

49 Einführung in die Kosmologie

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin (Stand Oktober 2012)

Die „Entdeckung“ des Big Bang

A1 Kommentiere folgendes Zitat (Quelle: www.gymvaterstetten.de): "Betrachtet man das Licht von entfernten Galaxien, so stellt man fest, dass alle charakteristischen Linien (z. B. die Linien des Wasserstoffs) in den Spektren zu niedrigen Frequenzen (in den roten Bereich) verschoben sind, und zwar um so mehr, je weiter die Galaxien von uns entfernt sind. Ähnlich wie die Frequenz des Hupens eines Autos bei Bewegung auf uns zu höher wird, und bei Bewegung von uns weg tiefer, sinkt auch die Frequenz des Lichtes, wenn sich eine Lichtquelle von uns entfernt, und zwar um so mehr, je schneller sich die Lichtquelle entfernt (Dopplereffekt)."

A2 Anstelle des Begriffs Hubble-Konstante verwendet man häufig den Begriff Hubble-Parameter. Warum ist letztere Bezeichnung eigentlich vernünftiger?

A3 In dem Film „Star Wars“ von 1977 spricht Han Solo (Abb. 1) über sein Schiff "rasender Falke" und sagt dabei: "Das Schiff machte den Korsaflugh in weniger als 12 Parsec!". Kommentiere diese Aussage, und hilf dir mit A4 b!



Abb. 1 (Quelle: Wikipedia)

A4 a Berechne die Länge eines Lichtjahrs (c ist rund $3 \cdot 10^8$ m/s).

A4 b Ein Parsec (pc) ist definiert als die Entfernung eines Sterns, der von der Erde aus gesehen auf Grund ihrer Bahn um die Sonne eine jährliche Parallaxe von genau einer Bogensekunde ($1''/3600$) aufweist (siehe Abb. 2). Die Entfernung Erde-Sonne (1 astronomische Einheit; 1 AE) beträgt 149,6 Milliarden Meter. Berechne die Entfernung 1 pc in Metern und Lichtjahren.

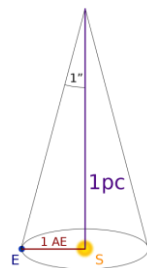


Abb. 2 (Quelle: Wikipedia)

A4 c Welches astronomische Objekt ist größenordnungsmäßig 1 pc von uns entfernt? Welches astronomische Objekt ist größenordnungsmäßig 1 Mpc von uns entfernt?

A5 In 2 bis 4 Milliarden Jahren (die Angaben differieren in der Literatur) wird unsere Milchstraße wahrscheinlich mit dem Andromedanebel (Abb. 3) kollidieren, der etwa 2,5 Millionen Lichtjahre von uns entfernt ist. Wie schnell fliegen wir demnach aufeinander zu? Hilf dir mit der Antwort auf A4 a!



Abb. 3: Der imposante Andromedanebel (Quelle: NASA).

A6 a Wie kann man die eigenartige Einheit der Hubble-Konstanten interpretieren? Hilf dir mit dem Hubble-Gesetz und der Antwort auf A4 b!

Formel: Hubble-Gesetz

$$v = H \cdot r$$

v ... Fluchtgeschwindigkeit einer Galaxis [km/s]

H ... Hubble-Konstante; $73,8 \pm 2,4$ km/(s · Mpc)
(Stand 2011, Hubble-Teleskop)

1 Megaparsec (Mpc) = $3,1 \cdot 10^{22}$ m

r ... Abstand zwischen Galaxis und Erde [Mpc]

A6 b Der Andromedanebel bewegt sich mit 200 bis 400 km/s auf uns zu (siehe A5). Wie lässt sich das mit dem Hubble-Gesetz vereinbaren (A6 a)? Welcher Zusammenhang besteht zu Abb. 4?

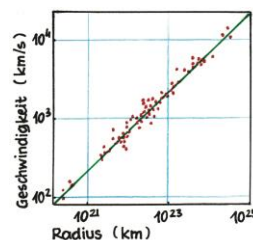


Abb. 4: Aus der Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Abstand der Galaxien kann man das Hubble-Gesetz und die Hubble-Konstante ableiten (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 49.6, S. 99, BB8).

A7 Rechne die Hubble-Konstante (siehe A6 a) in SI-Einheiten um (m und s). Wie kann man das Ergebnis interpretieren?

A8 Welche Einheit und welchen Zahlenwert hat der Kehrwert der Hubble-Konstante in SI-Einheiten? Wie kann man Zahl und Einheit interpretieren? Welcher Zusammenhang besteht zu Abb. 5? Hilf dir mit der Antwort auf A7!

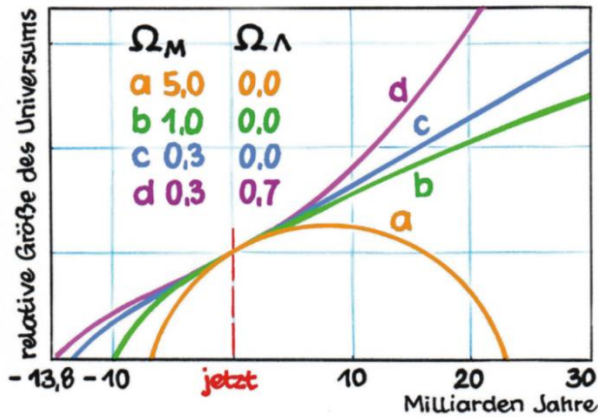


Abb. 5: Expansion eines flachen Universums nach dem Standardmodell und nach dem korrigierten Modell mit dunkler Energie. Aus dem korrigierten Modell ergibt sich auch das aktuell geschätzte Alter des Universums mit 13,7 Milliarden Jahren (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 49.31, S. 110).

A9 Der Beobachtungshorizont begrenzt den Teil des Universums, von dem uns seit dem Urknall Informationen erreicht haben können. Bereiche jenseits des Beobachtungshorizonts können nicht beobachtet werden, weil die Zeit seit dem Urknall nicht ausreicht, um von dort Licht erhalten zu können. Wie schnell entfernt sich der Beobachtungshorizont des Universums von uns? Hilf dir mit Tab. 1 sowie mit A4 a und A7. Interpretiere das Ergebnis.

Alter	$13,7 (\pm 0,5) \cdot 10^9$ Jahre
Durchmesser*	$96 (\pm 4) \cdot 10^9$ Lichtjahre
Masse*	$8,5 \cdot 10^{52}$ bis 10^{53} kg
Anzahl der Galaxien*	10^{11}
Anzahl der Sterne*	10^{22}
Anzahl Nukleonen*	$4 \cdot 10^{78}$ bis $6 \cdot 10^{79}$
Anzahl Photonen*	10^{88}
Anzahl der Neutrinos*	10^{88} (?)
kritische Dichte	$9,7 \cdot 10^{-27}$ kg m ⁻³
Hubble-Konstante (Stand 2011, Hubble-Teleskop)	$\approx 73,8 \pm 2,4$ kms ⁻¹ Mpc ⁻¹

Tab. 1 zu A9: Vermutete Daten zum Universum (* bezogen auf das beobachtbare Universum).

A10 a Der größte und gleichzeitig *fast* perfekteste Schwarze Strahler ist das ganze Universum (Abb. 6 und Abb. 7). Woran

sieht man, dass das Universum kein absolut perfekter Schwarzer Strahler ist? Warum ist das für uns so wichtig?

