Pauer | Scheirer-Weindorfer | Simon

Mathematik anwenden HAK V

9. und 10. Semester

Lösungen

Mathematik anwenden HAK 5, Lösungen
Schulbuchnummer: **185722**

Die Aufnahme in den Anhang zur Schulbuchliste für Handelsakademien für den V. Jahrgang im Unterrichtsgegenstand Mathematik und angewandte Mathematik (Lehrplan 2014) wurde vom Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung mit GZ BMB-5.018/0043-IT/3/2017 vom 29. März 2018 empfohlen.

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
Sie bekommen dieses Schulbuch von der Repulblik Österreich für Ihre Ausbildung.
Bücher helfen nicht nur beim Lernen, sondern sind auch Freunde fürs Leben.

Umschlagbild: Goran Bogicevic / Fotolia

Technische Zeichnungen: Paulo Tosold, Wien; Reinhard Wolfmayr, Wien

1. Auflage (Druck 0001)

www.oebv.at

Redaktion: Carolina Hüttinger, Wien
Lektorat: Natalie Herold, Deutschkreuz; Martin Schrödl, Neutal
Herstellung: Raphael Hamann, Wien
Umschlaggestaltung: Petra Michel, Essen
Layout: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig
Satz: Da-TeX Gerd Blumenstein, Leipzig
Druck: Brüder Glöckler GmbH, Wöllersdorf

ISBN 978-3-209-08081-3 (Mathematik anwenden HAK LÖS 5)

Mathematik anwenden

HAK

V

Lösungen

Franz Pauer
Martina Scheirer-Weindorfer
Andreas Simon

Mit einer Online-Ergänzung auf www.oebv.at

www.oebv.at

Inhaltsverzeichnis

Hinweise zum Gebrauch des Lösungshefts:

- Das Lösungsheft ist zur Kontrolle und nicht zum Abschreiben gedacht. Arbeite deshalb ehrlich, löse jede Aufgabe selbstständig und kontrolliere erst dann die Ergebnisse.
- Zu den Aufgaben, die im Schulbuch mit dem Technologiesymbol gekennzeichnet sind, stehen Dateien auf Mathematik anwenden HAK-Online zur Verfügung, die zeigen, wie eine mögliche Lösung aussehen kann. Online-Codes im Lösungsheft führen direkt zu diesen Dateien.

  ggb GeoGebra xls Excel tns TI Nspire
- Die Figuren im Lösungsheft sind meist verkleinert dargestellt, sodass aus ihnen keine Längen entnommen werden können.
- Das Lösungsheft wurde mit großer Sorgfalt erstellt. Sollten trotzdem Fehler passiert sein, so bitten wir, dies dem Verlag (Österreichischer Bundesverlag Schulbuch GmbH & Co. KG, E-Mail: bbs@oebv.at) mitzuteilen. Wünsche und Anregungen werden ebenfalls gerne entgegengenommen.

1 Wahrscheinlichkeitsrechnung

1.1 Was ist Stochastik?

1 a. eindeutig bestimmt (Das Hühnerei ist kaputt.)
b. vom Zufall gelenkt (Der Lottogewinn kann nicht vorhergesagt werden.)
c. vom Zufall gelenkt (Die Anzahl der Birnen kann nicht vorhergesagt werden.)
d. eindeutig bestimmt (Ein Mensch wird niemals über 150 Jahre alt.)

2 Beispiele für eindeutig bestimmte Vorgänge: der Sieger der Fußball WM 2014, die Mondaufgangszeit am morgigen Tag, die Endhöhe eines nach einem Plan zu errichtenden Gebäudes
Beispiele für vom Zufall gelenkte Vorgänge: die Regenmenge am kommenden Sonntag, der Sieger im Zehnkampf bei den nächsten olympischen Spielen, die Körpergröße eines beliebig gewählten im Jahr 2050 geborenen Kindes

3 a. mathematisches Modell (Die Schadenshäufigkeit hängt von Kriterien wie zum Beispiel dem Alter der Lenkerin bzw. des Lenkers, der Fahrerfahrung usw. ab.)
b. mathematisches Modell (Der Anteil kann näherungsweise mithilfe einer Befragung bestimmt werden.)
c. mathematisches Modell (Die Wirkung kann mithilfe einer Studie und dann mit statistischen Methoden bestimmt werden.)
d. kein mathematisches Modell (Eine Schätzung der Schneemengen in den nächsten 10 Jahren ist seriös nicht möglich.)

4 zum Beispiel:
Versicherungen: Berechnung, wie oft ein Fensterbruch im Haushaltsbereich eintritt oder wie oft ein Hochwasser in einer bestimmten Region auftritt
Medizin: voraussichtliche Wirkung einer Behandlungsmethode, voraussichtliche Gesundungsrate nach einer bestimmten Krankheit

5 –

6 –

7 Siehe Schulbuch Seite 199.

1.2 Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

9 $\Omega = \{(1, 1), (1, 2), \dots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \dots, (2, 6), \dots, (6, 1), (6, 2), \dots, (6, 6)\}$

10 K… Kopf; Z … Zahl
a. $\Omega = \{(K, K), (K, Z), (Z, K), (Z, Z)\}$
b. $\Omega = \{(K, K, K, K), (K, K, K, Z), (K, K, Z, K), (K, K, Z, Z), (K, Z, K, K), (K, Z, K, Z), (K, Z, Z, K), (K, Z, Z, Z), (Z, K, K, K), (Z, K, K, Z), (Z, K, Z, K), (Z, K, Z, Z), (Z, Z, K, K), (Z, Z, K, Z), (Z, Z, Z, K), (Z, Z, Z, Z)\}$

11 a. $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
b. Ω = {{Walter, Xaver}, {Walter, Yannick}, {Walter, Zoltan}, {Xaver, Yannick}, {Xaver, Zoltan}, {Yannick, Zoltan}}
c. V… Vanille; S … Schokolade; E … Erdbeere; H… Haselnuss; Z… Zitrone
$\Omega = \{\{V, S, E\}, \{V, S, H\}, \{V, S, Z\}, \{V, E, H\}, \{V, E, Z\}, \{V, H, Z\}, \{S, E, H\}, \{S, E, Z\}, \{S, H, Z\}, \{E, H, Z\}\}$

