,}81 \cdot 0{,}09}{1{,}435}$ $ms^{-2} = \underline{0{,}6\ ms^{-2}}$

9.22 a) $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$, $t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = 0{,}3$ s

$v = \frac{s}{t} = \frac{2}{0{,}3}$ $m \cdot s^{-1} = 6{,}7\ m \cdot s^{-1}$

$\omega = \frac{v}{r} = 6{,}7\ s^{-1}$, $f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \approx \underline{1\ s^{-1}}$

b) $F_{Ges} = G + F_Z = m \cdot g + m \cdot r \cdot \omega^2 = 9{,}81\ N + 6{,}7^2\ N = \underline{55\ N}$