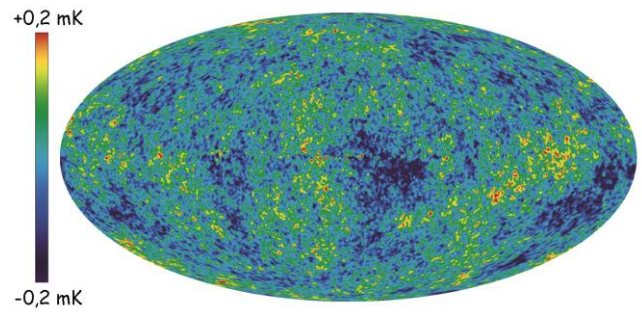


Abb. 6: Aufnahme der Hintergrundstrahlung mit der Sonde WMAP. Die Temperaturabweichungen von der Schwarzkörperstrahlung liegen in der Größe von 10.000stel Grad (Quelle: NASA).

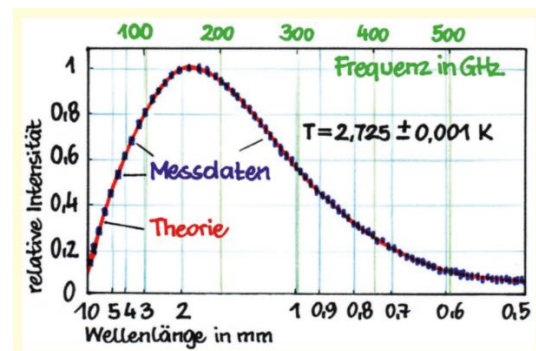


Abb. 7 (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 49.8, S. 100)

A10 b Berechne mit Hilfe von Abb. 7 die Strahlungsleistung I des Universums pro Quadratmeter mit Hilfe des Gesetzes von STEFAN und BOLTZMANN (siehe Kap. 19.3, BB6): $I = \sigma \cdot A \cdot T^4$. Die Stefan-Boltzmann-Konstante σ hat den Wert $5,67 \cdot 10^{-8}$ Wm⁻²K⁻⁴. Was macht das Ergebnis plausibel?

A10 c Das Wien'sche Verschiebungsgesetz (siehe Kap. 35.1, BB7) lautet $\lambda_{\max} \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3}$ mK. Berechne damit die Wellenlänge im maximalen Strahlungsbereich in Abb. 7 und interpretiere das Ergebnis mit Hilfe von Abb. 8.

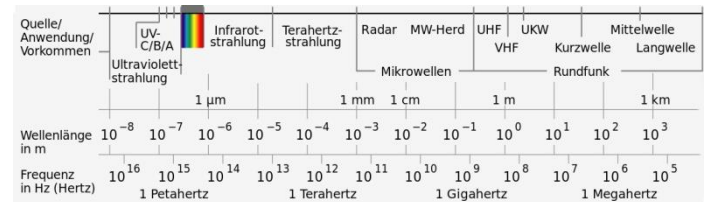


Abb. 8 (Quelle: Wikipedia)

A11 Die kosmische Hintergrundstrahlung ist ein Beleg für den Urknall. Die Mikrowellenstrahlung trifft mit praktisch vollkommen gleicher Wellenlänge aus allen Richtungen des Universums auf uns. Durch die Bewegung der Erde relativ zum Kosmos kommt es aber zum Doppler-Effekt, wodurch

die Frequenz der Hintergrundstrahlung je nach Blickrichtung rot- oder blauverschoben ist (Abb. 9). Ist die Hintergrundstrahlung damit nicht so etwas wie ein "neuer Äther" (siehe Kap. 38.3 und 39.1)?

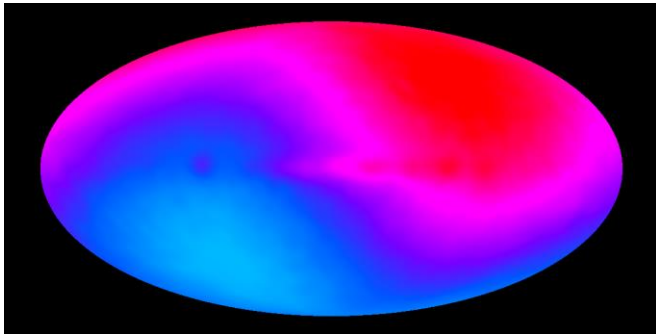


Abb. 9: Die Hintergrundstrahlung, aufgenommen durch den Satelliten COBE. Durch die Bewegung der Erde relativ zum Universum kommt es zu einer Doppler-Frequenzverschiebung. In den gängigen Abbildungen (siehe etwa Abb. 6) wird diese Frequenzverschiebung weggerechnet.

A12 Das Universum besteht grob gesagt aus 92 % Wasserstoffatomen und 8 % Heliumatomen. Schätze mit dieser Angabe die Massenverteilung dieser beiden Elemente ab. Hilf dir dabei mit Tab. 2!

Teilchen	Masse in kg	Ladung	relative Masse
Neutron (n)	$1,675 \cdot 10^{-27}$	neutral	1838,7
Proton (p ⁺)	$1,673 \cdot 10^{-27}$	plus	1836,2
Elektron (e ⁻)	$9,109 \cdot 10^{-31}$	minus	1

Tab. 2

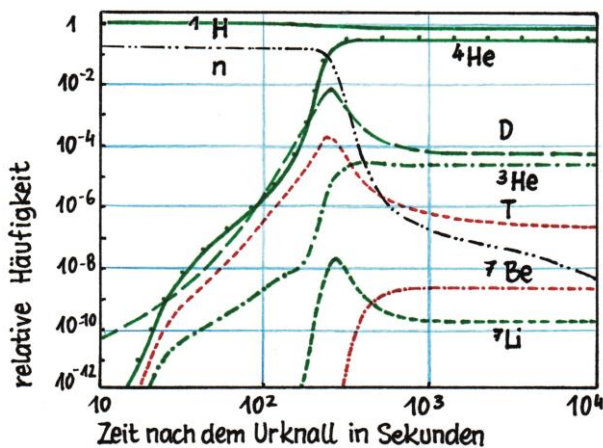


Abb. 10: Entstehung der Elemente nach dem Big Bang. Nach etwa drei Minuten bleiben die Verhältnisse gleich (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 49.10, S. 101).

A13 a Erst nach rund 400.000 Jahren wurde das Universum durchsichtig. Die Temperatur war vor dieser Zeit so hoch, dass die Nukleonen die Elektronen nicht einfangen konnten. Die Materie lag als Plasma vor, als ionisiertes Gas, so wie das

auch bei einer Kerzenflamme der Fall ist. Wovon ist daher also die Rede, wenn in Abb. 10 etwa ^1H eingezeichnet ist?

A13 b In Abb. 10 siehst du, dass sich die Anzahl der Neutronen nicht stabilisiert hat. Warum? Und warum hat sich aber andererseits die Anzahl der Protonen stabilisiert (siehe A13 a)?

A14 Schätze die Masse des sichtbaren Universums ab. Nimm dazu folgendes an:

- 1) Die Sonne ist ein durchschnittlicher Stern und ihre Masse beträgt $2 \cdot 10^{30}$ kg.
- 2) Galaxien haben im Schnitt 10^{11} Sterne.
- 3) Man schätzt die Anzahl der Galaxien im sichtbaren Universum auf 10^{11} .
- 4) Der sichtbare Teil des Universums macht nur einen Bruchteil der Masse aus (siehe dazu Abb. 11).

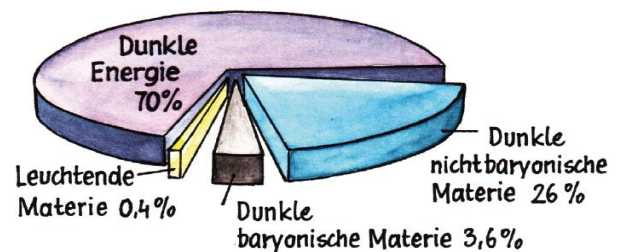


Abb. 11: Woraus aus heutiger Sicht das Universum besteht. Nur der mickrige Anteil von 0,4 % zeigt sich uns in Form von Sternen und Galaxien (Grafik: Janosch Slama; siehe Abb. 49.29, S. 109).

