

Das Quantenbillard

Roman Sexl: Irreversible Prozesse. Physik und Didaktik 8/1, 1 (1980)

Wir betrachten folgenden Aufbau, bei dem eine Kugel gegen gleichartige andere Kugeln -jede an einer festen Position – geschossen wird. Wie viele Kugel kann man – wenn man die Reibung vernachlässigt – treffen?

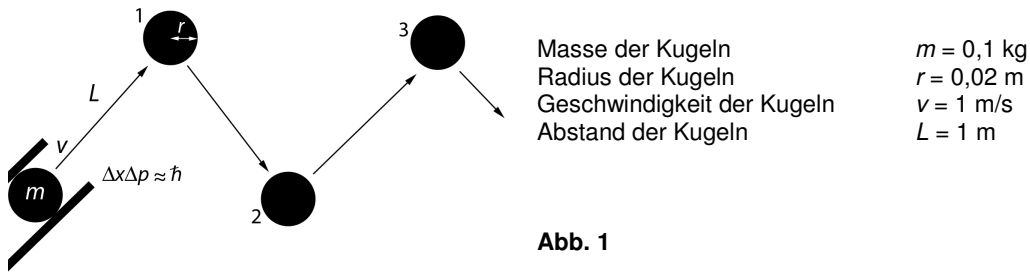


Abb. 1

1) Kleinstmöglicher Anfangsfehler (Unschärferelation):

Fehlerfortpflanzung:

$$(1) \text{Gesamtfehler}^2 = (\text{Fehler Ort})^2 + (\text{Fehler Impuls})^2$$

Δx_1 sei die Unschärfe bei der Kugel 1,
 Δx die Ortsunschärfe,
 Δx_p der Fehler im Ort, der sich aus dem Fehler im Impuls ergibt

Dann lässt sich (1) schreiben als:

$$(2) (\Delta x_1)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta x_p)^2$$

Δx_p lässt sich aus Abb. 2 ermitteln und ergibt $\Delta x_p = (L/p) \cdot \Delta p$. Einsetzen in (2) ergibt:

$$(3) (\Delta x_1)^2 = (\Delta x)^2 + (L/p)^2 \cdot (\Delta p)^2 \quad \text{und mit } \Delta p \approx \nabla/\Delta x$$

$$(4) (\Delta x_1)^2 = (\Delta x)^2 + (L/p)^2 \cdot (\nabla/\Delta x)^2$$

Wir berechnen das Minimum $d(\Delta x_1)/d(\Delta x)$ und erhalten $\Delta x = \sqrt{\nabla L/p}$

Einsetzen in (4) liefert mit den angegebenen Werten:

$$(5) \Delta x_1 = \sqrt{2\nabla L/p} \approx \underline{5 \cdot 10^{-17} \text{ m}}$$

2) Auswirkung der Ortsunschärfe auf die Winkelunschärfe (Stoß gegen erste Kugel):

Unschärfe Δx im Ort \rightarrow Unschärfe $\Delta \alpha$ im Reflexionswinkel α

$$(6) \Delta \alpha = 2\alpha \quad (\text{siehe Abb. 3})$$

Aus Abb. 3 folgt: $\sin \alpha \approx \alpha \approx \Delta x_1/r$ also mit (6)

$$(7) \Delta \alpha \approx 2\Delta x_1/r$$

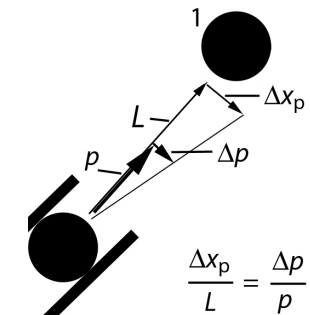


Abb. 2

3) Fortpflanzung des Fehlers (Stoß gegen zweite Kugel):

Aus Abb. 4 folgt:

$$(8) \tan \Delta \alpha / 2 \approx \Delta \alpha / 2 = (\Delta x_2 / 2) / L \quad \text{und somit}$$

$$\Delta x_2 = L \cdot \Delta \alpha = 2(L/r) \cdot \Delta x_1 = 100 \cdot \Delta x_1 \rightarrow \underline{\Delta x_n = 100^{(n-1)} \cdot \Delta x_1}$$

$$\rightarrow \Delta x_8 = 5 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \Delta x_9 = 50 \text{ cm} - \text{Die neunte Kugel wird nicht mehr getroffen!}$$

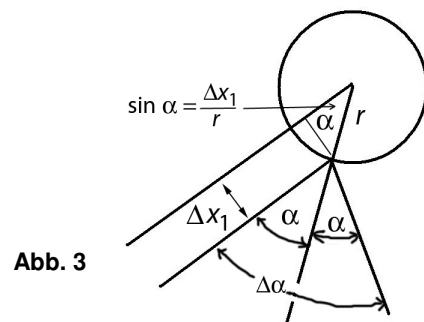


Abb. 3

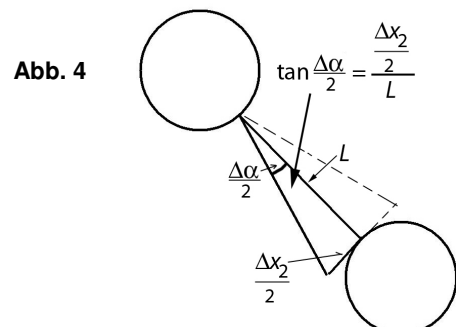


Abb. 4

Bemerkung (Situation für ein Gas): $L = 10^{-7} \text{ m} \rightarrow \Delta x_1 = 10^{-9} \text{ m} > \text{Moleküldurchmesser } 10^{-10} \text{ m}$, d. h. nicht einmal der erste Stoß ist berechenbar! Scheitert nach mittlerer Stoßzeit $\approx 10^{-9} \text{ s}$.