13 a. $E = \{5, 6\}$ b. $E = \{1, 2, 3\}$ c. $E = \{1, 3, 5\}$ d. $E = \{1, 2, 4, 5\}$

14 a. D b. A

15 **a.** $\Omega = \{(K, K), (K, Z), (Z, K), (Z, Z)\}$ **b.** $E = \{(K, K), (K, Z), (Z, K)\}$

17 **a.** $H_{20}(1) = 2$; $h_{20}(1) = 0{,}1$; $H_{20}(2) = 4$; $h_{20}(2) = 0{,}2$; $H_{20}(3) = 4$; $h_{20}(3) = 0{,}2$; $H_{20}(4) = 2$; $h_{20}(4) = 0{,}1$; $H_{20}(5) = 2$; $h_{20}(5) = 0{,}1$; $H_{20}(6) = 6$; $h_{20}(6) = 0{,}3$

b. $\sum\limits_{\omega \in \Omega} H_{20}(\omega) = 20$; $\sum\limits_{\omega \in \Omega} h_{20}(\omega) = 1$

18 **a.** $H_{15}(K) = 6$; $h_{15}(K) = 0{,}4$; $H_{15}(Z) = 9$; $h_{15}(Z) = 0{,}6$ **b.** $\sum\limits_{\omega \in \Omega} H_{15}(\omega) = 15$; $\sum\limits_{\omega \in \Omega} h_{15}(\omega) = 1$

19 –

20 –

21 A, D

Begründung:

A: Jede Augenzahl der Ergebnismenge hat die gleiche Wahrscheinlichkeit.

B: Zumindest zum Zeitpunkt der Entstehung dieses Buches war die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Österreich gewinnt, geringer einzustufen als die Wahrscheinlichkeit, dass Brasilien gewinnt.

C: Nicht jede Verspätungsdauer ist gleich wahrscheinlich.

D: Jede Karte hat dieselbe Wahrscheinlichkeit oben zu liegen.

23 **a.** $\{6\}$; $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$ **b.** $\{3, 4, 5, 6\}$; $\frac{2}{3} \approx 0{,}667$ **c.** $\{2, 3, 5\}$; $\frac{1}{2} = 0{,}5$ **d.** $\{1, 2, 4, 5\}$; $\frac{2}{3} \approx 0{,}667$

25 Menge der möglichen Ausgänge: $\{(1, 1), (1, 2), \ldots, (1, 6), (2, 1), (2, 2), \ldots, (2, 6), \ldots, (6, 1), (6, 2), \ldots, (6, 6)\}$ (mit 36 Elementen)

a. $\{11, 22, 33, 44, 55, 66\}$; $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$ **c.** $\{16, 25, 34, 43, 52, 61\}$; $\frac{1}{6} \approx 0{,}167$

b. $\{12, 21\}$; $\frac{1}{18} \approx 0{,}0556$ **d.** $\{11, 13, 15, 31, 33, 35, 51, 53, 55\}$; $\frac{1}{4} = 0{,}25$

26 Menge der möglichen Ausgänge: {KK, KZ, ZK, ZZ}

a. {KK}; Wahrscheinlichkeit: 0,25

b. {ZZ}; Wahrscheinlichkeit: 0,25

c. {KZ, ZK}; Wahrscheinlichkeit: 0,5

27 **a.** $\{1, 3, 5, 7, 9, 12, 14, 16, 18, 19, 21, 23, 25, 27, 30, 32, 34, 36\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{18}{37}$

b. $\{2, 4, 6, 8, 10,11, 13, 15, 17, 20, 22, 24, 26, 28, 29, 31, 33, 35\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{18}{37}$

c. $\{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28, 31, 34\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{12}{37}$

28 **a.** $\{(1, 2), (2, 1)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{18}$

b. $\{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{6}$

c. $\{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{4}$

d. $\{(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)\}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{1}{9}$

e. Für das Ereignis „Beide Würfel zeigen eine gerade Zahl“, denn hier besteht die Ereignismenge aus 9 Ergebnissen und somit aus der höchsten Anzahl von Ergebnissen.

29 **a.** $\frac{2}{3}$ **b.** $\frac{1}{6}$ **c.** $\frac{1}{18}$

30 **a.** Die Ereignisse schließen einander aus, weil die Summe von zwei gleichen Zahlen immer gerade und damit niemals ungerade ist.

b. Die Ereignisse schießen einander nicht aus, weil zum Beispiel 12 durch 3 und 4 teilbar ist.

c. Die Ereignisse schließen einander aus, weil keine der Zahlen von 1 bis 30 sowohl durch 5 als auch 7 teilbar ist.

d. Die Ereignisse schließen einander nicht aus, weil eine Schülerin oder ein Schüler sowohl in Mathematik als auch in Deutsch ein „Sehr gut“ haben kann.

32 **a.** 0,73 **b.** 0,13 **c.** 0,65

33 0,8

34 **a.** $A^c = \{1, 3, 5\}$ **b.** $A^c = \{A, B, C, E, F\}$ **c.** $A^c = \{KKZ, KZK, KZZ, ZKK, ZKZ, ZZK\}$

35 Da ein Fußballmatch auch unentschieden ausgehen kann, ist das Gegenereignis zu „Rapid gewinnt" nicht „Austria gewinnt". Die 59 % aller Spiele, die Rapid nicht gewonnen hat, beinhalten auch die Spiele, die unentschieden ausgegangen sind.

36 **a.** „Die Augenzahl ist ungerade." bzw. „Die Augenzahl ist nicht gerade."
b. „Die Augensumme ist nicht kleiner als 6." bzw. „Die Augensumme ist größer oder gleich 6." bzw. „Die Augensumme ist größer als 5."
c. „Keines der Lose gewinnt."
d. „Ben gewinnt mindestens einmal." bzw. „Georg gewinnt nicht jedes Mal."
e. „Mindestens 17 Fahrräder entsprechen den Sicherheitsvorschriften."
f. „Lara hat höchstens 3 Fragen falsch beantwortet."