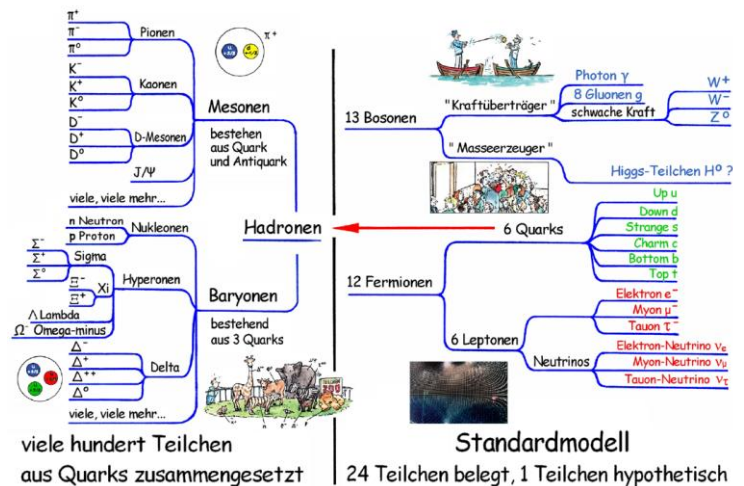


Abb. 12: Überblick über den Teilchenzoo (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 47.42, S. 89).

A15 a Versuche möglichst einfach die Anzahl der Baryonen im Sonnensystem abzuschätzen. Warum ist es besser von Baryonen oder Nukleonen zu sprechen als von Atomen? Nimm für die Schätzung vereinfacht an, dass die Masse aus-

schließlich durch die Sonne zu Stande kommt ($2 \cdot 10^{30}$ kg).
Hilf dir mit A12 und 13 sowie mit Abb. 12 (vorige Seite).

A15 b Schätze die Baryonen im sichtbaren Universum ab.
Verwende dazu A14 und A15 a.

A16 Auf astrotreff.de fragt der User Jogi (aus dem Original übernommen): "Ich lese viel, und lese immer wieder von einem flachen Universum, von einem gekrümmten Universum, von einem Universum in Sattelform, usw usw. Sind das nur Berechnungsbeispiele? Wie sieht es wirklich aus, wenn man es von Aussen betrachten könnte?" Wie würdest du die letzte Frage beantworten?

A17 Das Universum ist nach heutigem Wissensstand 13,7 Milliarden Jahren alt. Darunter kann man sich natürlich nichts vorstellen. Nimm statt dessen an, das Universum ist 13,7 Jahre alt, befindet sich also im Teenageralter. Vervollständige Tabelle 3, indem du die Ereignisse in der ersten Spalte auf die neue Zeitskala umrechnest. Nimm dabei immer jene Einheit (also Jahre, Tage usw.), unter der man sich am besten etwas vorstellen kann. Interpretiere das Ergebnis.

	vor soundso viel Jahren	neue Skala: vor so-und-soviel...			
		Jahren	Tagen	Minuten	Sekunden
Universum entsteht	$13,7 \cdot 10^9$	13,7			
Erde entsteht	$4,6 \cdot 10^9$	4,6			
die ersten Menschen	$4,5 \cdot 10^6$				
Cheopspyramide	5000				
Christus wird geboren	2000				
Österreich wird gegründet	1000				
erster Weltkrieg	100				

Tab. 3: Ereignisse auf der normalen Zeitskala und der "Teenager-Zeitskala".

A18 Auf wissen.de.msn.com (26.09.12) ist folgendes zu lesen:

"Spektakuläre Hubble-Aufnahme; Blick in die Kinderstube des Universums: Nun haben Astronomen an der Europäischen Südsternwarte (ESO) die bisher am weitesten entfernte Galaxie identifiziert: UDFy-38135539. Messungen ihrer Rotverschiebung ergaben, dass sie rund 13 Milliarden Lichtjahre von der Erde entfernt ist. Damit erlaubt die Neuentdeckung uns einen Blick in die Kinderstube des Universums - derzeit geht man davon aus, dass alles mit einem Urknall vor etwa 13,7 Milliarden Jahren begann."

Kommentiere dieses Zitat! Wie könnte man die "heikle" Passage besser formulieren?

Was zwischen Big Bang und heute geschah

A19 Leite die Gleichung für die Fluchtgeschwindigkeit eines Objekts im Einfluss einer Zentralmasse ab. Gehe dazu von der Formel $W_H = mGM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_n} \right)$ für die Hebearbeit im inhomogenen Feld und von der kinetischen Energie $E_k = \frac{mv^2}{2}$ aus. Überlege, was mit den Energien bei einer gelungenen "Flucht" passiert.

A20 Die Fluchtgeschwindigkeit, um der Gravitation einer Masse zu entkommen, ist proportional zu $1/\sqrt{r}$ (siehe A19). Je näher man also einer Masse kommt, desto größer wird die Fluchtgeschwindigkeit. Bei einem bestimmten Abstand r gilt $v = c$. Dann kann nicht einmal mehr das Licht entkommen. Diesen Abstand nennt man den Schwarzschildradius R_S . Leite die Gleichung für R_S mit Hilfe der Antwort auf A19 ab.

A21 a Berechne allgemein die kritische Dichte ρ_C , ab der eine kugelförmige Masse zu einem schwarzen Loch zusammenstürzt. Verwende dazu die Gleichungen $V_{Kugel} = \frac{4r^3\pi}{3}$, $\rho = \frac{M}{V}$ und die Gleichung für den Schwarzschildradius aus A20.

A21 b Erstelle mit Hilfe der Gleichung aus A21 a ein Diagramm, in dem du auf der x-Achse die Masse und auf der y-Achse die kritische Dichte eines Schwarzen Lochs einträgst. Interpretiere das Diagramm! Zeichne in das Diagramm weiters die vermutete Masse (10^{54} kg) und Dichte (10^{-26} kg/m³) des sichtbaren Universums ein. Was ist das Interessante dabei?

A22 Die kleinste sinnvolle Länge ist die Planck-Länge (etwa 10^{-35} m). Leite eine allgemeine Formel für die Planck-Länge ab und gehe dabei folgendermaßen vor:

a Um einen Bereich der Länge L auszumessen, braucht man ein Photon mit der Wellenlänge $\lambda < L$. Berechne allgemein, welche Energie und Masse ein solches Photon besitzen würde. Verwende dafür die Gleichungen $\lambda = c/f$, $E = hf$ und $E = mc^2$.

b Berechne, wann λ gleich dem Schwarzschildradius R_s wird (siehe A20). Dann ist die Wellenlänge des Photons so klein und somit seine Energie und Masse so groß, dass es ein Schwarzes Loch wird. Kleinere Längen kann man also prinzipiell nicht messen (Planck-Länge $l_p = \lambda = R_s$).

c Berechne die Größenordnung der Planck-Länge: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ und $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

A23 a Die kürzeste sinnvolle Zeitangabe ist die Planck-Zeit t_p . Was kann man sich darunter vorstellen und in welcher Größenordnung liegt sie? Verwende das Ergebnis von A22 b. Welcher Zusammenhang besteht zur Entwicklung des Universums?

A23 b Wie groß ist die Masse eines Photons, dessen Wellenlänge der Planck-Länge entspricht? Diese Masse ist nur durch Naturkonstante bestimmt, und man nennt sie die Planckmasse!

A24 Welcher Zusammenhang besteht zwischen den beiden Abbildungen unten?

