

36 Fortgeschrittene Quantenmechanik

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin (Stand März 2012)

Schrödingers Katze

A1 Der Physiker Chad Orzel schreibt in seinem Buch *Schrödingers Hund*: „Die Interpretationen der Quantenphysik sind eine Art ‚Metaphysik‘, jede liefert einen anderen Blickwinkel auf das Ergebnis eines Experiments, ändert aber das Ergebnis selbst nicht.“ Diskutiere dieses Zitat am Beispiel von Schrödingers Katze.

A2 Wenn man kleinen Kindern eine Überraschung schenkt, dann versteckt man diese oft in einer Faust, hält beide Fäuste hin und sagt „Rate, in welcher Hand!“. Erst wenn das Kind getippt hat und man die Fäuste geöffnet hat, wird ihm klar, in welcher Hand die Überraschung war. Ist es daher legitim zu sagen, dass sich die Überraschung vorher in einem quantenmechanischen Überlagerungszustand zwischen links und rechts befindet, ähnlich wie die Schrödinger'sche Katze sich in einem Überlagerungszustand zwischen lebend und tot befindet, bevor man nachsieht?

A3 In Abb. 1 siehst du den Aufbau für einen Doppelspaltversuch. Hinter dem Doppelspalt befinden sich zwei senkrecht gestellte Polfilter. Weil dadurch nicht bekannt ist, durch welchen Spalt die Photonen gehen, entsteht das bekannte Interferenzmuster aus hellen und dunklen Streifen.

In Abb. 2 stehen die Polfilter senkrecht zueinander. Dadurch hat man die Photonen quasi markiert und könnte feststellen, durch welchen Spalt sie gegangen sind. Deshalb verschwindet das Interferenzmuster - man sieht nur zwei helle Streifen.

Das Interessante dabei ist, dass man gar nicht messen muss, durch welchen der beiden Spalte das Photon gegangen ist. Allein die Tatsache, dass man es messen *könnte*, genügt, dass das Interferenzmuster verschwindet. Welche Bedeutung hat in diesem Fall der „Beobachter“?

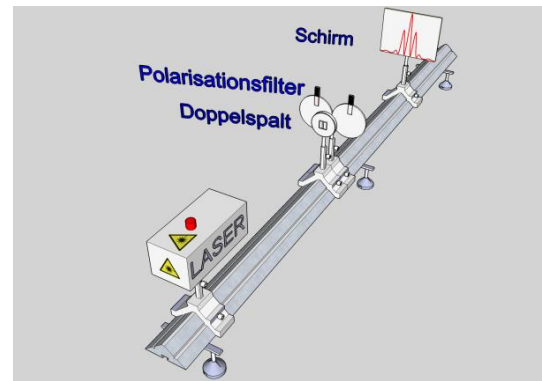


Abb. 1: Die Polfilter sind parallel ausgerichtet. Deshalb sind die Photonen, die durch den linken und rechten Spalt gehen, nicht voneinander zu unterscheiden, und es entsteht ein Interferenzmuster (Grafik: Karlsruher Institut für Technologie; Quelle: <http://psi.physik.kit.edu>).

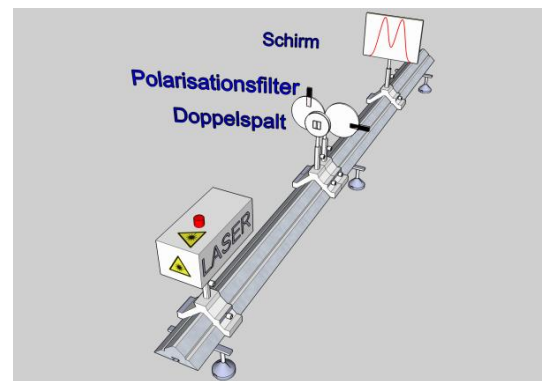


Abb. 2: Die Polfilter sind normal zueinander ausgerichtet. Deshalb sind die Photonen, die durch den linken und rechten Spalt gehen, voneinander zu unterscheiden, und es entsteht *kein* Interferenzmuster (Grafik: Karlsruher Institut für Technologie; Quelle: <http://psi.physik.kit.edu>).

A4 Wieso verhält sich die normale Welt so „hartnäckig klassisch“? Warum kann man im normalen Alltag keine Überlagerungszustände finden? Wovon sind die Dekohärenzzeiten abhängig? Überlege mit Hilfe von Tab. 1.

	freies Elektron	Staubteilchen 10 µm	Bowlingkugel 1,6 kg
Umweltbedingungen	Dekohärenzzeiten t_D in Sekunden		
300 K, Normaldruck	10^{-12}	10^{-18}	10^{-26}
300 K, Ultrahochvakuum	10	10^{-4}	10^{-12}
Sonnenlicht (auf der Erde)	10^9	10^{-10}	10^{-18}
Wärmestrahlung (300 K)	10^7	10^{-12}	10^{-20}
Kosmische Hintergrundstrahlung (2,73 K)	10^9	10^{-7}	10^{-18}

Tab. 1: Typische Dekohärenzzeiten (E. Joos et al.: *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*, Springer 2003)

A5 Die Kopenhagener Interpretation hat verschiedene Varianten oder Ausprägungsformen. In der „extremsten“ Variante erfordert der Kollaps der Wellenfunktion nicht nur eine makroskopische Messapparatur, sondern auch einen „bewussten Beobachter“. Welche absurde Konsequenzen für den Alltag hätte es, wenn das stimmen würde?

Der Tunneleffekt

A6 Ohne Tunneleffekt könntest du nicht leben! Was ist damit gemeint?

A7 Begründe den Tunneleffekt mit Hilfe der Unschärferelation und mit Hilfe der Wellenfunktion. Verwende für den zweiten Fall Abb. 3, 4 und 7.

A8 Wieso wären zur Kernfusion ohne Tunneleffekt so extrem hohe Temperaturen notwendig? Was passiert bei der Kernfusion und welche Grundkräfte spielen dabei eine Rolle? Hilf dir mit Tabelle 2.

Wechselwirkung	Austausch-Teilchen	Reichweite in m
starke	8 Gluonen	10^{-15}
elektromagnetische	Photon	∞
schwache	W^+, W^-, Z^0	10^{-18}
gravitative	Graviton	∞

Tab. 2: Die vier fundamentalen Wechselwirkungen bzw. Kräfte und ihre Reichweite.