38 **a.** C **b.** F **c.** A **d.** D **e.** B **f.** E

39 **a.** $\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{2}{3}$ **c.** $\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{1}{3}$ **e.** $\frac{1}{3}$ **f.** $\frac{2}{3}$

40 **a.** $\frac{1}{3}$ **b.** $\frac{2}{3}$

41 **a.** $\frac{1}{2}$
b. $\frac{3}{4}$
c. $\frac{1}{2}$
Der erste Würfel zeigt eine gerade Augenzahl und das Produkt der Augenzahlen der beiden Würfel ist gerade.
d. $\frac{2}{3}$
Der erste Würfel zeigt eine gerade Augenzahl, wenn bekannt ist, dass das Produkt der Augenzahlen der beiden Würfel gerade ist.
e. 1
Das Produkt der Augenzahlen der beiden Würfel ist gerade, wenn bekannt ist, dass der erste Würfel eine gerade Augenzahl zeigt.

42 $\frac{1}{40}$

43 **a.** $\frac{1}{36}$ **b.** $\frac{1}{6}$ **c.** $\frac{1}{2}$

45 **a.** abhängig **b.** unabhängig

46 **a.** abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} \mid \text{Pair}) = \frac{8}{18}$
b. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} \mid \text{Manque}) = \frac{9}{18}$
c. abhängig, denn $P(\text{Pair}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Pair} \mid \text{Manque}) = \frac{9}{18}$
d. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} \mid 12^P) = \frac{6}{12}$
e. abhängig, denn $P(\text{Rouge}) = \frac{18}{37}$ und $P(\text{Rouge} \mid \text{Colonne } 35) = \frac{4}{12}$
f. abhängig, denn $P(12^P) = \frac{12}{37}$ und $P(12^P \mid \text{Colonne } 35) = \frac{4}{12}$

47 Siehe Schulbuch Seite 199.

48 Siehe Schulbuch Seite 199.

49 Siehe Schulbuch Seite 199.

50 Siehe Schulbuch Seite 199.

51 Siehe Schulbuch Seite 199.

52 Siehe Schulbuch Seite 199.

1.3 Vierfeldertafel und Baumdiagramm

53 a.

	A	A^c	Summe
B	0,64	0,11	0,75
B^c	0,19	0,06	0,25
Summe	0,83	0,17	1

b. 0,06

c. 0,11

d. Es ist $P(A) \cdot P(B) = 0{,}83 \cdot 0{,}75 = 0{,}6225$ und $P(A \cap B) = 0{,}64$. Da $P(A) \cdot P(B) \neq P(A \cap B)$ ist, sind die beiden Ereignisse nicht voneinander unabhängig.

54 a.

	S	S^c	Summe
F	0,23	0,12	0,35
F^c	0,33	0,32	0,65
Summe	0,56	0,44	1

b. 23 %

c. 0,6571; Das ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Gast, der das Fitnesscenter benutzt, auch die Sauna benutzt.

d. Es ist $P(S) \cdot P(F) = 0{,}56 \cdot 0{,}35 = 0{,}196$ und $P(S \cap F) = 0{,}23$. Da $P(S) \cdot P(F) \neq P(S \cap F)$ ist, sind die beiden Ereignisse nicht voneinander unabhängig.

55 a.

	A	A^c	Summe
B	0,06	0,13	0,19
B^c	0,67	0,14	0,81
Summe	0,73	0,27	1

b. 6 %

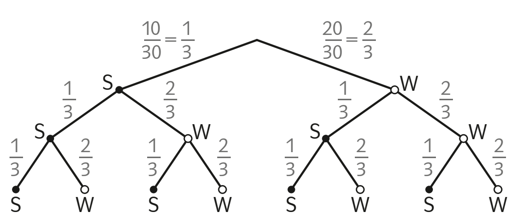
c. 13 %

d. 0,082; Das ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, die Ski fährt, auch Snowboard fährt.

e. 31,6 %

57 0,41

58 I.

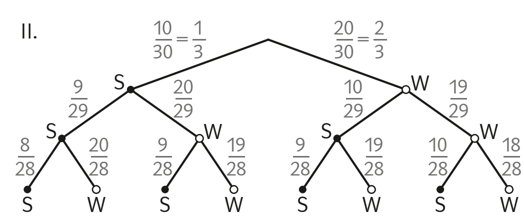


a. 0,0370

b. 0,4444

c. 0,7037

II.

