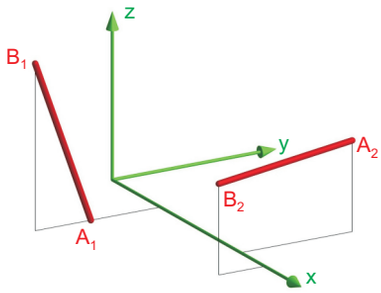
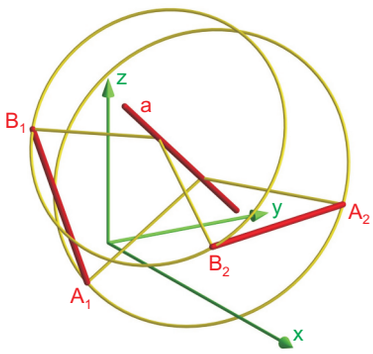
Drehung einer Strecke

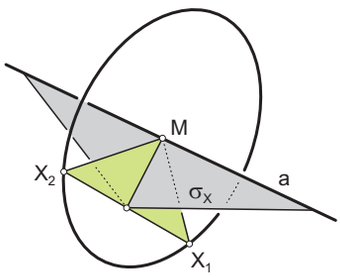


Die Strecke A_1B_1[A_1(3|–2,5|0), B_1(3|–4,5|5,5)] kann durch Drehen um eine Drehachse a in die gleich lange Strecke A_2B_2[A_2(8|4|3), B_2(9,5|y<0|3)] übergeführt werden. Konstruiere die Drehachse a!

Bei dieser Drehung überstreicht A_1B_1 einen Teil eines einschaligen Drehhyperboloids. Konstruiere den Kehlkreis des Drehhyperboloids!

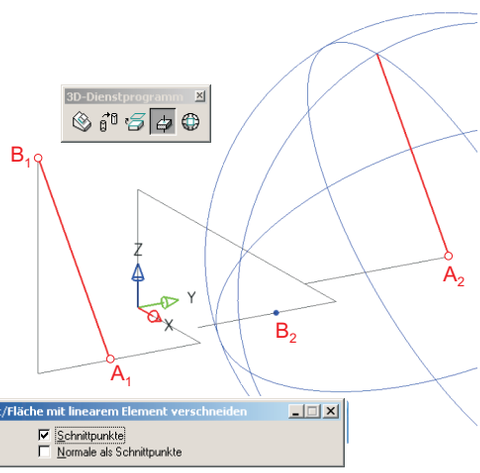
Visualisiere die Konstruktion, indem du einige Drehlagen von A_1B_1 einzeichnest (der Drehwinkel soll dabei immer der gleiche sein) und das Hyperboloid darstellst!

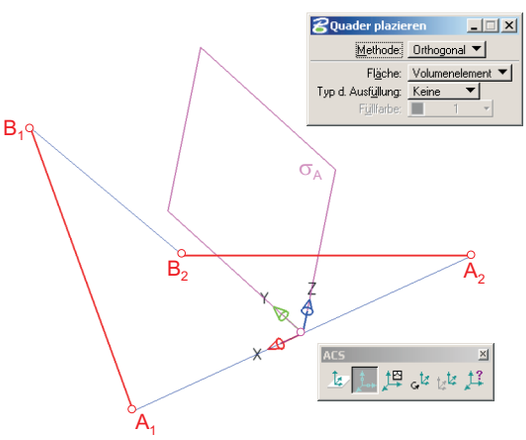




Konstruktion der Drehachse a: Die Skizze lässt erkennen, dass bei Rotation eines Punktes um eine Drehachse a die Symmetrieebene σ_X zweier Drehlagen X_1 und X_2 durch a geht. Daher kann a als Schnittgerade der Symmetrieebenen σ_A von A_1A_2 und σ_B von B_1B_2 konstruiert werden.

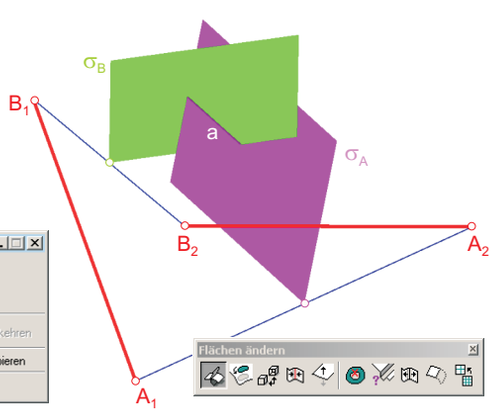
1) Angegebene Punkte einmessen; zum Ermitteln von B_2 Hilfskugelfläche (Mittelpunkt A_2, Radius A_1B_1) mit y-paralleler Strecke durch (9,5|0|3) schneiden (mit Werkzeug „Fläche mit linearem Element verschneiden“ aus dem Werkzeugkasten „3D-Funktionalitäten“)