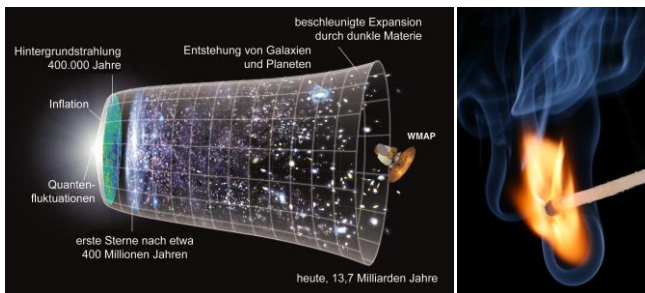


Abb. 13: Links: Die Entwicklung des Universums vom Urknall bis heute (Quelle: NASA); rechts: Flamme eines Streichholzes (Foto: Sebastian Ritter).

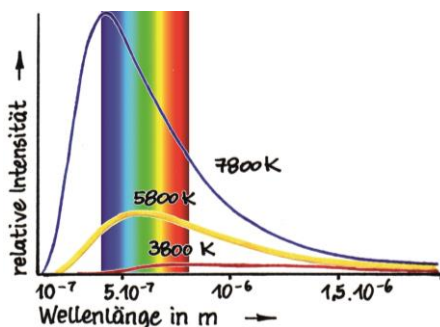


Abb. 14: Strahlungsintensität bei drei verschiedenen Oberflächentemperaturen (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 48.9, S. 93).

A25 a Zur Zeit der Entstehung der Hintergrundstrahlung hatte das Universum etwa 3000 K. Welche Farbe hätte es zu dieser Zeit gehabt, wenn man es beobachten hätte können?

Hilf dir mit A10 a und Abb. 14! Welche Objekte gibt es heute, die eine vergleichbare Farbe haben?

A25 b Wie groß war das sichtbare Universums damals? Hilf dir mit Tab. 1 und Abb. 15!

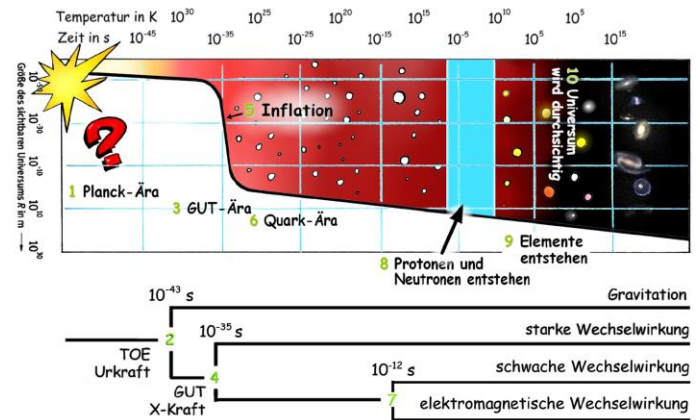


Abb. 15: Die Evolution des Universums und der Kräfte (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 49.19, S. 105).

A26 Welcher Zusammenhang besteht zwischen Teilchenphysik und Kosmologie? Warum ist daher der LHC (Large Hadron Collider) auch für die Kosmologen interessant? Hilf dir mit Abb. 15!

Dichte und Zukunft des Universums

A27 Berechne die kritische Dichte ρ_c des Universums. Gehe dabei folgendermaßen vor:

a Berechne allgemein die Masse eines kugelförmigen Volumens bei bekannter Dichte ρ .

b Betrachten wir eine Galaxis, die sich im Abstand r zu uns befindet. Nach dem Hubble-Gesetz bewegt sie sich mit $v = H \cdot r$ von uns weg. Damit die Galaxis dem Universum gerade noch „entkommen“ kann und im Unendlichen anhält, muss ihre momentane Geschwindigkeit genau der Fluchtgeschwindigkeit $v = \sqrt{2GM/r}$ entsprechen (siehe A19). Stellen dir nun das Universum als Kugel mit der Dichte ρ_c und dem Radius r vor. Nimm an, dass sich die flüchtende Galaxis an der Oberfläche dieser Kugel befindet. Kombiniere die beiden Gleichungen oben und das Ergebnis aus A27 a, um die Gleichung für die kritische Dichte ρ_c des Universums abzuleiten.

c Berechne nun mit dem Ergebnis aus A27 b den Wert für die kritische Dichte des Universums. Es gilt $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. Den Wert für H in SI-Einheiten findest du in der Hilfe zu A7.

d Der in A27 a bis c berechnete Wert für die kritische Dichte stimmt mit dem in der Literatur angeführten Wert überein. Warum ist das aber eigentlich ein Zufall? Anders gefragt: Warum ist die Rechnung oben eigentlich geschummelt?

A28 Wie viele Nukleonen befinden sich im Schnitt pro m^3 Universum? Hilf dir mit Tab. 2 und dem Ergebnis aus A27 d.

A29 Die Krümmung des Raumes in der Nähe der Sonne entspricht einer Art Delle (Abb. 16). Warum ist die Geometrie des gesamten Universums dann nicht auch eine Art Delle? Wie kann es sein, dass dieses in Gesamtheit flach ist oder sogar negativ gekrümmt (siehe Abb. 17 Mitte)?

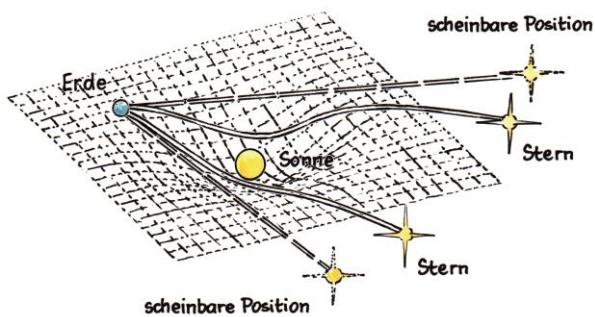


Abb. 16: Die Lichtablenkung am Rand der Sonne, die durch die Krümmung des Raumes zu Stande kommt (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 43.29, S. 47).

relation ermöglicht ja die Bildung von virtuellen Teilchenpaaren, die nur kurz bestehen und sich danach wieder auflösen. Diese virtuellen Teilchen-Antiteilchenpaare könnten den Massenbeitrag der dunklen Energie liefern. Es gibt dafür aber noch keine überzeugende theoretische Grundlage. JOHN ARCHIBALD WHEELER errechnete unter Berücksichtigung der bis zur Planck-Länge geltenden Quantengesetze eine Energiedichte des Vakuums von 10^{94} g/cm^3 . Versuche die Abschätzung folgendermaßen nachzuvollziehen:

a Nimm an, die dunkle Energie besteht aus virtuellen Teilchen, die im Bereich einer Planck-Länge entstehen (A22 c). Ihre Masse entspricht also einer Planck-Masse (A23 b), ihr Volumen dem einer Kugel mit dem Radius einer Planck-Länge. Welche Masse bzw. Dichte kann man daher dem Bereich innerhalb dieser Kugel zuordnen? Es gilt $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ und $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

b Wie groß ist die Dichte der Dunklen Energie nach heutigem Wissensstand? Hilf dir mit Tab. 1 und Abb. 11! Die Dichte des Universums entspricht ziemlich genau der kritischen Dichte. Wie brauchbar ist daher das Ergebnis der Berechnung oben?

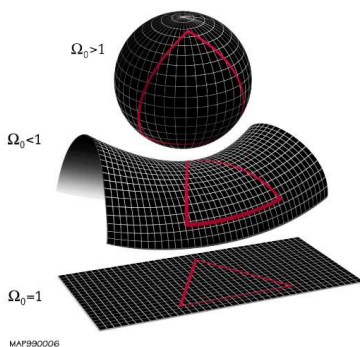


Abb. 17: Mögliche Geometrien des Universums in Abhängigkeit von der gesamten Materie- und Energiedichte, hier als Ω_0 bezeichnet (Quelle: NASA).

A30 Warum ist die übliche Darstellung der Raumgeometrie des Universums eigentlich in dreifacher Hinsicht falsch (siehe Abb. 17)? Warum wird dieses aber trotzdem immer so dargestellt?

