Ich kann die unterschiedlichen Lösungsmöglichkeiten einer quadratischen Gleichung erkennen und argumentieren.

C, D **1** Eine Lösung der quadratischen Gleichung $x^2 - 6x + 13 = 0$ ist $x_1 = 3 - 2i$. Entscheide (ohne die Gleichung explizit zu lösen) und kreuze an, wie die zweite Lösung x_2 der Gleichung lautet. Begründe deine Entscheidung.

A $-3-2i$ B $-3+2i$ C $3+2i$ D $3-2i$

B, C **2** Ordne jeder quadratischen Gleichung die richtige Lösungsmenge zu.

$x^2 + 2x + 5 = 0$		A $\{-0{,}5i;\ 0{,}5i\}$
$x^2 + \frac{1}{4} = 0$		B $\{-1-2i;\ 1+2i\}$
$x^2 - 2x + 0{,}75 = 0$		C $\{0{,}5i;\ 0{,}5\}$
$x^2 - \frac{1}{4} = 0$		D $\{-0{,}5;\ 0{,}5\}$
		E $\{-1-2i;\ 1+2i\}$
		F $\{0{,}5;\ 1{,}5\}$

B, C **3** Gegeben ist eine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ mit reellen Koeffizienten p und q. Entscheide, welche der gegebenen Lösungsmengen gültige Lösungsmengen einer solchen Gleichung sein können. Begründe deine Entscheidung.

A $\{-3i\}$ B $\{0;\ 4\}$ C $\{7-3i;\ 7+3i\}$ D $\{-4-3i;\ 4-3i\}$ E $\{5\}$

C **4** Entscheide, welche der quadratischen Gleichungen nur komplexe Lösungen haben.

A $x^2 - 5 = 0$ B $x^2 + 9 = 0$ C $x^2 - 6x = 0$ D $x^2 - x + 1 = 0$ E $x^2 + 2x + 1 = 0$

A **5** Ermittle, für welche Zahlen a die quadratische Gleichung $x^2 + ax + 4 = 0$ genau eine reelle Lösung hat.

A **6** Ermittle, für welche Zahlen a die quadratische Gleichung $x^2 + a = 0$ …

a. …zwei reelle Lösungen hat.

b. … zwei komplexe Lösungen hat, die nicht reell sind.

C, D **7** Entscheide, in welchen Fällen die quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$ (mit reellen Koeffizienten p und q) mit Sicherheit zwei komplexe Lösungen hat, die nicht reell sind, und kreuze diese Aussagen an. Begründe deine Entscheidung.

A $p = q$ B $p^2 < 4q$ C $p = 0$ und $q > 0$ D $p > 0$ und $q = 0$ E $\frac{p^2}{4} - q = 0$

Autorin: Bettina Ponleitner

Lösungen zu:
Ich kann die unterschiedlichen Lösungsmöglichkeiten einer quadratischen Gleichung erkennen und argumentieren.

1 C $3+2i$, da die beiden komplexen Lösungen einer quadratischen Gleichung mit reellen Koeffizienten immer die Form $x_1 = a+bi$, $x_2 = a-bi$ haben. Das heißt, die beiden komplexen Lösungen unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen vor dem i-Anteil der Lösung.

2

B	$x^2+2x+5=0$
A	$x^2+\frac{1}{4}=0$
F	$x^2-2x+0{,}75=0$
D	$x^2-\frac{1}{4}=0$

3 A Nein, da komplexe Lösungen immer paarweise auftreten. Wenn -3i eine Lösung einer solchen Gleichung ist, muss 3i die zweite Lösung sein.
B Ja.
C Ja.
D Nein. Zwei komplexe Lösungen sind immer von der Form $x_1 = a+bi$, $x_2 = a-bi$. In der hier gegebenen Lösungsmenge stimmen die Vorzeichen nicht.
E Ja.

4 A nein [2 reelle Lösungen]

B ja

C nein [2 reelle Lösungen]

D ja [Die Diskriminante ist negativ.]

E nein [Die Diskriminante ist gleich 0. Daher gibt es eine reelle Lösung.]

5 Die Gleichung hat genau dann eine reelle Lösung, wenn die Diskriminante gleich 0 ist. Das ist der Fall für $a=4$ oder $a=-4$.

6 a. zwei reelle Lösungen: für $a<0$
b. zwei komplexe Lösungen, die nicht reell sind: für $a>0$

7 2 komplexe Lösungen:

B 2 komplexe Lösungen. Wenn die Diskriminante kleiner als 0 ist, folgt durch Umformen der Ungleichung $\frac{p^2}{4}-q<0$, dass $p^2<4q$ gilt.

C 2 komplexe Lösungen. Wenn $p=0$, dann lautet die Gleichung $x^2+q=0$. Für $q>0$ hat die Gleichung die Lösungen $x_1=-\sqrt{q}i$ und $x_2=\sqrt{q}i$.

Für die anderen Antwortmöglichkeiten gilt:

A Es können sowohl zwei reelle als auch zwei komplexe Lösungen auftreten. Zum Beispiel hat die Gleichung $x^2+x+1=0$ 2 komplexe Lösungen und die Gleichung $x^2-4x-4=0$ 2 reelle Lösungen.

D 2 reelle Lösungen. Wenn $q=0$, dann lautet die Gleichung $x^2+px=0$. Diese hat die Lösungen $x_1=0$ und $x_2=-p$.

E 1 reelle Lösung. $\frac{p^2}{4}-q=0$ bedeutet, dass die Diskriminante gleich 0 ist.