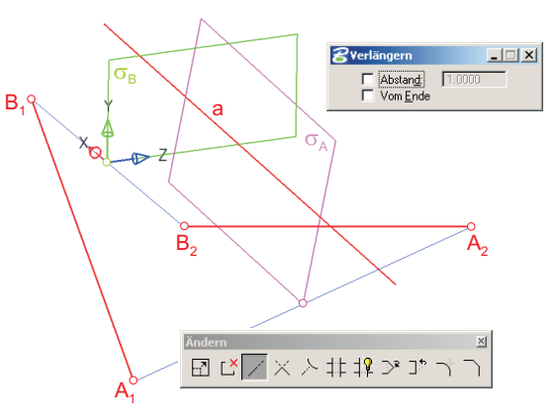


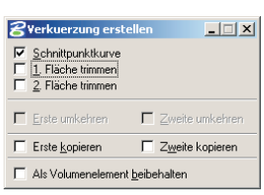


2) Symmetrieebene σ_A als Rechteck konstruieren: ACS platzieren (mit Werkzeug „ACS definieren“ aus Werkzeugkasten „Hilfskoordinaten“, Ursprung im Halbierungspunkt von A_1A_2, x-Achse auf A_1A_2), Rechteck in yz-Ebene aufziehen (mit Werkzeug „Quader platzieren“ [eine schlechte Übersetzung!], AccuDraw mit Taste E in richtige Lage drehen)

3) Symmetrieebene σ_B analog wie σ_A konstruieren und Drehachse a durch Schnittstrecke von σ_A und σ_B festlegen (mit Werkzeug „Verkürzung erstellen“ aus Werkzeugkasten „Flächen ändern“, nur Option „Schnittpunktkurve“ anhaken)

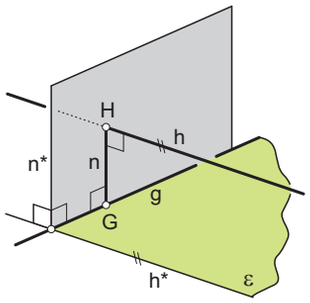




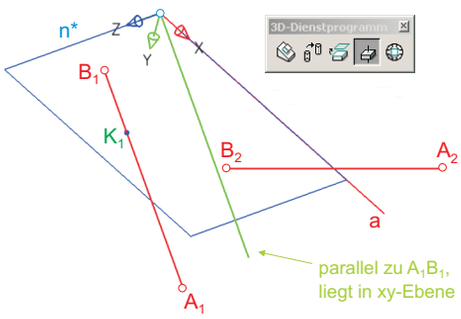


4) Drehachse a verlängern (mit Werkzeug „Verlängern“ aus dem Werkzeugkasten „Ändern“ der Hauptpalette)

Konstruktion des Kehlkreises: Der Kehlkreis des Hyperboloids ist der kleinste Kreis, den ein Punkt von A_1B_1 bei der Rotation um die Drehachse a durchlaufen kann. Sein Radius ist daher der kürzeste Abstand zwischen A_1B_1 und a. Er wird auf jener Geraden gemessen, welche A_1B_1 und a rechtwinklig trifft (Treffnormale); der Fußpunkt der Treffnormalen auf a ist der Kehlkreismittelpunkt, der Fußpunkt auf A_1B_1 ist der Schnittpunkt des Kehlkreises mit A_1B_1.
Die Skizze zeigt, wie man die Treffnormale zweier windschiefer Geraden g und h konstruieren kann. Beschreibe diese Konstruktion!