A9 a Tabelle 3 zeigt die Tunnelwahrscheinlichkeit (letzte Spalte) für den Fall, dass sich zwei Protonen zentral bis auf einen bestimmten Abstand annähern (erste Spalte). Welcher Zusammenhang besteht zwischen dieser und der Energie des Protons? Es wird hier angenommen, dass die Kernkraft bei 10^{-15} m zu wirken beginnt. Klassisch gesehen wäre für eine Fusion etwa 1 MeV nötig.

Abstand x in 10^{-12} m	Energie in keV	Tunnelwahrscheinlichkeit
0,2	14	$9 \cdot 10^{-7}$
0,5	5,8	$1,6 \cdot 10^{-10}$
1	2,9	$9 \cdot 10^{-15}$
2	1,4	$9 \cdot 10^{-21}$

Tabelle 3: Tunnelwahrscheinlichkeit (letzte Spalte) in Abhängigkeit des Abstands der beiden Protonen (erste Spalte). (Quelle: Lehrstuhl für Didaktik der Physik der LMU München, milq.tu-bs.d).

In der mittleren Spalte ist die Energie angegeben, die das aufrallende Proton benötigt, um auf den Abstand x an das andere Proton heranzukommen. Erkläre qualitativ den Zusammenhang zwischen der Energie und der Tunnelwahrscheinlichkeit.

A9 b Wie viele Protonen müssen sich statistisch gesehen auf einen Abstand von $0,2 \cdot 10^{-12}$ m einem anderen Proton nähern, damit eines den Potenzialberg durchtunneln kann? Sieh in Tabelle 3 nach!

A9 c Erstelle mit einem Tabellenkalkulationsprogramm ein Diagramm, in dem du auf der x -Achse den Abstand x der Protonen und auf der y -Achse die Tunnelwahrscheinlichkeit einträgst. Welche Skalierung sollte für die y -Achse sinnvoller Weise gewählt werden?

A10 a In Abb. 3 siehst du ein Quant, das gegen eine Potentialschwelle läuft. Weil man dem Quant auf Grund der Unschärfe keine Bahn zuordnen kann, ist die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2$ eingezeichnet. Du siehst, dass ein Teil der Welle reflektiert und ein Teil durchgelassen wird. Was bedeutet das aus der Sicht des Quants? Hat sich das Teilchen aufgespalten?

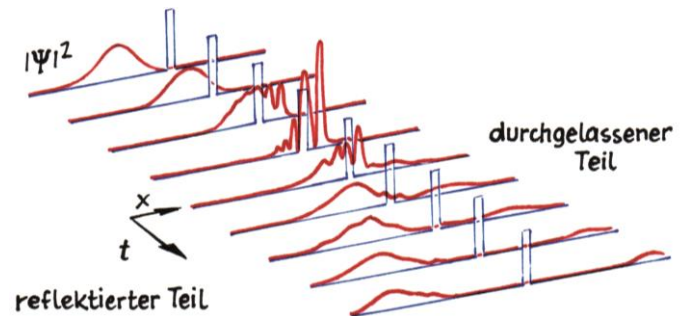


Abb. 3 zu A9

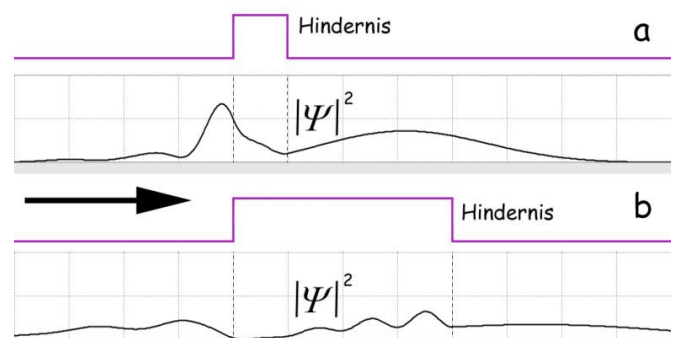


Abb. 4: Tunneleffekt für zwei verschiedene Hindernisse. In beiden Fällen läuft ein Teilchen bzw. dessen Wahrscheinlichkeitswelle nach rechts (Grafik: Martin Apolin mit Hilfe des Applets *Quantum Tunneling and Wave Packets*, © University of Colorado).

A10 b In Abb. 4 siehst du zwei gleiche Quanten, die gegen verschieden dicke Hindernisse prallen. Die beiden Abbildungen zeigen je eine Momentaufnahme, nachdem das Teilchen bzw. die Welle bereits auf das Hindernis geprallt ist, so ähnlich, wie in den vorderen Bildern in Abb. 3. Welche qualitative Aussage kannst du für die Wahrscheinlichkeit des Durchtunnels in Bezug auf die Dicke des Hindernisses treffen? Welche zusätzliche Aussage kannst du treffen, wenn du auch Tab. 3 (A8 a) mit einbeziehst?

A11 a Die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung oder auch Maxwell-Boltzmann-Verteilung ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung in der statistischen Physik. Sie beschreibt die Häufigkeit des Betrags der Teilchengeschwindigkeiten in einem idealen Gas (siehe Kap. 14.1, BB5). Welche qualitativen Aussagen kann man zu Abb. 5 treffen und wie kann man sie begründen? Warum ist die durchschnittliche Geschwindigkeit der Teilchen nicht identisch mit dem Maximum der Geschwindigkeitsverteilung?

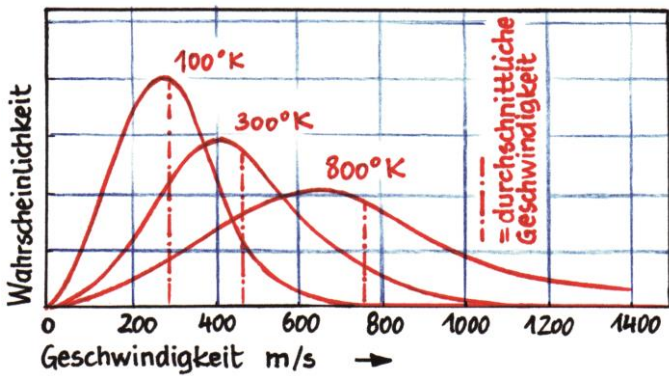


Abb. 5: Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung der N_2 -Moleküle bei verschiedenen Temperaturen (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 14.4, S. 135, BB5).

