

Ich kann Ableitungsfunktionen zur Beschreibung von Sachverhalten aus unterschiedlichen Themengebieten einsetzen, damit lokale Änderungsraten berechnen und interpretieren.

- A, B, C **1** Die Geschwindigkeit eines Fahrzeugs kann für $0 \leq t \leq 5$ durch die Geschwindigkeitsfunktion $v(t) = -1,6t^2 + 9,4t$ beschrieben werden (t in Sekunden).
- Berechne, zu welchem Zeitpunkt das Fahrzeug seine höchste Geschwindigkeit erreicht.
 - Gib diese Geschwindigkeit in km/h an.
 - Interpretiere die 1. Ableitung der Geschwindigkeitsfunktion im Sachzusammenhang.
- A, B **2** Beim Kugelstoßen stößt ein Sportler die Kugel aus einer Höhe von 1,80m unter einem Winkel α ab. Die Flugbahn der Kugel kann näherungsweise mit der quadratischen Funktion $h(x) = -\frac{1}{15}x^2 + 0,65x + 1,8$ beschrieben werden, wobei x die Distanz zum Sportler in Meter angibt. Berechne den höchsten Punkt der Kugel.
- A, B, C **3** Ein kleiner Ball wird aus einer Höhe von 1,5m nach oben geschleudert. Seine Höhe zum Zeitpunkt t kann näherungsweise mit der quadratischen Funktion $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 15t + 1,5$ beschrieben werden (h in Meter, t in Sekunden).
- Interpretiere die erste Ableitung der Funktion h im Sachzusammenhang.
 - Berechne die maximale Höhe des Balls.
 - Berechne, zu welchem Zeitpunkt und mit welcher Geschwindigkeit der Ball am Boden aufschlägt.
- A, B, C **4** Die Höhe eines Baumes (in m) nach t Jahren kann durch die Funktion $h(t) = 60 \cdot (1 - e^{-0,0074t})$ beschrieben werden.
- Gib eine Funktion $v(t)$ an, mit der sich die Wachstumsgeschwindigkeit (in m/Jahr) des Baumes beschreiben lässt.
 - Berechne die Wachstumsgeschwindigkeit des Baumes nach 10 Jahren. Runde das Ergebnis auf 2 Nachkommastellen.
 - Ermittle das Alter und die Höhe dieses Baumes, wenn seine Wachstumsgeschwindigkeit erstmals unter 30 cm/Jahr gesunken ist.
- A, B, C **5** Wenn man einen Stein nach oben wirft, kann seine Höhe t Sekunden nach dem Abwurf mit der Formel $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + v_0 \cdot t + h_0$ beschrieben. Dabei gibt v_0 die Abwurfgeschwindigkeit in m/sec und h_0 die Abwurfhöhe in m an.
- Gib eine Funktion v an, mit der man die Momentangeschwindigkeit des Steins t Sekunden nach dem Abwurf berechnen kann.
 - Ermittle die maximale Höhe des Steins, wenn dieser mit einer Abwurfgeschwindigkeit von 16m/s und aus einer Höhe von 0,6m in die Höhe geworfen wird.
 - Berechne die Beschleunigung des Steins 2sec nach dem Abwurf.

Lösungen zu:

Ich kann Ableitungsfunktionen zur Beschreibung von Sachverhalten aus unterschiedlichen Themengebieten einsetzen, damit lokale Änderungsraten berechnen und interpretieren.

- 1** a. Zum Zeitpunkt $t \approx 2,94$ s erreicht das Fahrzeug seine höchste Geschwindigkeit. [Löse dazu $v'(t) = 0$.]
 b. Die Geschwindigkeit ist $v(2,94) \approx 13,81 \text{ m/s} = 49,72 \text{ km/h}$.
 c. Die 1. Ableitung der Geschwindigkeitsfunktion beschreibt die Beschleunigung des Fahrzeugs im gegebenen Zeitraum.
- 2** Der höchste Punkt der Kugel hat die Koordinaten $(4,88 \mid 3,38)$, das heißt, die Kugel erreicht eine maximale Höhe von etwa 3,38m in einer Entfernung von 4,88m zum Sportler.
- 3** a. Die erste Ableitung der Funktion h gibt die Momentangeschwindigkeit des Balls zum Zeitpunkt t an. Die Geschwindigkeit hat dabei die Einheit m/s.
 b. Die maximale Höhe des Balls beträgt etwa 13m (12,9...).
 c. Der Ball schlägt nach etwa 3,16sec mit einer Geschwindigkeit von 16m/s am Boden auf.
- 4** a. $v(t) = h'(t) = 0,444 \cdot e^{-0,0074t}$
 b. $v(10) \approx 0,41 \text{ m/s}$
 c. Alter des Baumes: 53 Jahre (52,97...); Höhe des Baumes: $h(53) = 19,47 \text{ m}$.
- 5** a. $v(t) = -9,81 \cdot t + v_0$.
 b. Die maximale Höhe des Steins beträgt etwa 13,65m.
 c. Die Beschleunigung des Steins ist konstant und beträgt $-9,81 \text{ m/s}^2$.