A31 Ein möglicher Vorschlag ist, die dunkle Energie als Vakuumenergie zu verstehen. Die Heisenbergsche Unschärfe-

Hilfe zu A1: Es handelt sich hier um das häufige Missverständnis, dass die Rotverschiebung der Galaxien, mit der man die Expansion des Universums belegen kann, durch den Doppler-Effekt zu Stande kommt. Dieser kommt jedoch durch eine Bewegung der Galaxien *durch den Raum* zu Stande. Im Falle der Rotverschiebung durch Expansion ist es aber der gesamte Raum, der sich von uns wegbewegt. Bei einer zum Raum ruhenden Galaxis tritt aber keine Doppler-Rotverschiebung auf, sehr wohl aber eine Rotverschiebung durch die Expansion (siehe auch Abb. 18).

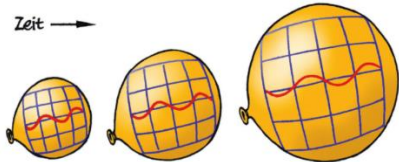


Abb. 18: Wenn das All expandiert, wird auch die Wellenlänge des Lichts gestreckt. Die Rotverschiebung nimmt während der gesamten Reise des Photons zu. Man spricht von der kosmologischen Rotverschiebung, um sie nicht mit der Doppler-Rotverschiebung zu verwechseln (Grafik: Janosch Slama; siehe auch Abb. 49.12, S. 102).

Hilfe zu A2: Eine vernünftige Konstante sollte konstant sein. Die Hubble-Konstante gibt die Expansionsrate des Universums an. Dieses hat aber im Laufe der Zeit seine Expansionsgeschwindigkeit verändert und damit auch die Hubble-Konstante. Deshalb ist die Bezeichnung Hubble-Parameter vernünftiger.

Hilfe zu A3: Ein Parsec ist eine Entfernungsangabe und keine Zeitangabe. Die Aussage "Das Schiff machte den Korschiff in weniger als 12 Parsec!" ist vergleichbar mit "Mein Auto machte die Fahrt von Wien nach Salzburg in weniger als 100 km!".

Hilfe zu A4 a: Ein Jahr hat $60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365$ s, also $3,1536 \cdot 10^7$ s. Ein Lichtjahr entspricht daher der Entfernung von $3,1536 \cdot 10^7 \text{ s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} = 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$.

Hilfe zu A4 b: Es gilt $\tan(1'') = 1 \text{ AE}/1 \text{ pc}$ und daher $1 \text{ pc} = 1 \text{ AE}/\tan(1/3600) = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}/(4,84813 \cdot 10^{-6}) = 3,086 \cdot 10^{16} \text{ m}$. Das entspricht wiederum etwa 3,26 LJ.

Hilfe zu A4 c: Der uns nächste Stern - Proxima Centauri - ist von der Erde 4,2 LJ entfernt und somit sehr über den Daumen 1 pc. Der Andromedanebel ist 2,5 Millionen LJ von uns entfernt und somit sehr über den Daumen 1 Mpc (Megaparsec) von uns entfernt.

Hilfe zu A5: Ein Lichtjahr entspricht daher der Entfernung von $9,46 \cdot 10^{15} \text{ m}$. Die Entfernung Milchstraße - Andromedanebel beträgt $2,5 \cdot 10^6 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} \approx 2,4 \cdot 10^{22} \text{ m}$. 2 Milliarden Jahre sind etwa $6,3 \cdot 10^{16} \text{ s}$. In diesem Fall beträgt die Relativgeschwindigkeit knapp 400 km/s. Wenn man 4 Milliarden annimmt, dann beträgt die Geschwindigkeit immer noch rund 200 km/s.

Hilfe zu A6 a: Es gilt $v = H \cdot r$. Der Raum, der von der Erde 1 Mpc entfernt ist (also etwa 3,26 Millionen LJ), entfernt sich von uns mit etwa $74 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc}) \cdot 1 \text{ Mpc} = 74 \text{ km/s}$. Wenn an dieser Stelle eine Galaxis relativ zum Raum ruht, dann hat sie dieselbe Geschwindigkeit.

Hilfe zu A6 b: Der Raum dehnt sich aus, und die Galaxien bewegen sich zusätzlich zum Raum (wie etwa der Andromedanebel). Damit man das Hubble-Gesetz ableiten kann, muss man daher sehr viele Galaxien beobachten. Würden diese im Raum ruhen, lägen alle Punkte in Abb. 3 auf der Linie. Weil sich die Galaxien aber zusätzlich zum Raum bewegen, sind die Punkte etwas gestreut. Diese Streuung mittelt sich durch die Beobachtung vieler Galaxien weg, wenn man, wie in der Abbildung, eine Regressionsgerade erstellt.

Hilfe zu A7: Die Hubble-Konstante hat etwa den Wert $74 \text{ km}/(\text{s} \cdot \text{Mpc})$ oder 74 km/s pro Mpc . Ein Stück Raum, das sich in der Entfernung von $3,1 \cdot 10^{22} \text{ m}$ befindet, entfernt sich also von uns mit 74.000 m/s . Daher gilt $H = (74.000 \text{ m/s})/(3,1 \cdot 10^{22} \text{ m}) \approx 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ m}/(\text{s} \cdot \text{m})$ oder anders gesagt $2,4 \cdot 10^{-18} \text{ m/s pro m}$. Zwei Punkte im Weltraum, die 1 m voneinander entfernt sind, driften also mit der absurd winzigen Geschwindigkeit von $2,4 \cdot 10^{-18} \text{ m/s}$ auseinander.

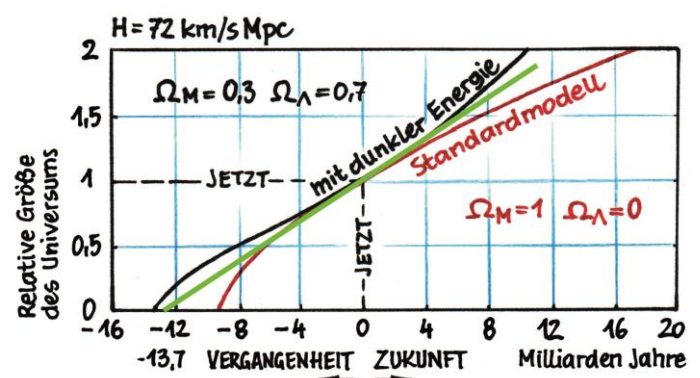


Abb. 19 zu A8

Hilfe zu A8: Die Hubble-Konstante hat in SI-Einheiten den Wert $2,4 \cdot 10^{-18} \text{ m}/(\text{s} \cdot \text{m}) = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$. Ihr Kehrwert lautet daher $4,17 \cdot 10^{17} \text{ s}$. Der Kehrwert der Hubble-Konstante ist

daher eine Zeit und wird daher auch Hubble-Zeit genannt. Bei gleichförmiger Expansion in einem leeren Universum wäre sie gleich dem Weltalter, d. h. der seit dem Urknall vergangenen Zeit. $4,17 \cdot 10^{17}$ s entsprechen 13,2 Milliarden Jahren. Grafisch kommt man auf diese Zeit, wenn man an die Zeit-Ausdehnungskurve in Abb. 19 (vorige Seite) eine Tangente legt und mit der Zeitachse schneidet. Größenordnungsmäßig entspricht die Hubble-Zeit recht gut dem tatsächlichen Alter des Universums (13,7 Mrd. Jahre). Das ist aber ein Zufall und würde in einigen Milliarden Jahren nicht mehr stimmen, weil die Kurve und somit auch die Hubble-Konstante ansteigen. Damit würde man das Weltalter nach dieser "Methode" deutlich unterschätzen.