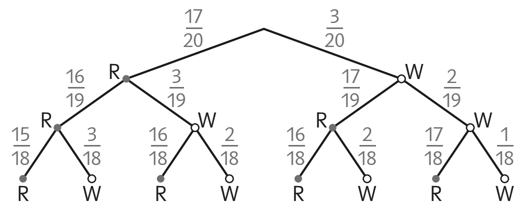


a. 0,0296

b. 0,4680

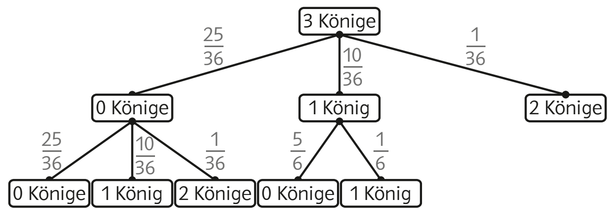
c. 0,7192

59 **a.**

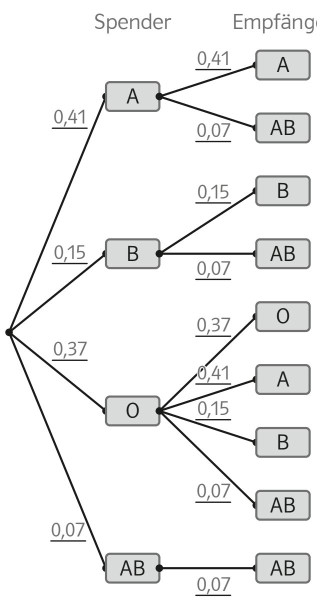


b. 0,1193 **c.** 0,000877 **d.** 0,0447 **e.** 0,8351

60 0,093

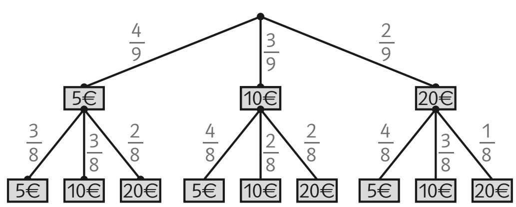


61 0,605



62 –

63 **a.**

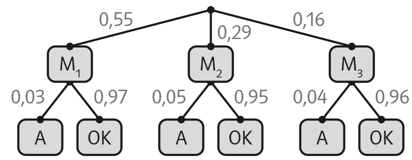


b. $\frac{1}{36} \approx 0{,}0278$ **c.** $\frac{1}{2} = 0{,}5$ **d.** $\frac{35}{36} \approx 0{,}9722$

65 **a.** 2,25 % **b.** 0,3111

66 **a.** 0,027 **b.** 0,222 **c.** 0,698

67 a.



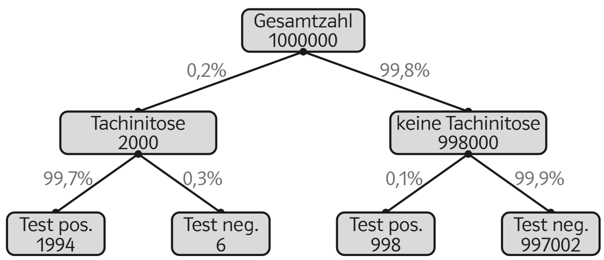
b. 0,0374
c. 0,3877

68 0,5568

69 a. 0,0372 b. 0,2258

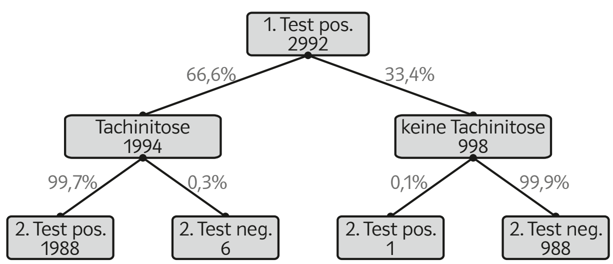
71 a. 0,0147 b. 0,323

72 a.



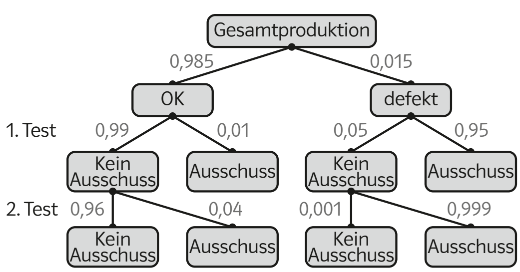
b. 0,6664
c. 0,999994 = 99,9994 %

73 a.



b. 0,0005
c. Sollte der erste Test positiv und der zweite Test negativ sein, so ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Patientin bzw. der Patient Tachinitose hat, nur 0,6 % und nicht 50 %.

74 a.



b. 0,591
c. $8{,}01 \cdot 10^{-7} = 1 : 1248193$
d. 0,981
e. 6,39 %

75 Siehe Schulbuch Seite 199.

76 Siehe Schulbuch Seite 199.

77 Siehe Schulbuch Seite 199.

78 Siehe Schulbuch Seite 199.

Zusammenfassende Aufgaben

79 a. 0,04 b. 0,48 c. 0,2 d. 0,32

80 a. 0,00000125 b. 0,38902875 c. 0,00002875 d. 0,61097125

81 0,13889; {(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2), (6, 6)}

82 a. 0,6367 b. 0,3265 c. 0,0367

83 2,34 %

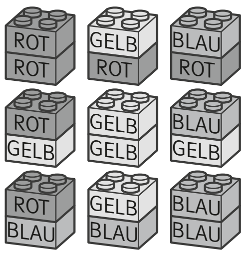
84 a. Am besten war Carina und am schlechtesten Alissa.
b. 85 %
c. Bernadette: 73,75 %; Carina: 92,5 %
d. Am besten war Carina und am schlechtesten Bernadette.

2 Zufallsvariable

2.1 Kombinatorik

86 15 Möglichkeiten

87 9 verschiedene „Zweiertürme“



88 **a.** 45 Menüs **b.** 6 vegetarische Menüs

89 erstes Schloss: 1000 Möglichkeiten; zweites Schloss: 1296 Möglichkeiten

91 720 Reihenfolgen

92 24 Zahlenkombinationen: 4567, 4576, 4657, 4675, 4756, 4765, 5467, …, 7645, 7654

93 ca. 6978 Jahre

95 2300 Möglichkeiten

96 2598960 Wahlmöglichkeiten

97 230300 Auswahlmöglichkeiten

99 **a.** 10 **b.** 495 **c.** 210 **d.** 210 **e.** 190 **f.** 4950

100 A–D, B–H, C–F, E–G

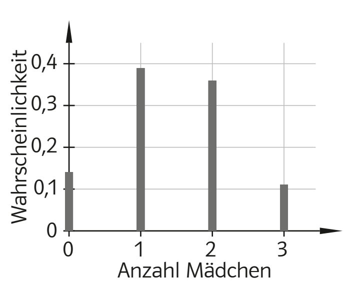
101 Siehe Schulbuch Seite 199.

102 Siehe Schulbuch Seite 199.

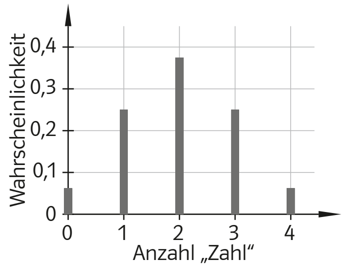
103 Siehe Schulbuch Seite 199.