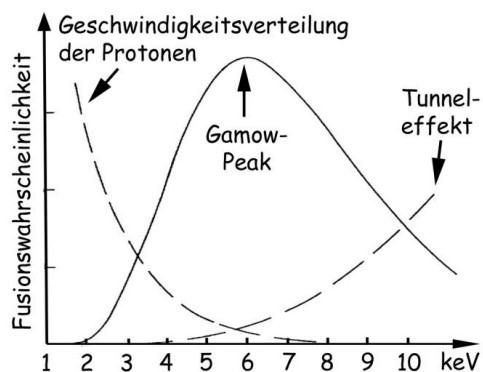


Abb. 6: Der Gamow-Peak bei der Fusion von Protonen in der Sonne (Grafik: Martin Apolin).

A11 b In Abb. 6 siehst du, bei welcher Protonen-Energie die größte Wahrscheinlichkeit für die Fusion von Protonen in

der Sonne auftritt. Man nennt das den Gamow-Peak. Welcher Zusammenhang besteht zu Abb. 5? Wie kann man das Phänomen gemeinsam mit Tabelle 3 erklären?

A12 a Welche Arten von Radioaktivität kann man unterscheiden? Was passiert ganz allgemein gesagt bei jedem radioaktiven Zerfall?

A12 b Warum kann man den α -Zerfall nur quantenmechanisch erklären? Verwende für deine Erklärung Abb. 7 und 8.

A12 c Erkläre qualitativ, warum U-228 eine so viel geringere Halbwertszeit aufweist als U-238. Verwende für deine Erklärungen Abb. 8.

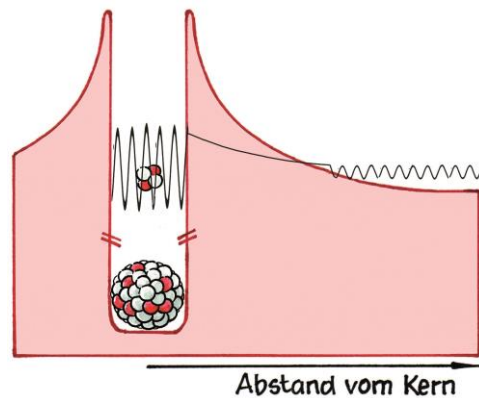


Abb. 7: Die Wellenfunktion eines α -Teilchens im Potenzialtopf des Kerns (Grafik: Janosch Slama und Martin Apolin).

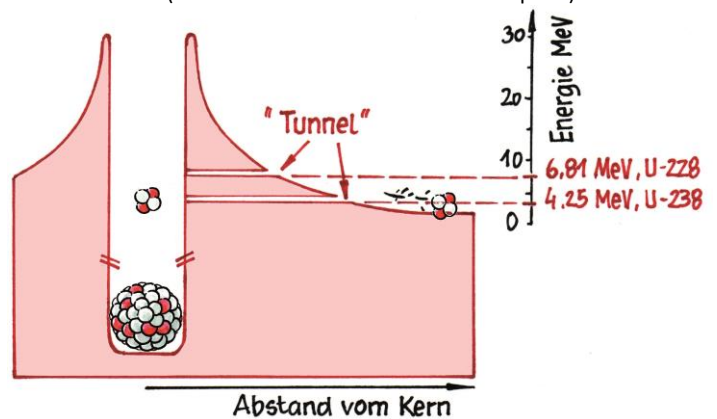


Abb. 8: Schematische Darstellung des Tunnelleffekts beim α -Zerfall (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 45.6, S. 60, BB8).

A13 In Abb. 9 siehst du Eisenatome auf einer Kupferunterlage (die Farben sind künstlerische Freiheit). Die Aufnahme wurde mit Hilfe eines Rastertunnelmikroskops gemacht. Wie kommt es zu den eigenartigen Wellen innerhalb und außerhalb des „Stadions“, die ähnlich wie stehende Wellen im Wasser aussehen?

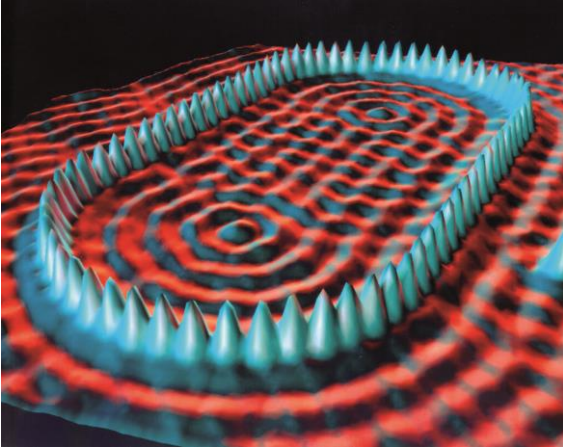


Abb. 9: Eisenatome auf einer Kupferunterlage. Die Aufnahme wurde mit Hilfe eines Rastertunnelmikroskops gemacht (© IBM Zürich Research Laboratory; siehe auch Abb. 36.13, S. 90).

A14 Die kleinsten nutzbaren Ströme in der Technik liegen in der Größenordnung von 10^{-13} A. Sie treten beim Rastertunnelmikroskop auf. Wie viele Elektronen fließen dabei pro Sekunde? Ein Elektron hat eine Ladung von $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Verschränkte Quanten und EPR-Paradoxie

A15 Man sagt, dass die Quantenmechanik eine „nichtlokale Theorie“ ist. Was könnte damit gemeint sein? Hilf dir mit Abb. 10! Warum widerspricht das Ergebnis dieses Experimentes der klassischen Physik? Und was hat es mit der „spukhaften Fernwirkung“ von EINSTEIN zu tun?

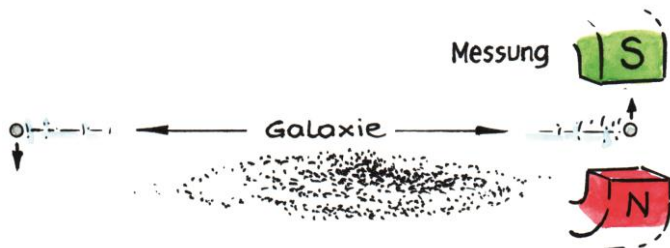


Abb. 10: a) Ein Teilchen mit Spin 0 zerfällt in zwei Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$. Ohne Messung ist die Spinrichtung aber noch unbestimmt. b) Durch die Messung beim rechten Teilchen (Spin up) ist automatisch der Spin beim linken Teilchen festgelegt (down). (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 36.21: S. 92, BB7).