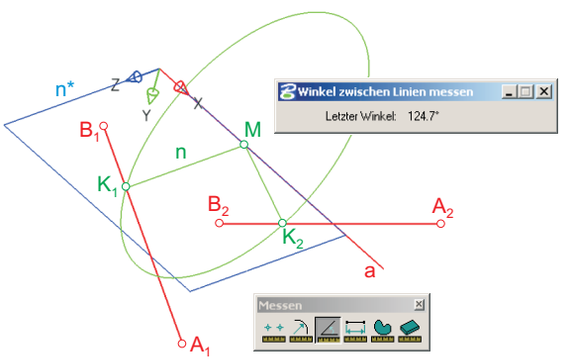


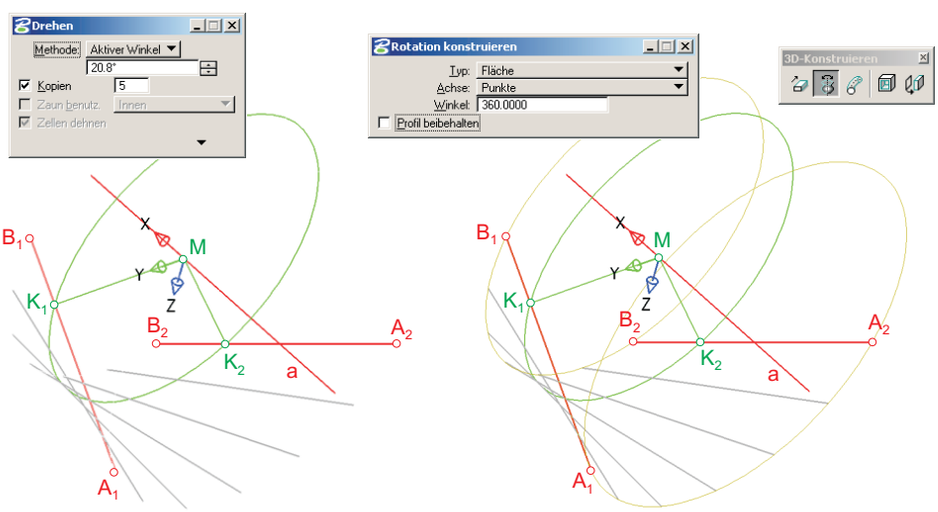
Hinweis: Zum Konstruieren der kürzesten Strecke zwischen zwei Linien gibt es das Werkzeug „Kürzeste Verbindungslinie konstruieren“ aus dem Werkzeugkasten „Lineare Elemente“, mit der die Aufgabe „auf Knopfdruck“ erledigt werden könnte. Die hier durchgeführte Konstruktion fordert hingegen und fördert somit dein Raumdenken.



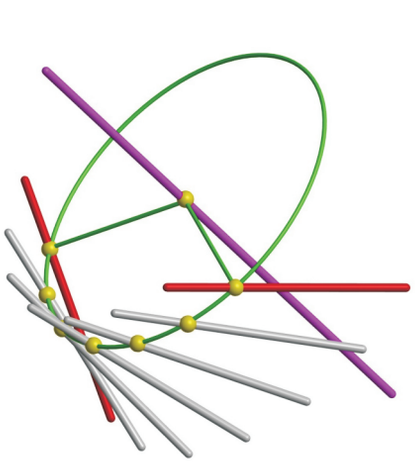
5) A_1B_1 durch beliebigen Punkt von a verschieben, ACS auf jene Ebene legen, die von a und dieser Geraden aufgespannt wird, Gerade n* in z-Richtung zeichnen, genügend großes Rechteck in der von a und n* aufgespannten Ebene (xz-Ebene des ACS) aufziehen, A_1B_1 mit diesem Rechteck schneiden, ergibt Kehlkreispunkt K_1

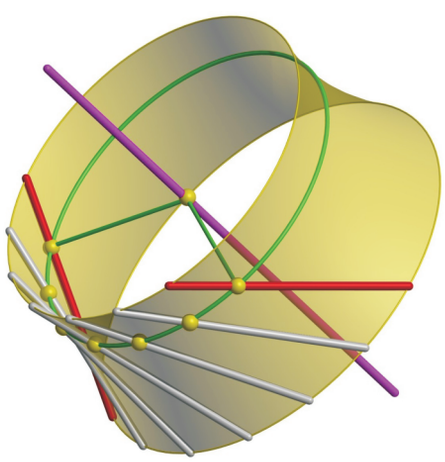
6) Normale n* durch K_1 verschieben und mit a schneiden, ergibt M; Kehlkreis aufziehen (Mittelpunkt M, durch K_1, parallel zu yz-Ebene des ACS); Kehlkreis mit A_2B_2 schneiden, ergibt K_2; Winkel $<K_1MK_2$ messen (mit Werkzeug „Winkel zwischen Linien messen“ aus dem Werkzeugkasten „Messen“ der Hauptpalette): $<K_1MK_2 = 124{,}7°$





7) Einzelne Drehlagen von A_1B_1 erzeugen: Winkel $<K_1MK_2$ durch zB 6 dividieren, Werkzeug „Drehen“ verwenden (Methode „Aktiver Winkel“, Kopien anhaken und auf 5 stellen, AccuDraw mit Taste E in yz-Ebene des neuen ACS drehen); Drehhyperboloid erzeugen (mit Werkzeug „Rotation konstruieren“ aus dem Werkzeugkasten „3D-Konstruieren“)





8) Zum Visualisieren Punkte als Kugeln, Strecken als abgerundete Stäbe (Zylinder, Randkreise abrunden, mit Werkzeug „Kanten abrunden“ aus Werkzeugkasten „3D-Ändern“) und Kehlkreis als Rohr (Torus, am besten mit Werkzeug „Entlang eines Pfades extrudieren“ aus Werkzeugkasten „3D-Konstruieren“) ausführen; Beleuchtung herstellen und allenfalls geeignete Materialien wählen (bei transparentem Material muss im Menü „Einstellungen – Rendern – Ansichtsattribute“ das Kästchen „Transparenz“ angehakt werden)