2.2 Diskrete Zufallsvariable

105 **a.** $M_X = \{0, 1, 2, 3\}$
b. $P(X = 0) = 0{,}141$
$P(X = 1) = 0{,}389$
$P(X = 2) = 0{,}359$
$P(X = 3) = 0{,}111$



106 $P(Z = 0) = 0{,}0625$; $P(Z = 1) = 0{,}25$; $P(Z = 2) = 0{,}375$; $P(Z = 3) = 0{,}25$; $P(Z = 4) = 0{,}0625$



107 **a.** $\frac{1}{6}$

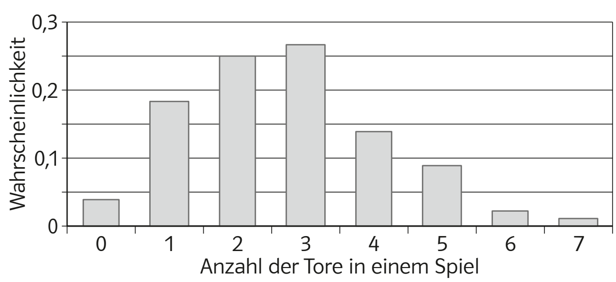
b. Würfelt man sehr oft mit 2 Würfeln, so wird in ca. $\frac{1}{6}$ der Fälle die Augensumme 10, 11 oder 12 betragen.

108 Aus den 180 Spielen der österreichischen Bundesliga Saison 2016/17 ergab sich beispielsweise folgende Verteilung:

a. $M_x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

b.

k	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X = k)$	0,0389	0,1833	0,2500	0,2667	0,1389	0,0889	0,0222	0,0111



109 –

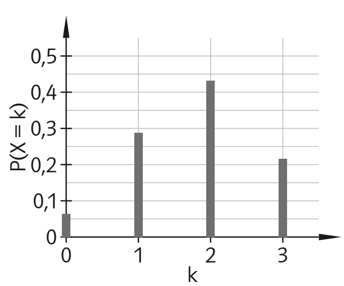
110 **a.** 0,3 **b.** 0,65 **c.** 0,35 **d.** 0,8

111 $\frac{5}{18} \approx 0{,}2778$

112 Die Summe aller angeführten Wahrscheinlichkeiten ist nicht 1 sondern größer als 1.

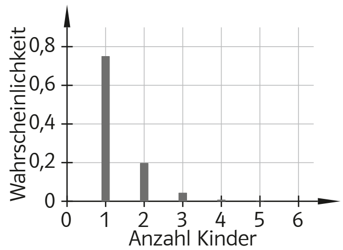
113 –

114



115 E

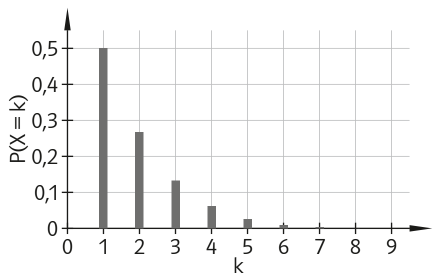
117 $P(X=1)=0{,}75$
$P(X=2)=0{,}197368421$
$P(X=3)=0{,}043859649$
$P(X=4)=0{,}007739938$
$P(X=5)=0{,}000967492$
$P(X=6)=0{,}000064499$



118 **a.**

x	P(X = x)
1	0,5000
2	0,2667
3	0,1333
4	0,0615
5	0,0256
6	0,0093
7	0,0028
8	0,0006
9	0,0001

b.

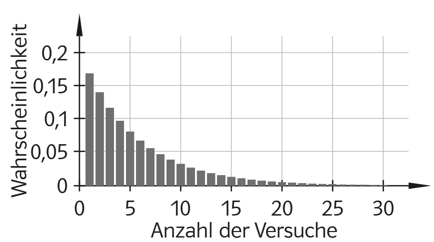


ggb/xls 4dz6z5

119 **a.** $P(X=n)=\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)$

b. Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.

n	P(X = n)
1	0,16666667
2	0,13888889
3	0,11574074
⋮	⋮
28	0,00121326
29	0,00101105
30	0,00084254



121 2,67

122 **a.**

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p_i	0,0278	0,0556	0,0833	0,1111	0,1389	0,1667	0,1389	0,1111	0,0833	0,0556	0,0278

b. Erwartungswert: 7

c. Varianz: 5,83; Standardabweichung: 2,42

123 Erwartungswert: 0,567 €; Varianz: 0,315 €^{2}; Standardabweichung: 0,561 €

124 **a.** Erwartungswert: 1,22 €, der zu erwartende Verlust beträgt also 0,78 €;
Varianz: 853,44 €^{2}; Standardabweichung: 29,21 €

b. 0,153

c. 0,847

125 a. Erwartungswert: 9,73 € bzw. 0,27 € Verlust; Varianz: 99,93 $€^2$; Standardabweichung: 10 €
b. Erwartungswert: 97,30 € bzw. 2,70 € Verlust; Varianz: 9 992,7 $€^2$; Standardabweichung: 99,96 €

126 a. Erwartungswert: 9,73 € bzw. 0,27 € Verlust;
Varianz: 3 408,04 $€^2$; Standardabweichung: 58,38 €
b. Erwartungswert: 97,30 € bzw. 2,70 € Verlust;
Varianz: 340 803,51 $€^2$; Standardabweichung: 583,78 €

127 a. Erwartungswert: 9,73 € bzw. 0,27 € Verlust;
Varianz: 197,22 $€^2$; Standardabweichung: 14,04 €
b. Erwartungswert: 97,30 € bzw. 2,70 € Verlust;
Varianz: 19 722,43 $€^2$; Standardabweichung: 190,44 €

128 Der Erwartungswert ist jedes Mal derselbe. Die Varianz und die Standardabweichung sind am geringsten, wenn man auf eine Farbe setzt, und am größten, wenn man auf eine Zahl setzt.

130 1

131 1,2

132 0,11 €; Da Manuels Erwartungswert größer als 0 € ist, ist er bei diesem Spiel Lukas gegenüber im Vorteil. Das Spiel ist nicht fair.