A16 Normalerweise muss zwischen Ursache und Wirkung eine gewisse Zeit vergehen. Wie ist das in der Quantenmechanik?

A17 Die gängigste Methode zur Erzeugung verschränkter Quanten besteht darin, UV-Licht durch einen speziellen Kristall zu schicken (Abb. 11). Hin und wieder zerfällt dabei eines der UV-Photonen in zwei rote Photonen mit halber Frequenz. Dieses Ereignis tritt extrem selten auf - nur etwa eines von 10^{12} Photonen zerfällt! Die Polarisationen dieser beiden neuen Photonen sind verschränkt: Ist das eine vertikal polarisiert, muss das andere horizontal polarisiert sein und umgekehrt.

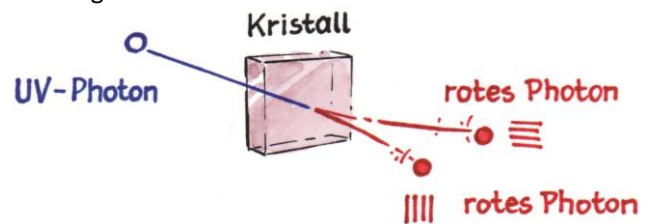


Abb. 11: Spezielle Kristalle können aus einem energiereichen Photon zwei verschränkte Photonen mit halber Frequenz machen (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 36.18, S. 91).

Abb. 11 ist aber eine vereinfachte Darstellung. Abb. 12 zeigt die Verhältnisse genauer. Die Richtungen, in denen die Photonen den Kristall verlassen können, liegen auf zwei Kegelmänteln. Nur wenn die beiden Photonen den Kristall am Schnittpunkt dieser Kegelmäntel verlassen (also in Richtung A und B), dann sind sie verschränkt. Photonen, die den Kristall in andere Richtungen verlassen, etwa in Richtung C und D, sind nicht verschränkt. Warum ist das so?

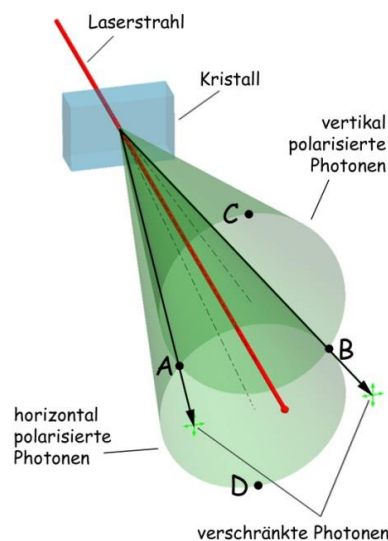


Abb. 12: Erzeugung von verschränkten Photonen (verändert nach J-Wiki; Quelle: Wikipedia).

A18 Die Relativitätstheorie besagt, dass Information mit maximal Lichtgeschwindigkeit übertragen werden kann. Könnte man mit verschränkten Teilchen aber nicht in Nullzeit Information quer durch die Galaxis übertragen? Ist die Quantenverschränkung daher nicht ein Widerspruch zur Relativitätstheorie? Verwende für deine Erklärung Abb. 10 (vorige Seite) und Abb. 13.

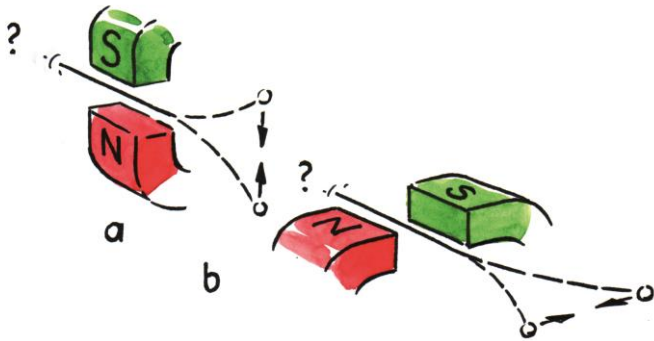


Abb. 13: Den Spin eines Elektrons kann man mit Hilfe eines Magnetfeldes messen. Die Ablenkung erlaubt einen Rückschluss auf die Spinrichtung. Vor der Messung ist der Elektronenspin noch nicht festgelegt (Grafik: Janosch Slama; Abb. 36.17, S. 91).

A19 Wann sind Ereignisse an zwei verschiedenen Orten gleichzeitig? Man kann sich mit einem Lichtblitz helfen (Abb. 14). Wenn du diesen genau in der Mitte zwischen zwei Orten auslöst (C), dann braucht das Licht für beide Strecken gleich lang und kommt daher zur selben Zeit bei A und B an. Du könntest mit dem Lichtblitz zum Beispiel zwei Stoppuhren starten (das wären die Ereignisse).



Abb. 14: Wenn die Strecken AC und CB gleich lang sind, erreicht der Lichtblitz A und B gleichzeitig (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 39.18, S. 14, BB8).

Nun kann man aber im Rahmen der Speziellen Relativitätstheorie zeigen, dass Gleichzeitigkeit relativ ist (siehe Kap. 38 BB8). Wenn für einen ruhenden Beobachter die Lichtstrahlen bei A und B gleichzeitig auftreffen, kann es einen dazu bewegten Beobachter geben, bei dem der Lichtstrahl zuerst bei A und dann bei B auftrifft oder auch umgekehrt. Daher formuliert man: Ob zwei Ereignisse an verschiedenen Orten gleichzeitig stattfinden oder nicht, hängt vom Bewegungszustand des Beobachters ab.

Nimm einmal an, dass man durch Verschränkung tatsächlich Information übertragen könnte, was ja nicht geht (A18). Was passiert nun, wenn du die Relativität der Gleichzeitigkeit mit einbeziehst? Knifflig!

„Beamen“ und Quantenteleportation

A20 a Das Beamen in den SciFi-Filmen ist eine Phantasietechnik, die mit dem „Beamen“ von Quantenzuständen, also der Quantenteleportation nichts zu tun hat. Was ist der große Unterschied? Wie würde das SciFi-Beamen ablaufen, wenn es nach dem Muster der Quantenteleportation geschähe?