Hilfe zu A9: Das sichtbare Universum hat einen vermuteten Durchmesser von $96 \cdot 10^9$ LJ und somit einen Radius von $48 \cdot 10^9$ LJ oder $48 \cdot 10^9 \cdot 9,46 \cdot 10^{15} \text{ m} = 4,54 \cdot 10^{26} \text{ m}$. Wenn man in das Hubble-Gesetz einsetzt, erhält man $v = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1} \cdot 4,54 \cdot 10^{26} \text{ m} = 1,09 \cdot 10^9 \text{ m/s}$. Der entfernteste Raum, den wir gerade noch sehen können, weil das Licht rund 13,7 Milliarden Jahre unterwegs war, bewegt sich jetzt mit mehr als dreifacher Lichtgeschwindigkeit von uns weg. Warum darf er das? Weil die Geschwindigkeitsgrenze $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ nur für Objekte gilt, nicht aber für den ganzen Raum.

Hilfe zu A10 a: Wäre das Universum ein absolut perfekter Schwarzer Strahler, dann gäbe es nicht einmal die winzigen Temperaturabweichungen in der Größe von 10.000stel Grad (siehe Abb. 6). Dann wäre das Universum allerdings völlig homogen, und es hätten auch keine Strukturen entstehen können und somit auch keine Galaxien, Sterne und Planeten - und auch nicht der Mensch.

Hilfe zu A10 b: Bei einer Temperatur von 2,725 K ist die Strahlungsleistung pro m^2 nur $5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 1 \cdot (2,725)^4 \text{ J} \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ W}$, also bloß 3 Millionstel Watt. Kein Wunder, dass man diese Strahlung so lange nicht entdecken konnte!

Hilfe zu A10 c: Für die Wellenlänge ergibt sich $\lambda_{\text{max}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{2,725} \text{ m} \approx 10^{-3} \text{ m}$. Die Wellenlänge beim Maximum ist daher etwa 1 mm lang. Dieser Bereich zählt gerade noch zu den Mikrowellen (30 cm bis 1 mm).

Hilfe zu A11: Nein! Der Äther würde ja, wenn er existierte, die Naturgesetzte *lokal* beeinflussen. So würde sich Licht in unterschiedliche Richtungen unterschiedlich schnell bewegen. Die Hintergrundstrahlung beeinflusst aber die Naturgesetze nicht. Außerdem kann man seine Bewegung nach wie

vor nicht absolut bestimmen, sondern nur relativ zum Universum.

Hilfe zu A12: Über den Daumen sind Nukleonen etwa 2000-mal so schwer wie Elektronen. Deshalb können wir für eine Schätzung die Atomhülle vernachlässigen. Wasserstoff besteht aus einem Proton, Helium aus zwei Protonen und zwei Neutronen und hat daher etwa die vierfache Masse von Wasserstoff. Nehmen wir die relative Masse von Wasserstoff mit 1 und die von Helium mit 4 an. Im Universum gibt es daher 92 Massenanteile Wasserstoff ($92 \cdot 1$) und 32 Massenanteile Helium ($8 \cdot 4$). Das macht in Summe 124 Massenanteile. Auf die Masse umgerechnet gibt es im Universum daher $100 \cdot 92 / 124 \% \approx 74 \%$ Wasserstoff und 26% Helium.

Hilfe zu A13 a: Ionisierter Wasserstoff ist nichts anderes als ein Proton.

Hilfe zu A13 b: Freie Neutronen sind instabil und zerfallen mit einer Halbwertszeit von etwa 15 Minuten. Freie Protonen (also Wasserstoffkerne) sind jedoch stabil und zerfallen nicht.

Hilfe zu A14: Wenn du annimmst, dass unsere Sonne ein "Durchschnittstyp" ist, kannst du aus den Punkten 1) bis 3) die Masse des sichtbaren Universums errechnen: $2 \cdot 10^{30} \cdot 10^{11} \cdot 10^{11} \text{ kg} = 2 \cdot 10^{52} \text{ kg}$. Der sichtbare Teil macht aber nur etwa 0,4 % aus (siehe Abb. 11). Der tatsächliche Wert ist also 250-mal größer, nämlich $5 \cdot 10^{54}$. Diese extrem einfache Schätzung stimmt bis auf den Faktor 50 mit der Angabe in Tab. 1 überein.

Hilfe zu A15 a: Baryonen bestehen aus 3 Quarks und daher gehören auch Neutronen und Protonen (die man gemeinsam als Nukleonen bezeichnet) dazu. Protonen sind wiederum Wasserstoffkerne. Im Prinzip könnte man auch die Frage stellen "Wie viele Atome gibt es im Sonnensystem?". Allerdings sind die Atome im Inneren der Sonne ionisiert, deshalb ist die Frage nach den Baryonen exakter. Nehmen wir vereinfacht an, dass die Sonne zu 100 % aus Wasserstoff besteht. 1 Mol Wasserstoff hat die Masse von 1 g oder 10^{-3} kg . Die Sonne besteht daher aus $2 \cdot 10^{33}$ Mol oder $1,2 \cdot 10^{57}$ Baryonen.

Hilfe zu A15 b: Die Sonne besteht aus $1,2 \cdot 10^{57}$ Baryonen (siehe A15 a). Das sichtbare Universum hat geschätzte 10^{22} Sterne. Daher kann man die Anzahl der Baryonen mit 10^{78} abschätzen. Diese sehr vereinfachte Schätzung stimmt sehr

gut mit dem vermuteten Wert in Tab. 1 überein (Anzahl der Nukleonen).

Hilfe zu A16: Die Allgemeine Relativitätstheorie zeigt, dass sich der Raum ausdehnen, schrumpfen und krümmen kann, ohne dass dazu eine höhere Dimension oder ein „Außerhalb“ nötig ist. Es ist also eine falsche Ansicht, dass der Urknall eine Expansion *im Raum* ist. Vielmehr ist er eine Expansion *des Raums selbst*. Es gibt daher kein Außerhalb, und daher kann man das Universum auch nicht von außen betrachten (siehe auch A30).

Hilfe zu A17: Um auf die Jahre in der neuen Skala zu kommen, musst du die Jahre in der zweiten Spalte durch 10^9 dividieren. Bereits in der dritten Zeile sind die Jahre auf der "Teenagerskala" nicht mehr vorstellbar. Um auf die Tage zu kommen, musst du mit 365 multiplizieren, für die Minuten mit $365 \cdot 24 \cdot 60 = 5,26 \cdot 10^5$ und für die Sekunden mit $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 3,15 \cdot 10^7$. Wie unglaublich alt das Universum ist, siehst du daran, dass auf der neuen Skala 13,7 Jahre die Menschheit erst vor etwa eineinhalb Tagen entstanden ist oder die Geburt Jesu sogar erst eine Minute her ist. Das relativiert natürlich sehr viel.

	vor so-und-soviel Jahren	neue Skala: vor so-und-soviel...			
		Jahren	Tagen	Minuten	Sekunden
Universum entsteht	$13,7 \cdot 10^9$	13,7			
Erde entsteht	$4,6 \cdot 10^9$	4,6			
die ersten Menschen	$4,5 \cdot 10^6$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	1,6		
Cheopspyramide	5000	$5 \cdot 10^{-6}$		2,6	
Jesus wird geboren	2000	$2 \cdot 10^{-6}$		1	63
Österreich wird gegründet	1000	10^{-6}			32
erster Weltkrieg	100	10^{-7}			3,2

Tab. 4: Ereignisse auf der normalen Zeitskala und der "Teenager-Zeitskala" (gerundet).