133 25,46. Der Erwartungswert muss größer sein als die durchschnittliche Klassengröße, da es wahrscheinlicher ist, dass ein zufällig ausgewähltes Kinder aus einer überdurchschnittlich großen Klasse stammt.

134 Siehe Schulbuch Seite 199.

135 Siehe Schulbuch Seite 199.

136 Siehe Schulbuch Seite 199.

2.3 Binomialverteilung

138 Erwartungswert: 10; Standardabweichung: 3,1

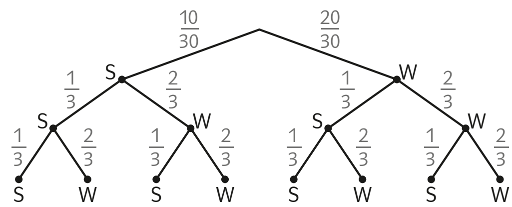
139 a. Das Zufallsexperiment besteht aus dem Werfen einer Münze. Es wird die Anzahl der geworfenen „Köpfe" gezählt. Es wird 100-mal geworfen, also ist $n = 100$. Die Versuche sind voneinander unabhängig und die Wahrscheinlichkeit, „Kopf" zu werfen, ist $p = 0{,}5$. X ist daher binomialverteilt mit $n = 100$ und $p = 0{,}5$.
b. Erwartungswert: $E(X) = 50$; Standardabweichung: $\sigma = 5$

140 A, C, D
Begründung:
A ist richtig, da die Wahrscheinlichkeit eines Sechsers bei jedem der 10 Würfe gleich $\frac{1}{6}$ ist.
B ist falsch, da sich die Wahrscheinlichkeit, ein Ass zu bekommen, bei jeder ausgeteilten Karte ändert.
C ist richtig, da bei jedem neugeborenen Kind im Vorhinein die Wahrscheinlichkeit, ein Mädchen zu sein, gleich ist.
D ist richtig, da die Wahrscheinlichkeit der Zahl 13 bei jeder Wiederholung gleich $\frac{1}{37}$ ist.
E ist falsch, da die Wahrscheinlichkeit einer richtigen Antwort bei den „sicheren" Fragen höher ist als bei den „unsicheren".

142 0,0536

143 0,0207

144 **a.**



b. 0,0370 (1 : 27)
c. 0,444 (≈ 1 : 2,25)
d. 0,704 (≈ 1 : 1,42)

145 **a.** 0,0563 **b.** 0,0781 **c.** 0,0004

146 0,2373

147 **a.** 0,9703 **b.** 0,9997 **c.** 0,000001

148 0,36

149 **a.** 0,1615 **b.** 0,4711

150 **a.** 0,6064 **b.** 0,008 **c.** 0,3164
d. Erwartungswert: 5,52; Standardabweichung: 0,66

151 **a.** 0,5120 **b.** 0,0080 **c.** 0,9920

152 **a.** 0,5367 **b.** 0,0001

153 C

154 **a.** 0,1975 **b.** 0,5926 **c.** 0,0123

155 **a.** 0,006 **b.** 0,8338 **c.** 0,0001

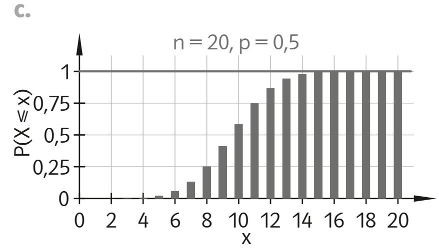
156 **a.** B **b.** D

ggb/xls
q226t6

157 **a./b.**

k	P(X = k)	P(X ≤ k)
0	$9{,}5367 \cdot 10^{-7}$	$9{,}53674 \cdot 10^{-7}$
1	$1{,}9073 \cdot 10^{-5}$	$2{,}00272 \cdot 10^{-5}$
2	0,0001812	0,000201225
3	0,00108719	0,001288414
4	0,00462055	0,005908966
5	0,01478577	0,020694733
6	0,03696442	0,057659149
7	0,07392883	0,131587982
8	0,12013435	0,251722336
9	0,16017914	0,411901474
10	0,17619705	0,588098526
11	0,16017914	0,748277664
12	0,12013435	0,868412018
13	0,07392883	0,942340851
14	0,03696442	0,979305267
15	0,01478577	0,994091034
16	0,00462055	0,998711586
17	0,00108719	0,999798775
18	0,0001812	0,999979973
19	$1{,}9073 \cdot 10^{-5}$	0,999999046
20	$9{,}5367 \cdot 10^{-7}$	1

c.



158 a. 0,9925 b. 0,9543 c. 0,6767 d. 0,2228

159
a. 0,1745
b. Nein. Die einzelnen Ausgänge sind unabhängig, daher ist es egal, wie oft die Zahl 13 zuvor gekommen ist.

ggb ip3fm2

160
a. Erwartungswert: 16,67; Standardabweichung: 3,73
b. 0,2197
c. 0,0427

ggb b8j6qg

161
a. Erwartungswert: 97,30; Standardabweichung: 7,07
b. 0,6225
c. 0,031
d. mindestens 84-mal; höchstens 111-mal
e. 0,05

163 mindestens 26-mal ($n = 25{,}26$)

164 2 773 Lose ($n = 2\,272{,}24$)

165 19-mal

166 30 Packungen

167 275 Kleeblätter

168 587 Personen

169 Siehe Schulbuch Seite 200.

170 Siehe Schulbuch Seite 200.

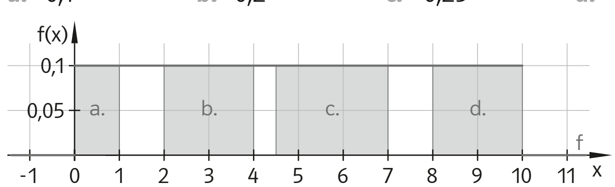
171 Siehe Schulbuch Seite 200.