A20 b Beim Beamen in den SciFi-Filmen wird der Mensch zuerst exakt gescannt und dann aufgelöst. Diese Informationen werden mit einem Transporterstrahl zum Zielort geschickt (engl. „beam“ bedeutet Strahl), wo der Mensch wieder zusammengesetzt wird. Da die Abtastung völlig exakt sein muss, kommt man in die extrem kleinen Dimensionen der Quantenwelt. Welches prinzipielle Problem würde dabei auftreten?

A20 c Berechne die Datenmenge, die notwendig ist, um einen Menschen zu beamen. Nimm dazu an, dass man ein Kilobyte (1 kB) an Daten benötigt, um die Eigenschaften eines Atoms genau zu beschreiben. Ein Mensch besteht aus etwa 10^{28} Atomen.

A20 d Die maximale drahtlose Datenübertragungsrate liegt momentan bei 800 Megabit pro Sekunde (Stand 2012). Runden wir auf 1000 Megabit oder 1 Gigabit/s auf. Wie viele Byte pro Sekunde sind das? Nimm an, dass in ferner Zukunft die Datenübertragungsrate um den Faktor 10^9 gesteigert werden kann, also eine Milliarde mal schneller ist als jetzt. Das ist eigentlich schon ziemlich optimistisch. Wie lange würde es dann trotzdem dauern, um die Datenmenge eines zu beamenden Menschen an den Zielort zu übertragen (siehe A20 c)?

A20 e Umgekehrt: Um welchen Faktor müsste die momentane Datenübertragungsrate (siehe A20 d) gesteigert werden, damit man einen Menschen innerhalb von 10 Sekunden beamen kann?

A21 Es gibt ein „klassisches“ Bürogerät, also ein nicht-quantenmechanisches, das eine rechte gute Analogie für die Quantenteleportation ist? Welches? Wie müsste man das Gerät modifizieren, damit die Analogie noch besser wird? Welcher Unterschied würde nach wie vor bestehen?

Quantenmechanik und Esoterik

A22 Der aus Indien stammende und in Kalifornien lebende DEEPAK CHOPRA ist Autor von zahlreichen Gesundheits- und Lebenshilfebüchern, die weltweit Millionen-Auflagen erreichten und in mehr als zwei Dutzend Sprachen übersetzt wurden. In seinen Büchern greift er immer wieder auf Ausdrücke aus der Quantenphysik zurück. Er propagiert die „Quantenheilung“ und argumentiert vereinfacht so: Die Wahrnehmung des Körpers ist im Prinzip eine Messung. Wenn man die Wahrnehmung verändert, beeinflusst man damit auch das, was man gemessen hat. Wenn man sich als gesund wahrnimmt, dann ist man auch gesund. Was ist dazu aus quantenmechanischer Sicht zu sagen?

A23 Neben der Quantenheilung (A22) ist in der Esoterik auch die „Fernheilung“ sehr beliebt. Es wird damit argumentiert, dass beim Urknall die gesamte Materie eng zusammen war und daher *alle* Quantenzustände im Universum verschränkt sind, natürlich auch alle Menschen und alle Heiler. Daher kann man einen Patienten auch, gemäß der EPR-Paradoxie, aus der Ferne heilen. Was ist hier aus quantenmechanischer Sicht zu sagen?

Hilfe zu A1: Wir wissen aus Erfahrung, dass man niemals lebend tote Katzen sieht! Wir wissen auch, dass man Quanten durch Wellenfunktionen sehr gut beschreiben kann. Dieses mathematische Konzept ist experimentell extrem gut belegt. Mehr wissen wir nicht! Der Rest ist Interpretation und daher Geschmackssache! Jede der Interpretationen liefert einen anderen Blickwinkel auf das Gedankenexperiment, ändert aber am Ergebnis nichts.

Nach der Kopenhagener Deutung ist die Katze tatsächlich in einem Mischzustand, solange du nicht in der Box nachsiehst. Erst durch das Nachschauen „entscheidet“ sich, ob die Katze lebendig ist oder nicht. Nach der Viele-Welten-Interpretation siehst du beim Öffnen in einem Universum eine tote und in einem anderen Universum eine lebende Katze. Auch nach der Dekohärenz-Deutung wissen wir zwar erst beim Hineinschauen, ob die Katze tot ist oder nicht. Aber sie war schon vor dem Hineinschauen tot oder lebendig. Das ist der große Unterschied zur Kopenhagener Deutung.

Hilfe zu A2: Nein, es handelt sich hier um keinen quantenmechanischen Mischzustand. Die Person, die die Überraschung in einer der Fäuste verborgen hält, weiß ja, in welcher sie sich befindet. Man kann zwar in bestimmten Fällen darüber streiten, wer als Beobachter durchgeht, aber in diesem Fall ist es ganz klar, dass die Person, die die Überraschung in der Faust versteckt hat, als Beobachter gilt.

Hilfe zu A3: An diesem Beispiel wird deutlich, wie schwer der Begriff „Beobachter“ eigentlich zu definieren ist. Hier beobachtet eigentlich gar niemand - oder wenn man so will, sind die „Beobachter“ die beiden Filter. Schon alleine die Tatsache, dass durch diese die Photonen markiert sind und man feststellen *könnte*, durch welchen Spalt sie gegangen sind, genügt, dass das Interferenzmuster verschwindet.

Hilfe zu A4: In Tabelle 1 kannst du sehen, dass die Dekohärenzzeit (t_D) von der Temperatur abhängt: Je niedriger die Temperaturen, desto länger dauern die Überlagerungszustände. Es gilt $t_D \sim 1/T$. Die Dekohärenzzeit hängt aber auch von der Umgebung ab, also etwa davon, ob der Druck hoch oder niedrig ist. Bei hohem Druck gibt es häufiger Störungen durch die Luftteilchen, und das führt schneller zum Kollaps der Wellenfunktion. Und schließlich hängt t_D von der Masse des Objekts ab. Es gilt $t_D \sim 1/m$. Bereits

bei einem winzigen Staubteilchen sind die Dehohärenzzeiten auch unter idealsten Bedingungen so absurd winzig (etwa $1/10.000$ Sekunde), dass man diese im Alltag niemals in einem Überlagerungszustand antreffen kann. Anders gesagt: Bereits Staubteilchen verhalten sich klassisch, und damit alles, was noch mehr Masse hat, natürlich ebenfalls. Das ist einer der Gründe, warum unsere Welt „hartnäckig klassisch“ ist.

