

Thema: Partielle Integration		Grundkompetenz: -
Name:	Schwierigkeitsgrad: schwer	Klasse:

- 1) Berechne mittels partieller Integration. Beachte, dass bei den Aufgaben b – d die mehrmalige Anwendung der partiellen Integration notwendig ist.

a) $\int 4x \cdot e^{8x} dx =$

b) $\int x^2 \cdot e^{7x} dx =$

c) $\int 3x^2 \cdot \sin(x) =$

d) $\int x^3 \cdot e^x dx =$

- 2) **Musteraufgabe:** Man kann $\int \cos^2(x) dx$ auf folgende Art berechnen:

Man setzt $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ und wendet die partielle Integration an:

$$\int \cos^2(x) dx = \int \cos(x) \cdot \cos(x) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int \sin^2(x) dx$$

Setzt man nun $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ erhält man:

$$\int \cos^2(x) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int (1 - \cos^2(x)) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x - \int \cos^2(x) dx$$

Addiert man nun auf beiden Enden der Gleichungskette $\int \cos^2(x) dx$ erhält man:

$$2 \cdot \int \cos^2(x) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x \quad \Rightarrow \quad \int \cos^2(x) dx = \frac{\sin(x) \cdot \cos(x) + x}{2} + C$$

- 3) Berechne nun $\int \sin^2(x) dx$.



Thema: Partielle Integration - Lösungen		Grundkompetenz: -
Name:	Schwierigkeitsgrad: schwer	Klasse:

- 1) Berechne mittels partieller Integration. Beachte, dass bei den Aufgaben b – d die mehrmalige Anwendung der partiellen Integration notwendig ist.

$$a) \int 4x \cdot e^{8x} dx = \frac{1}{16} (8x - 1) e^{8x} + c$$

$$b) \int x^2 \cdot e^{7x} dx = \frac{1}{343} (49x^2 - 14x + 2) e^{7x} + c$$

$$c) \int 3x^2 \cdot \sin(x) = 6x \sin(x) + 3(-x^2 + 2) \cos(x) + c$$

$$d) \int x^3 \cdot e^x dx = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) \cdot e^x + c$$

- 2) **Musteraufgabe:** Man kann $\int \cos^2(x) dx$ auf folgende Art berechnen:

Man setzt $f(x) = \cos(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ und wendet die partielle Integration an:

$$\int \cos^2(x) dx = \int \cos(x) \cdot \cos(x) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int \sin^2(x) dx$$

Setzt man nun $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$ erhält man:

$$\int \cos^2(x) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + \int (1 - \cos^2(x)) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x - \int \cos^2(x) dx$$

Addiert man nun auf beiden Enden der Gleichungskette $\int \cos^2(x) dx$ erhält man:

$$2 \cdot \int \cos^2(x) dx = \sin(x) \cdot \cos(x) + x \quad \Rightarrow \quad \int \cos^2(x) dx = \frac{\sin(x) \cdot \cos(x) + x}{2} + c$$

$$\text{Berechne nun } \int \sin^2(x) dx = \frac{-\sin(x) \cdot \cos(x) + x}{2} + c.$$