172 Siehe Schulbuch Seite 200.

2.4 Kontinuierliche Zufallsvariable

173
a. diskret
b. diskret
c. kontinuierlich
d. kontinuierlich
e. diskret
f. kontinuierlich

175 a. 0,1 b. 0,2 c. 0,25 d. 0,2



176 A: $P(2 \leq X \leq 8)$ B: $P(16 \leq X \leq 20)$

177 a. $A = 0{,}25$; $B = 0{,}32$ b. $P(0 \leq X \leq 5) = 0{,}25$; $P(7 \leq X \leq 9) = 0{,}32$

178 a. $A = 0{,}12$; $B = 0{,}36$ b. $P(1 \leq X \leq 2) = 0{,}12$; $P(3 \leq X \leq 4) = 0{,}36$

179 Die Fläche unter dem Graphen einer Dichtefunktion muss 1 sein. Die Flächeninhalte können wir mithilfe von Rechtecken (Aufgabe **a.**) bzw. Dreiecken (Aufgaben **b.**–**d.**) berechnen.

a. $\int_0^4 a(x)\,dx = 1{,}6$, also kann a keine Dichtefunktion sein.

b. $\int_0^4 b(x)\,dx = 1$, also kann b eine Dichtefunktion sein.

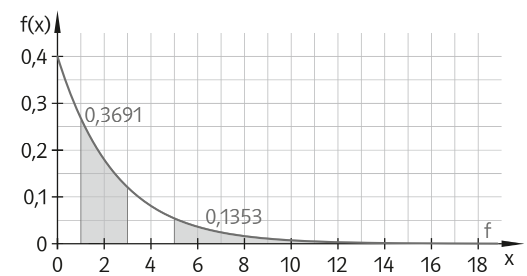
c. $\int_0^4 c(x)\,dx = 2$, also kann c keine Dichtefunktion sein.

d. $\int_0^4 d(x)\,dx = 1$, also kann d eine Dichtefunktion sein.

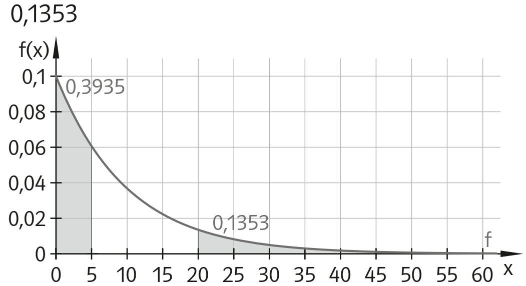
180 **a.** 0,2 **c.** 0,4 **e.** 0,8 **g.** 0,6
b. 0,1 **d.** 1 **f.** 0,4 **h.** 0,2

182 **a.** 95 % **b.** 5 %

183 **a.** 0,3691
b. 0,1353
c.



184 **a.** 0,3935
b. 0,1353
c.



ggb/tns ch5x6g
186 **a.** 50 000 Stunden **b.** 50 000 Stunden

ggb/tns y8m5kz
187 **a.** 1500 Tage **b.** 1 060,66 Tage **c.** 0,2548

ggb/tns ac5f55
188 **a.** 250 Sekunden **b.** 250 Sekunden **c.** 0,2134

189 Siehe Schulbuch Seite 200.

190 Siehe Schulbuch Seite 200.

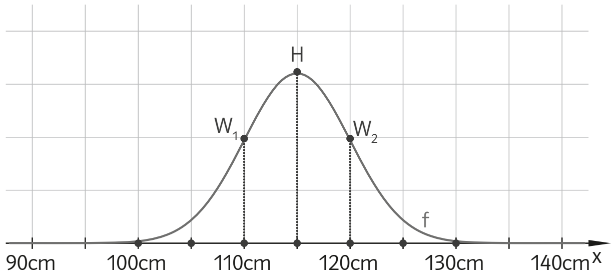
191 Siehe Schulbuch Seite 200.

192 Siehe Schulbuch Seite 200.

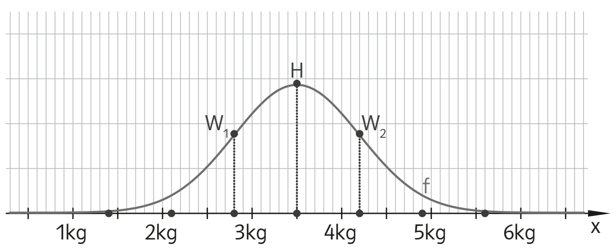
193 Siehe Schulbuch Seite 200.

2.5 Normalverteilung

195

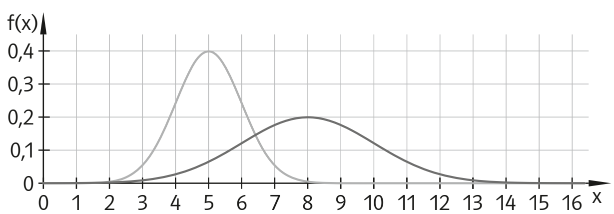


196

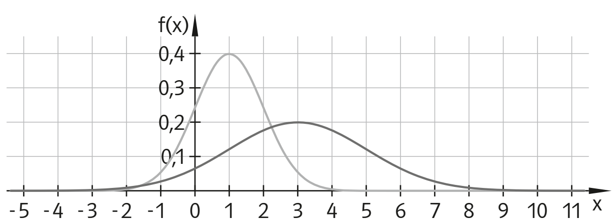


197 **a.** $\mu = 4$; $\sigma = 2$ **b.** $\mu = 2$; $\sigma = 1$ **c.** $\mu = 4$; $\sigma = 1{,}5$ **d.** $\mu = 7$; $\sigma = 3$

198

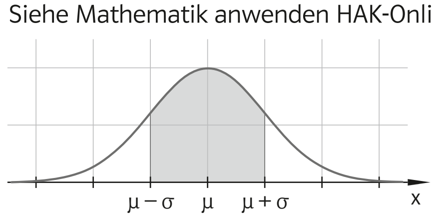


199



ggb jy65cu

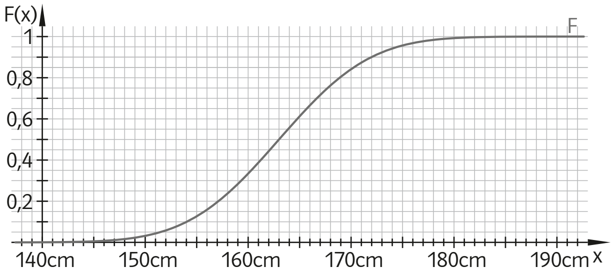
200 **a.** Siehe Mathematik anwenden HAK-Online.



b. Beide Integrale sind 0 und entsprechen somit dem Erwartungswert.
c. Die Fläche ist, unabhängig von μ und σ, stets 0,6827.