Hilfe zu A5: Bei dieser extremen Variante wären Dinge nicht passiert, bis eine Person sie beobachtet hätte. Nimm an, dass etwa ein schlecht auf den Tisch gelegtes Buch auf den Boden rutscht. Wenn niemand in der Wohnung ist und das bemerkt, würde das Buch eigentlich noch gar nicht am Boden liegen. Es würde sich in einem Überlagerungszustand zwischen „am Tisch liegend“ und „am Boden liegend“ befinden, bis es jemand bemerkt. Das ist wäre schon sehr absurd.

Hilfe zu A6: Nur der Tunneleffekt ermöglicht es, dass in der Sonne Fusion ablaufen kann und somit die Erde mit Energie versorgt wird. Ohne Tunneleffekt keine Kernfusion, keine Wärme und somit auch kein Leben auf der Erde.

Hilfe zu A7: Der Tunneleffekt ist eine direkte Folge der Energieunschärfe. Das Quant kann sich für einen kurzen Zeitraum Δt die fehlende Energie ΔE ausleihen, um über den Energieberg zu kommen. Letztlich wirkt es aber so, als hätte das Quant den Berg durchtunnelt.

Eine andere Argumentation erfolgt mit Hilfe der Wellenfunktion. Diese sinkt nämlich beim Hindernis nicht sofort auf null ab (siehe Abb. 3, 4 und 7) und kann daher bis hinter das Hindernis reichen. Das bedeutet, dass es auch eine gewisse Wahrscheinlichkeit gibt, dass das Quant durch das Hindernis tunnelt.

Hilfe zu A8: Wie ist es rein prinzipiell möglich, dass Atomkerne fusionieren? Diese sind ja positiv geladen und stoßen daher einander ab! Damit eine Fusion möglich ist, müssen sie von der Kernkraft eingefangen und fusioniert werden. Die Kernkraft wird aber durch die starke Wechselwirkung verursacht, und diese hat wiederum nur eine Reichweite von etwa 10^{-15} m. So nahe müssen die Kerne kommen, damit die starke Wechselwirkung wirksam wird.

Hilfe zu A9 a: Je kleiner die Energie der Protonen, desto kleiner ist auch die Tunnelwahrscheinlichkeit. Warum? Weil sich dann die Teilchen auf Grund der abstoßenden elektrischen Kraft nicht so stark nähern können. Wenn die Energie etwa von 5,8 auf 2,9 keV absinkt, sich also halbiert, halbiert sich auch der Abstand x , auf den sich die Protonen nähern können. Die Tunnelwahrscheinlichkeit sinkt dabei aber nicht auch auf die Hälfte ab, sondern etwa um einen Faktor 10^{-5} . Die Tunnelwahrscheinlichkeit hängt also sehr sensibel vom erreichten Abstand der Protonen ab.

Hilfe zu A9 b: Die Tunnelwahrscheinlichkeit liegt bei $9 \cdot 10^{-7} \approx 10^{-6}$. Nur rund jedes millionste Proton kann daher durchtunneln. Oder umgekehrt gesagt: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Proton in diesem Abstand tunnelt, liegt bei einem Millionstel.

Hilfe zu A9 c: Weil die Tunnelwahrscheinlichkeit viele Größenordnungen umfasst, muss die y-Achse logarithmisch dargestellt werden.

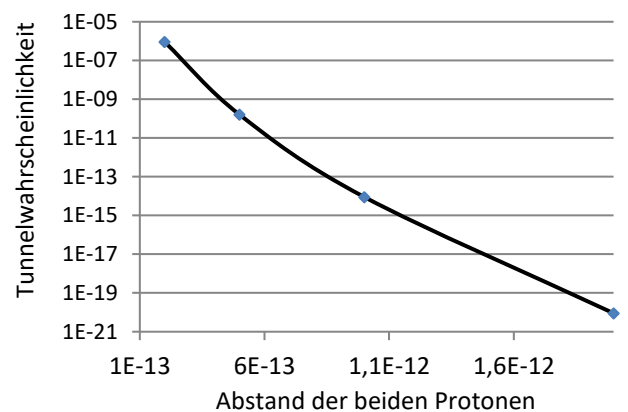


Abb. 15: Grafische Darstellung von Tabelle 3 (Grafik: Martin Apolin)

Hilfe zu A10 a: Das Teilchen hat sich nicht aufgespaltet. Dieses Prinzip funktioniert ja auch für Elementarteilchen wie etwa Elektronen, die sich nicht weiter spalten lassen. Die Wahrscheinlichkeitsdichte gibt vielmehr an, wie wahrscheinlich es ist, das Teilchen an einer bestimmten Stelle zu finden. Wenn ein Teil der Wahrscheinlichkeitswelle durch das Hindernis läuft, dann bedeutet das, dass es eine gewisse Wahrscheinlichkeit gibt, das Teilchen auch hinter dem Hindernis zu finden, auch wenn es aus klassischer Sicht dort gar nicht sein könnte. Das ist eben der Tunneleffekt.

Hilfe zu A10 b: Man sieht, dass die Wahrscheinlichkeitsdichte hinter dem Hindernis bei der langen Barriere (b) kleiner ist. Mit anderen Worten: Die Wahrscheinlichkeit, dass das Teilchen durchtunnelt, hängt von der Dicke des

Hindernisses ab. Zusammen mit Tabelle 3 kann man daher folgern: Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Teilchen durch ein Hindernis durchtunnelt, hängt von Höhe *und* Dicke des Hindernisses ab. Je höher und je dicker das Hindernis, desto geringer wird die Wahrscheinlichkeit.

Hilfe zu A11 a: Erstens kann man aus dem Diagramm herauslesen, dass die Geschwindigkeit der Moleküle mit zunehmender Temperatur größer wird. Wärme bedeutet ja ungeordnete Bewegung der Teilchen. Je höher die Temperatur, desto größer die Wärme, desto heftiger wird die Teilchenbewegung.

Zweitens sieht man, dass sich nicht alle Gasteilchen mit der gleichen Geschwindigkeit bewegen. Das ist durch nicht-zentrale Zusammenstöße zu erklären, bei denen manche Teilchen abgebremst und manche beschleunigt werden, ähnlich wie beim Billardspiel.

Die durchschnittliche Geschwindigkeit ist deshalb nicht beim Maximum der Kurve, weil die Kurve nicht symmetrisch ist - es gibt etwas mehr schnellere Teilchen.

