13 WEITERE ANWENDUNGEN VON VEKTOREN IN $\mathbb{R}^2$

W 13.01 Wie ist das Winkelmaß zweier Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$ definiert? Zwischen welchen Schranken liegt es stets?

W 13.02 Wie kann man das Winkelmaß zweier Vektoren $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^2$ berechnen?

W 13.03 Wie kann man das Vorzeichen des Skalarprodukts zweier von $\vec{o}$ verschiedener Vektoren aus $\mathbb{R}^2$ deuten?

W 13.04 Wie kann man feststellen, ob zwei gegebene Vektoren aus $\mathbb{R}^2$ zueinander normal (orthogonal) sind?

W 13.05 Was lässt sich über die Vektoren $(a_1 \mid a_2)$ und $(-a_2 \mid a_1)$ aussagen? Beweise dies!

W 13.06 Was versteht man unter dem zu einem Vektor $\vec{a}$ gehörigen Einheitsvektor (bzw. normierten Vektor)? Was lässt sich über diesen Vektor aussagen?

W 13.07 Wie kann man den Abstand eines Punktes von einer Geraden berechnen?

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2023. | www.oebv.at | Mathematik verstehen 5 SB | ISBN: 978-3-209-12361-9
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.

W 13.01 Zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b} \in \mathbb{R}^2$ seien durch Pfeile von einem gemeinsamen Anfangspunkt aus dargestellt. Das Maß φ des Winkels, den diese beiden Pfeile miteinander einschließen, nennt man das Winkelmaß der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$. Für das Winkelmaß **φ** zweier Vektoren gilt stets: $0° \leq \varphi \leq 180°$. Falls die beiden Pfeile gleich gerichtet sind, ist $\varphi = 0°$. Falls die beiden Pfeile entgegengesetzt gerichtet sind, ist $\varphi = 180°$. In allen anderen Fällen nimmt man von den beiden möglichen Winkelmaßen φ und $(360° - \varphi)$ stets das kleinere.

W 13.02 Ist φ das Winkelmaß der vom Nullvektor verschiedenen Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b} \in \mathbb{R}^2$, dann gilt: $\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

W 13.03 Da $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$ und $|\vec{a}| > 0$ sowie $|\vec{b}| > 0$, gilt:

- $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \iff \cos\varphi > 0 \iff 0° \leq \varphi < 90°$ Die beiden Vektoren schließen einen spitzen Winkel ein.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \cos\varphi = 0 \iff \varphi = 90°$ Die beiden Vektoren schließen einen rechten Winkel ein.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \iff \cos\varphi < 0 \iff 90° < \varphi \leq 180°$ Die beiden Vektoren schließen einen stumpfen Winkel ein.

W 13.04 Zwei vom Nullvektor verschiedene Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b} \in \mathbb{R}^2$ sind genau dann zueinander normal (orthogonal), wenn $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

W 13.05 Die Vektoren $(a_1 \mid a_2)$ und $(-a_2 \mid a_1)$ stehen normal zueinander, da $\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} = a_1 \cdot (-a_2) + a_2 \cdot a_1 = 0$.

W 13.06 Der Vektor $\vec{a_0} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot |\vec{a}|$ ist der zu gehörige Einheitsvektor, wobei $\vec{a} \neq \vec{o}$. Der Vektor $\vec{a_0}$ ist zu $\vec{a}$ parallel, zu $\vec{a}$ gleich gerichtet und hat den Betrag 1.

W 13.07 Für den Abstand d eines Punktes $P \in \mathbb{R}^2$ von einer Geraden g in $\mathbb{R}^2$ gilt: $d = \frac{|\overrightarrow{AP} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|}$. Dabei ist A ein beliebiger Punkt von g und $\vec{n}$ ein Normalvektor von g.

© Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, Wien 2023. | www.oebv.at | Mathematik verstehen 5 SB | ISBN: 978-3-209-12361-9
Alle Rechte vorbehalten. Von dieser Druckvorlage ist die Vervielfältigung für den eigenen Unterrichtsgebrauch gestattet.
Die Kopiergebühren sind abgegolten. Für Veränderungen durch Dritte übernimmt der Verlag keine Verantwortung.