Hilfe zu A18: Es werden hier Lichtjahre (Entfernung) und Jahre durcheinander gebracht. Es ist gemeint, dass das Licht 13 Milliarden Jahre zu uns gebraucht hat. Weil sich das Universum inzwischen ausgedehnt hat, ist die beobachtete Galaxis nun aber viel weiter entfernt. Sie liegt daher in der Nähe des "Randes" des sichtbaren Universums, und dieser ist etwa 48 Milliarden Lichtjahre von uns entfernt (siehe Tab. 1). Man könnte formulieren: "Messungen ihrer Rotverschiebung ergaben, dass das Licht rund 13 Milliarden Jahre zur der Erde benötigt hat."

Hilfe zu A19: Damit ein Objekt die Anziehungskraft einer Zentralmasse überwinden kann, muss seine Geschwindigkeit so groß sein, dass es erst im Unendlichen zum Stillstand kommt. Dabei wird die kinetische Energie in potenzielle umgewandelt. Man kann daher beide Gleichungen gleichsetzen $W_H = E_p = mGM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_n} \right) = E_k = \frac{mv^2}{2}$. Im Unendlichen wird $\frac{1}{r_n} = 0$. Nun kann man nach v auflösen:

$$GM \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_n} \right) = GM \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{GM}{r} = \frac{v^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}.$$

Hilfe zu A20: Es gilt $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$. Der Schwarzschildradius ist erreicht, wenn $v = c$ gilt. Daher kann man schreiben: $c = \sqrt{\frac{2GM}{R_S}} \rightarrow R_S = \frac{2GM}{c^2}$. Exakt dieses Ergebnis bekommt man auch unter Verwendung der ART. Dass bei unserer Berechnung dasselbe herauskommt, ist allerdings Zufall, weil wir ja die Gleichungen für E_p und E_k aus der Newton'schen Mechanik verwenden. Kein Zufall ist jedoch die Struktur der Formel: $R_S \sim \frac{G}{c^2} M$. In einer relativistischen Theorie der Gravitation muss ja sowohl die Gravitationskonstante G , als auch die Lichtgeschwindigkeit c eine Rolle spielen. Die ART stellt eine Beziehung zwischen Masse (Energie) und Länge (Raum-Zeitkrümmung) her. Eine Umrechnung von Masse in Länge liefert nur der Faktor $\frac{G}{c^2}$, denn es gilt $[R_S] = m = \left[\frac{G}{c^2} M \right] = \frac{\frac{m^3}{kg \cdot s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} kg = \frac{m^3 s^2 kg}{m^2 kg \cdot s^2} = m$.

Hilfe zu A21 a: Das Volumen einer Kugel ist $V = \frac{4r^3\pi}{3}$. Wenn du für r den Schwarzschildradius $R_S = \frac{2GM}{c^2}$ einsetzt, erhältst du $V = \frac{4 \left(\frac{2GM}{c^2} \right)^3 \pi}{3} = \frac{32G^3 M^3 \pi}{3c^6}$. Die kritische Dichte ist daher $\rho_c = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{32G^3 M^3 \pi}{3c^6}} = \frac{3c^6}{32G^3 M^2 \pi}$. Sobald eine kugelförmige Masse diese Dichte überschreitet, muss sie zu einem schwarzen Loch kollabieren.

Hilfe zu A21 b: Je größer die Masse eines schwarzen Lochs, desto kleiner kann seine Dichte sein. Die kritische Dichte kann dabei absurd winzig werden. Interessant ist, dass das sichtbare Universum eine Dichte hat, die über der kritischen Dichte für ein schwarzes Loch liegt (Abb. 20). Ist das Universum ein Schwarzes Loch? Das kann man so nicht sagen. Ein Schwarzes Loch braucht einen "Außenraum", damit der Begriff Ereignishorizont überhaupt einen Sinn hat. Das trifft aber auf das Universum nicht zu. Wahrscheinlich ist es so, dass es sich hier eher um einen Zufall handelt.

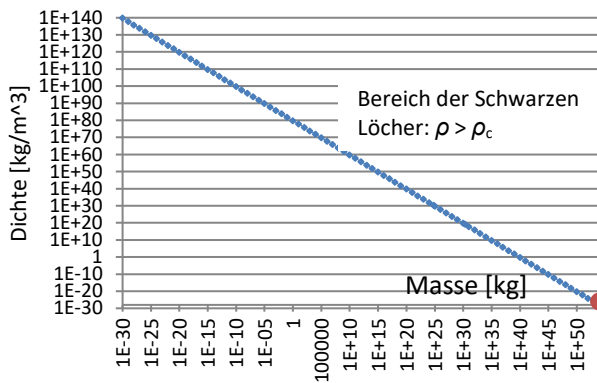


Abb. 20 zu A21 b (Grafik: Martin Apolin)

Hilfe zu A22 a: Es gilt $E = hf$ und somit $f = E/h$. Wenn man in $\lambda = c/f$ einsetzt, erhält man $\lambda = ch/E$ und schließlich mit $E = mc^2$ die Gleichung $\lambda = h/mc$.

Hilfe zu A22 b: Aus 22 a erhält man $m = h/\lambda c$. In den Schwarzschildradius eingesetzt ergibt sich $R_s = \frac{2Gm}{c^2} = \frac{2Gh}{\lambda c^3}$. Wenn man $\lambda = R_s/l_p$ berücksichtigt, erhält man $R_s = l_p = \frac{2Gh}{l_p c^3}$ und $l_p^2 = \frac{2Gh}{c^3}$ bzw. $l_p = \sqrt{\frac{2Gh}{c^3}}$.

Hilfe zu A22 c: Wenn man in $l_p = \sqrt{\frac{2Gh}{c^3}}$ die bekannten Werte einsetzt, erhält man $5,7 \cdot 10^{-35}$ m, was abgerundet dem üblichen Wert von 10^{-35} m entspricht.

Hilfe zu A23 a: Die Planck-Zeit beschreibt das kleinstmögliche Zeitintervall, für das die bekannten Gesetze der Physik gültig sind. Sie ergibt sich aus der Zeit, die Licht benötigt, um die Planck-Länge zurückzulegen und eine Zustandsveränderung zu bewirken. Aus $c = s/t$ folgt $c = l_p/t_p$ und $t_p = \frac{l_p}{c} = \frac{\sqrt{\frac{2Gh}{c^3}}}{c} = \sqrt{\frac{2Gh}{c^5}}$. Das Einsetzen der bekannten Werte liefert $1,9 \cdot 10^{-43}$ s, also die Größenordnung 10^{-43} s. Kleinere Zeitangaben sind nicht sinnvoll. Deshalb weiß man auch nicht, was in den ersten 10^{-43} s nach dem Urknall passiert ist.

Hilfe zu A23 b: Aus $\lambda = l_p$ (A22 b) und $l_p = \sqrt{\frac{2Gh}{c^3}}$ folgt $\lambda = \sqrt{\frac{2Gh}{c^3}}$. Gemeinsam mit $\lambda = h/mc$ (A22 a) erhält man $\frac{h}{mc} = \sqrt{\frac{2Gh}{c^3}}$ und weiter $\frac{mc}{h} = \sqrt{\frac{c^3}{2Gh}}$ sowie $\frac{m^2 c^2}{h^2} = \frac{c^3}{2Gh}$ und $m = \sqrt{\frac{ch}{2G}}$. Wenn man die bekannten Werte einsetzt, erhält man $3,9 \cdot 10^{-8}$ kg, also die Größenordnung 10^{-8} kg.

Hilfe zu A24: Im Inneren der Flamme liegt ein Plasma vor (genaugenommen ein Teilplasma; die Atome sind also nur

teilweise ionisiert). Der scharfe Übergang vom leuchtenden Plasma der Flamme zum durchsichtigen Gas der Umgebung kann mit dem Aufklaren im frühen Universum verglichen werden (400.000 Jahre nach dem Urknall), weil ein Plasma durch die Streuung der Photonen trüb ist.