Hilfe zu A11 b: Die Geschwindigkeitsverteilung der Protonen entspricht dem rechten Teil der Kurven in Abb. 5. In Abb. 6 ist allerdings nicht die Geschwindigkeit aufgetragen, sondern die Energie in Elektronvolt.

Tabelle 3 zeigt, dass mit zunehmender Energie die Fusionswahrscheinlichkeit sehr stark anwächst. Das entspricht der rechten strichlierten Kurve Tunneleffekt.

Protonen mit geringerer Geschwindigkeit und somit Energie sind zwar viel häufiger vorhanden, allerdings ist dann auch die Wahrscheinlichkeit geringer, dass sie tunneln. Protonen mit höherer Geschwindigkeit und Energie sind viel weniger vorhanden, allerdings ist dann die Wahrscheinlichkeit wesentlich größer, dass sie tunneln. Beim Gamow-Peak treffen beide Wahrscheinlichkeiten so günstig zusammen, dass die Fusionsrate am größten ist.

Hilfe zu A12 a: ERNEST RUTHERFORD konnte 1902 mit Hilfe eines Magnetfeldes drei Arten von Strahlung unterscheiden. Er nannte sie nach den ersten Buchstaben des griechischen Alphabets α -, β - und γ -Strahlung. Die radioaktiven Zerfälle, durch die diese Strahlungen entstehen, nennt man daher aus historischen Gründen noch heute α -, β - und γ -Zerfall. Diese sind sehr unterschiedlich, aber trotzdem haben sie drei Dinge gemeinsam: 1) Ihr Ursprung liegt im Kern. 2) Durch die Strahlung verringert sich dessen potenzielle Energie. Diese Energie wird auf die kinetische Energie des

ausgesendeten Teilchens übertragen. 3) Der Zerfall tritt spontan auf, also ohne Einfluss von außen. Nur Kerne, die durch Aussendung von Strahlung in einen niedrigeren Energiezustand übergehen können, sind radioaktiv.

Hilfe zu A12 b: Radioaktivität tritt ohne äußere Einwirkung auf. Aus klassischer Sicht ist es unmöglich, dass das α -Teilchen der Kernkraft entkommt, denn es kann nicht von selbst über die Potenzialbarriere gelangen (Abb. 6 + 7). Das wäre so, als würde ein Apfel von selbst aus einer tiefen Schale springen! Im Rahmen der Quantenmechanik ist die Erklärung aber über den Tunneleffekt mit Hilfe der Wellenfunktion möglich (Abb. 6). Diese sinkt außerhalb der Potenzialbarriere nicht auf null ab. Daher gibt es auch eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass sich das Teilchen außerhalb befinden kann.

Hilfe zu A12 c: Beim Zerfall des U-228-Kerns wird mehr Energie freigesetzt als bei U-238. Das freie α -Teilchen aus dem U-228-Kern trägt diese Energiedifferenz mit sich und hat daher „im Freien“ mehr Energie als das α -Teilchen aus dem U-238-Kern. Es muss daher nur eine geringere Energiemenge „ausleihen“. Daher ist die Wahrscheinlichkeit des Tunnelns wesentlich höher als beim U-238.

Hilfe zu A13: Der Tunnelstrom „sieht“ nicht die Elektronen, sondern deren Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2$. Mit der RTM wird also aufgezeichnet, wo sich die Elektronen mit größerer oder kleinerer Wahrscheinlichkeit aufhalten. Die Elektronen haben Welleneigenschaften, und es können sich nur solche stehenden Wahrscheinlichkeitswellen ausbilden, die zu den Abmessungen des Objekts passen. Mit dem RTM kann man also die Wahrscheinlichkeitsdichte $|\psi|^2$ sichtbar machen, und diese sehen in diesem Fall wie Wasserwellen in einem ovalen Pool aus.

Hilfe zu A14: Ein Elektron hat eine Ladung von $1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Der Fluss von einem Elektron pro Sekunde erzeugt daher $I = \Delta Q / \Delta t = 1,6 \cdot 10^{-19}$ A. Um 10^{-13} A zu erzeugen, braucht man daher $10^{-13} \text{ A} / 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A} = 6,25 \cdot 10^5$ Elektronen pro Sekunde, also weit mehr als eine halbe Million Elektronen. Das ist angesichts des geringen Stromflusses verblüffend viel.

Hilfe zu A15: Mit „nichtlokaler Theorie“ meint man, dass Messungen, die man an weit entfernten „Objekten“ vornimmt, also etwa Elektronen oder Photonen, einander ohne Verzögerung beeinflussen. Die Messung des Spins des einen Teilchens am Rand der Galaxis beeinflusst instantan

das Teilchen am anderen Rand der Galaxis und legt dessen Eigenschaften fest. Nach der klassischen Physik dürfte diese Information nur mit Lichtgeschwindigkeit durch die Galaxis laufen, nach der „nichtlokalen Theorie“ der Quantenmechanik ist sie aber eben in Nullzeit da - spukhafte Fernwirkung also.

Hilfe zu A16: Nachdem die Quantenmechanik eine „nicht-lokale Theorie“ ist (siehe A15), muss zwischen Ursache und Wirkung *keine* Zeit vergehen. Selbst Messungen an verschränkten Quanten, die an den gegenüberliegenden Enden der Galaxis durchgeführt werden, beeinflussen einander in Nullzeit. Klassisch gesehen müsste es aber 100.000 Jahr dauern, bis das andere Quant davon „erfährt“.

Hilfe zu A17: Nur wenn die Photonen den Kristall in Richtung A und B verlassen, ist unbekannt, wie ihre Polarisation ist. Würden die Photonen den Kristall in Richtung C und D verlassen, dann wäre auch ohne Messung klar, dass das obere Photon vertikal und das untere horizontal polarisiert ist. Wenn man aber auch ohne Messung die Eigenschaften der Photonen weiß, können sie nicht verschränkt sein.

Hilfe zu A18: Die EPR-Paradoxie legt eigentlich auf den ersten Blick das Auftreten von Überlichtgeschwindigkeit nahe. Deshalb hat ja Einstein von einer „spukhafte Fernwirkung“ gesprochen. Allerdings lässt sich der EPR-Effekt *nicht* nutzen, um damit überlichtschnell zu kommunizieren. Denk daran, dass die einzelnen Messergebnisse in der QM für sich genommen jeweils zufällig sind. In Abb. 13 siehst du z.B., dass das Magnetfeld vorgibt, ob die Spins vertikal oder horizontal liegen müssen. Trotzdem gibt es immer 2 Möglichkeiten, in die die Spins zeigen können, und diese stellen sich zufällig ein, ohne dass man das steuern kann. Um zu wissen, dass das übertragene Teilchen Information besessen hat bzw. welche, ist erst eine „klassische“, unterlichtschnelle Informationsübertragung notwendig, etwa telefonieren. Daher kann man unter dem Strich Information nicht schneller als mit Lichtgeschwindigkeit übertragen.

