

## LÖSUNG ZU 80:

Grundsätzlich gilt: Multipliziert man die Zuflussgeschwindigkeit in einem sehr kleinen Intervall mit der Zeit, so erhält man die Menge an Wasser, die in dieser Zeit dazu gekommen ist. Auch an der Einheit  $\left(\frac{m^3}{min} \cdot min = m^3\right)$  können wir erkennen, dass bestimmte Integrale hier die Einheit  $m^3$  haben.

a) Der Ausdruck  $\int_0^{140} Z(t) dt$  gibt also nach der obigen Überlegung an, wie viel Wasser (in  $m^3$ ) nach 140 Minuten mehr in diesem Becken sind als zum Zeitpunkt 0.

b) Es gilt  $\int_0^{140} Z(t) dt = \int_0^{90} Z(t) dt + \int_{90}^{140} Z(t) dt$

Im Intervall  $[0; 90]$  sind die Funktionswerte von  $Z$  größer oder gleich 0.  $\int_0^{90} Z(t) dt$  entspricht also dem Flächeninhalt, den der Graph von  $Z$  im Intervall  $[0; 90]$  mit der x-Achse einschließt. Mithilfe der Flächeninhalts-Formel des Trapezes erhalten wir:

$$\int_0^{90} Z(t) dt = \frac{(90+50) \cdot 15}{2} = 1050$$

Im Intervall  $[90; 140]$  sind die Funktionswerte von  $Z$  kleiner oder gleich 0.  $\int_{90}^{140} Z(t) dt$  entspricht also dem negativen Flächeninhalt, den der Graph von  $Z$  im Intervall  $[90; 140]$  mit der x-Achse einschließt. Wieder können wir die Formel für das Trapez verwenden und erhalten:

$$\int_{90}^{140} Z(t) dt = -\frac{(50+40) \cdot 15}{2} = -675$$

Insgesamt gilt also  $\int_0^{140} Z(t) dt = 1050 - 675 = 375$

c)

- 1) Bis zum Zeitpunkt  $t = 90$  min kommt ständig Wasser dazu, da die Zuflussgeschwindigkeit bis zu dieser Zeit positiv ist. → **falsch**
- 2) Bis zum Zeitpunkt  $t = 90$  min ist die Zuflussgeschwindigkeit positiv. Das heißt, dass bis dahin ständig Wasser dazu kommt. → **falsch**
- 3) Da bis zum Zeitpunkt  $t = 90$  min Wasser dazu kommt und anschließend Wasser abfließt (nach  $t = 90$  ist  $Z(t)$  stets negativ), befindet sich zu diesem Zeitpunkt die größte Menge Wasser im Becken. → **richtig**
- 4) Nach dem Zeitpunkt  $t = 90$  min ist die Zuflussgeschwindigkeit negativ. Das bedeutet, dass Wasser aus dem Becken abfließt. → **richtig**
- 5) Sowohl im Intervall  $[0; 30]$  als auch im Intervall  $[30; 60]$  ist die Zuflussgeschwindigkeit stets positiv. Die Menge an Wasser, die in diesen Intervallen dazu kommt, entspricht jeweils dem Flächeninhalt, den  $Z$  in den jeweiligen Intervallen mit der x-Achse einschließt. Wir erkennen, dass der Flächeninhalt, den  $Z$  im Intervall  $[30; 60]$  mit der x-Achse einschließt größer ist als jener im Intervall  $[0; 30]$ . → **richtig**
- 6) Anhand des Graphen von  $Z$  können wir nicht erkennen, ob sich zum Zeitpunkt  $t = 0$  bereits Wasser im Becken befunden hat. → **falsch**