Hilfe zu A25 a: Das Universum ist ein Schwarzer Strahler, und deren Farbe hängt nur von ihrer Temperatur ab. Ein Schwarzer Strahler mit 3000 K ist rot, weil sein Strahlungsmaximum etwa in diesem Bereiche liegt. Dieselbe Farbe haben Rote Zwerge mit dieser Temperatur. Proxima Centauri, der uns nächste Stern, hat eine Oberflächentemperatur von 3040 K und ist daher farbmäßig mit dem Universum nach rund 400.000 Jahren gut vergleichbar. Er hat die Spektralklasse M und würde so aussehen wie der Stern ganz links in Abb. 21.

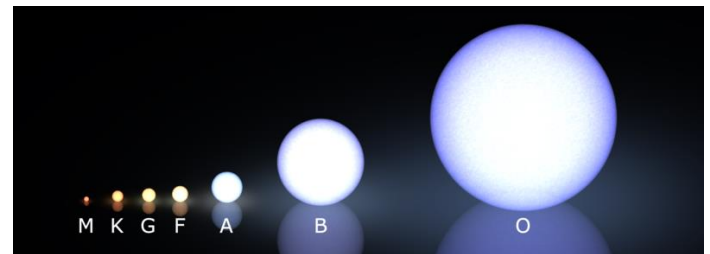


Abb. 21: Farbe und Spektralklassifikation der Sterne; links: Rote Zwerge; rechts: Blaue Riesen. Die Sonne hat die Spektralklasse G (Grafik: Kieff; Quelle: Wikipedia).

Hilfe zu A25 b: Auf der x-Achse in Abb. 15 ist die Temperatur eingetragen, auf der y-Achse der Radius. Du siehst, dass nach der Inflationsphase die Linie, die den Radius anzeigt, eine Gerade ist. Daher ist die Temperatur des Universums indirekt proportional zum Radius. Heute beträgt diese etwa 3 K. Die Temperatur ist also auf 1/1000 gesunken, daher muss der Radius heute um den Faktor 1000 größer sein als damals. Der damalige Radius lag daher bei etwa 48 Millionen LJ.

Hilfe zu A26: Der LHC erlaubt es erstmals, unter Laborbedingungen in neue, sehr hohe Energiebereiche vorzustoßen, die kurz nach dem Urknall vorgelegen sind und die man vorher nicht direkt beobachten konnte (derzeit 8 TeV, dies entspricht rund 10^{17} K). Die Erkenntnisse mit Hilfe des LHC könnten dazu führen, dass eine weitere Vereinheitlichung der Kräfte gelingt (SUSY und TOE; siehe Kap. 47.3), die nicht durch das Standardmodell erklärbar wird. Die Entdeckung einer X-Kraft (siehe Abb. 15 unten) und somit der

X-Bosonen könnte auch eine Erklärung liefern, warum heutzutage nur mehr die Materie übrig ist.

Hilfe zu A27 a: Das Volumen einer Kugel wird mit $V = \frac{4r^3\pi}{3}$ berechnet. Andererseits gilt $\rho = M/V$ und somit $M = V\rho$. Daher gilt für eine kugelförmige Masse allgemein $M = \frac{4r^3\pi\rho}{3}$.

Hilfe zu A27 b: Einerseits gilt $v = H \cdot r$, andererseits $v = \sqrt{2GM/r}$. Man kann daher gleichsetzen und erhält $\sqrt{2GM/r} = H \cdot r$. Wenn du nun für M das Ergebnis aus

$$A27 a \text{ einsetzt und für die Dichte } \rho_c, \text{ erhältst du } \sqrt{\frac{2G \frac{4r^3\pi\rho_c}{3}}{r}} = H \cdot r \text{ und weiter } \frac{8G\rho_c\pi}{3} = H^2 \text{ sowie } \rho_c = \frac{3H^2}{8G\pi}.$$

Hilfe zu A27 c: In SI-Einheiten gilt $H = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ s}^{-1}$. Wenn du die anderen bekannten Werte einsetzt, erhältst du für ρ_c rund 10^{-26} kg/m^3 . Diese Abschätzung stimmt sehr gut mit dem Wert in Tab. 1 überein. Die tatsächliche Dichte des Universums hat ziemlich genau diesen Wert.

Hilfe zu A27 d: Richtiger Weise müsste man mit der Allgemeinen Relativitätstheorie rechnen und annehmen, dass es ja der ganze Raum ist, der sich ausdehnt. Wir haben aber "klassisch" gerechnet und angenommen, dass sich die Galaxis am Rand des sichtbaren Universums *durch den Raum bewegt*, und das ist natürlich etwas anders.

Hilfe zu A28: Protonen und Neutronen haben etwa $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, die Elektronen spielen praktisch keine Rolle. Weil die Dichte des Universums bei rund 10^{-26} kg/m^3 liegt, befinden sich im Schnitt also rund 6 Nukleonen pro m^3 . Das Universum ist also im Schnitt gesehen ein fast perfektes Vakuum! Schon erstaunlich!

Hilfe zu A29: Jede ruhende Masse erzeugt eine lokale, positive Krümmung. Die kinetische Energie, die durch das Auseinanderfliegen der Galaxien besteht, liefert aber einen „negativen Krümmungsbeitrag“. Sind beide Beiträge gleich groß, dann heben sie einander exakt auf, und das Universum ist flach. Ist der Beitrag durch die Masse größer, ist das Universum geschlossen. Ist der Beitrag durch die kinetische Energie größer, dann ist das Universum global gesehen negativ gekrümmt.

Hilfe zu A30: Erstens ist eine Dimension weggelassen. Es wird eine Fläche gezeigt, die sich im Raum krümmt. In Wirklichkeit krümmt sich natürlich der Raum. Zweitens zeigt die

ART, dass zur Krümmung des Raumes keine höhere Dimension nötig ist. Der dreidimensionale Raum krümmt sich also nicht in einer 4. Dimension, er krümmt sich - und aus. Drittens wird hier eine Darstellung von außen gezeigt. Man blickt also von außen auf das Universum. Es gibt aber kein Außerhalb! Das Universum ist alles, was da ist, egal ob es endlich oder unendlich groß ist. Dummerweise gibt es aber keine bessere Darstellung. Es ist ähnlich wie beim Spin der Elektronen, die man sich immer als rotierende kleine Kugeln vorstellt. Auch diese Vorstellung ist falsch, aber leider die einzige, die wir uns davon machen können.

Hilfe zu A31 a: Die Planck-Länge beträgt 10^{-35} m . Eine Kugel mit dem Radius der Planck-Länge hat daher ein Volumen von $V = \frac{4l_p^3\pi}{3} \approx 4,2 \cdot 10^{-105} \text{ m}^3$. Es gilt $\rho = M/V$. Die Dichte beträgt daher $3,9 \cdot 10^{-8} \text{ kg} / 4,2 \cdot 10^{-105} \text{ m}^3 \approx 10^{97} \text{ kg/m}^3 = 10^{94} \text{ g/cm}^3$. Dieser Wert stimmt mit dem von Wheeler berechneten überein.

Hilfe zu A31 b: Die Dichte des Universums entspricht ziemlich genau der kritischen Dichte und liegt bei etwa 10^{-26} kg/m^3 . Die Dunkle Energie macht etwa 3/4 davon aus, liegt daher in derselben Größenordnung. Das Ergebnis der Vakuum-Energiedichte aus A31 a ist daher um den Faktor $10^{96} \text{ kg/m}^3 / 10^{-26} \text{ kg/m}^3 = 10^{122}$ falsch - falscher geht's eigentlich nicht. Deshalb sagt man auch, dass dies die schlimmste Vorhersage ist, welche die Physik je gemacht hat und spricht ironisch auch von der "Vakuum-Katastrophe".