Hilfe zu A19: Man könnte mit der Speziellen Relativitätstheorie so argumentieren: Wenn A in deinem System vor B misst, gibt es einen relativ zu dir bewegten Beobachter, der sieht, dass A *nach* B misst. Gäbe es eine Informationsübertragung in Nullzeit von A zu B, so wäre das aus der Sicht des bewegten Systems eine Nachricht in die Vergangenheit, also Hellssehen! B würde also die Information bekommen,

bevor sie A überhaupt geschickt hat. Nachrichten in die Vergangenheit führen aber immer zu Paradoxien (siehe Kap. 40.3, BB8).

Hilfe zu A20 a: Bei der Quantenteleportation werden nicht die Teilchen selbst, sondern nur eine ihrer Eigenschaften übertragen, etwa die Polarisation. Nimm an, du willst Spock von der Enterprise auf den Planet Vulkan beamen. Dazu bräuchtest du nach dem Muster der Quantenteleportation drei Spocks. Die Eigenschaften von zwei Spocks würdest du auf der Enterprise verschränken, dann einen der verschränkten Spocks auf den Mond transportieren und dort die Eigenschaften auf einen dritten, „leeren“ Spock übertragen. Natürlich ist es unmöglich, zwei Spocks miteinander zu verschränken, weil ein Mensch viel zu groß ist, um Quanteneigenschaften zu besitzen. Außerdem: Woher soll man drei Spocks nehmen?

Hilfe zu A20 b: Das quantengenaue Abtasten wird durch die Heisenberg'sche Unschärferelation verhindert. Also „erfand“ man den „Heisenberg-Kompensator“, der diese Messprobleme ausgleicht. Auf die Frage, wie denn dieser funktioniere, antwortete der Star-Trek-Erfinder Gene Roddenberry trocken: „Danke, gut!“ (Anm.: Natürlich ist der „Heisenberg-Kompensator“ eine reine Fiktion. Solltest du ihn eines Tages erfinden, ist dir der Nobelpreis sicher!)

Hilfe zu A20 c: Ein kB entspricht 10^3 B. Man müsste daher 10^{31} B an Information vor dem Beamen auslesen.

Hilfe zu A20 d: 1 Byte besteht aus 8 bit. Wenn die Datenübertragungssrate also 1 Gigabit pro Sekunde beträgt, dann werden $0,125$ Gigabyte/s ($= 0,125 \cdot 10^9$ Byte/s $\approx 1,3 \cdot 10^8$ Bytes/s) übertragen. Wenn die Übertragungssrate in ferner Zukunft um den Faktor 10^9 gesteigert wird, dann wären das $1,3 \cdot 10^{17}$ Bytes/s. Weil jedoch 10^{31} Bytes übertragen werden müssen (siehe A20 c), braucht man dazu 10^{31} Bytes/ $1,3 \cdot 10^{17}$ Bytes/s $= 7,7 \cdot 10^{13}$ s. Ein Jahr hat $3,15 \cdot 10^7$ s. Es würde daher $2,44 \cdot 10^6$ Jahre oder rund 2,4 Millionen Jahre dauern, um die Daten zu übermitteln. Recht unpraktikabel!

Hilfe zu 20 e: Gehen wir wieder vom momentanen Wert von $1,3 \cdot 10^8$ Bytes/s aus. Es müssen in Summe 10^{31} Byte übertragen werden. Damit das in 10 Sekunden passieren kann, müssen also 10^{30} Byte pro Sekunde übertragen werden. Das liegt über den Daumen um einen Faktor 10^{22} über den momentanen Möglichkeiten. Mit anderen Worten:

Wenn einmal die Datenübertragungsrate 10 Trilliarden mal schneller ist als heute, hätte man zumindest dieses Problem überwunden.

Hilfe zu A21: Ein Fax-Gerät ist eine gute klassische Analogie für die Quantenteleportation. Es wird ja nicht das Original selber übertragen, sondern nur seine Eigenschaften. Am Zielort muss ein leeres Blatt Papier vorhanden sein – ähnlich wie das „unbeschriebene“ Photon bei Bob. Um die Analogie noch besser zu machen, könntest du an das Faxgerät einen Reißwolf anhängen, der die Information des Originals vernichtet, so wie das auch beim Photon bei Alice der Fall ist. Trotzdem besteht noch ein Unterschied: Bei der Quantenteleportation sind ja drei Photonen beteiligt, beim Fax mit Reißwolf aber nur zwei.

Hilfe zu A22: Die Idee des „Quantenheilens“, die die aktive Natur der Messung verwendet, um gesund zu bleiben, leidet an zwei grundsätzlichen Problemen. Erstens ist der Körper viel zu groß, um quantenmechanische Eigenschaften zu besitzen. Zweitens sind Quantenmessungen immer dem Zufall unterworfen. Der Zustand eines Systems ist so lange unbestimmt, bis man eine Messung vornimmt. Es gibt aber keine Möglichkeit vorherzusagen, wie die Messung ausgehen wird. Salopp gesagt: Die Wahrnehmung (also die Messung) ist nicht beeinflussbar und könnte auch ergeben, dass man krank ist, und dann wäre man eben krank.

Hilfe zu A23: Die Quantenverbindungen zwischen verschränkten Teilchen sind extrem instabil und sehr leicht durch Wechselwirkungen zu stören (Stichwort Dekohärenz). Physiker müssen sehr viel Mühe aufwenden, um die Verschränkung einige Zehntelsekunden aufrecht zu erhalten. Daher ist es natürlich unmöglich, dass diese Verschränkung knapp 14 Milliarden Jahre gehalten haben soll! Außerdem gilt auch hier: Die Messungen von quantenmechanischen Zuständen sind immer dem Zufall unterworfen. Der Fernheiler kann nicht beeinflussen, ob er „Gesundheit“ misst, er könnte auch zufällig „Krankheit“ messen, und das wäre blöd.