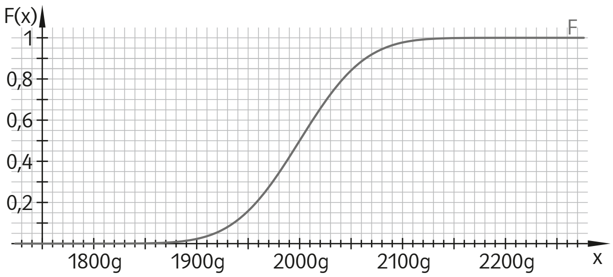
201 **(1)** symmetrisch bezüglich einer zur y-Achse parallelen Geraden durch $(\mu|0)$
(2) eine Maximumstelle

203 **a.**



b. 0,1

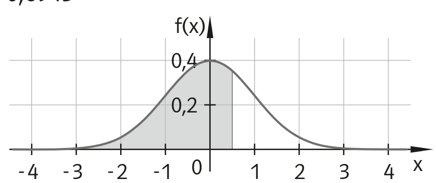
204 **a.**



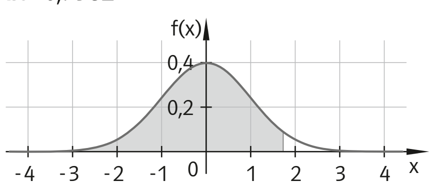
b. 0,42

205 **(1)** eine Wendestelle **(2)** $\mu + 3\sigma$

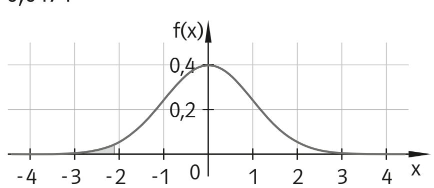
207 **a.** 0,6915



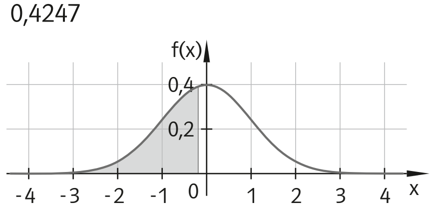
b. 0,9582



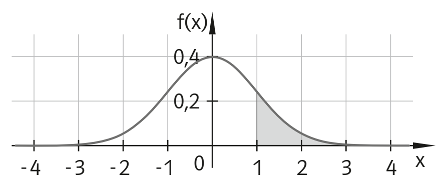
c. 0,0174



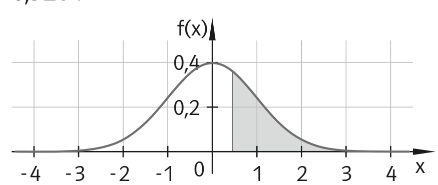
d. 0,4247



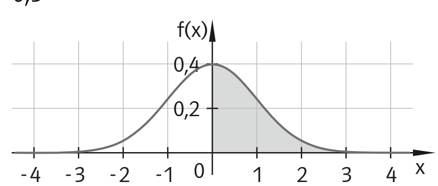
e. 0,1587



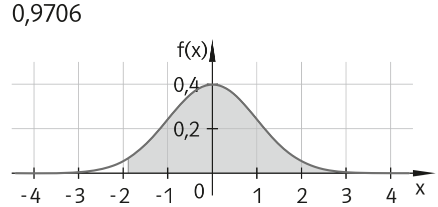
f. 0,3264



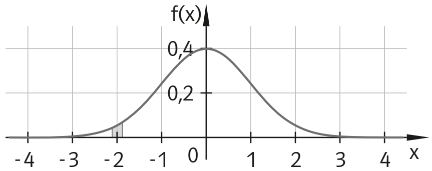
g. 0,5



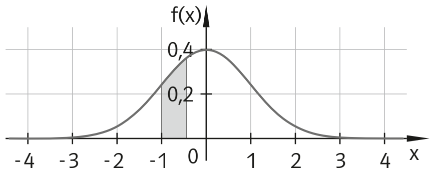
h. 0,9706



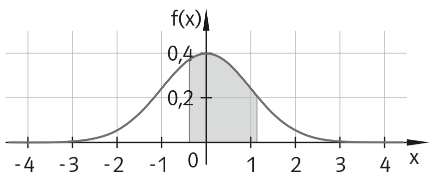
208 a. 0,0127



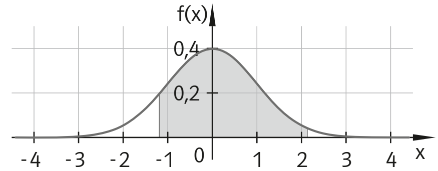
b. 0,1713



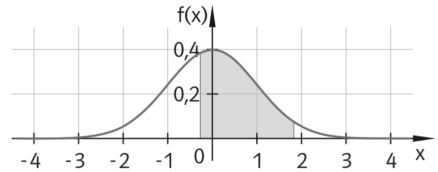
c. 0,5209



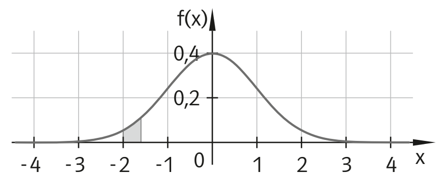
d. 0,8664



e. 0,5728



f. 0,032



209 a. 0,84 b. 0,07 c. 0,7 d. 0,95

211 a. 0,7734 b. 0,3446 c. 0,0062 d. 0,3829 e. 0,5969 f. 0,6859 g. 0,3085 h. 0,3674

212 a. 0,0912 b. 0,0228 c. 0,4950

213 0,1186

214 a. 0,5793 b. 0,7881 c. 0,6731

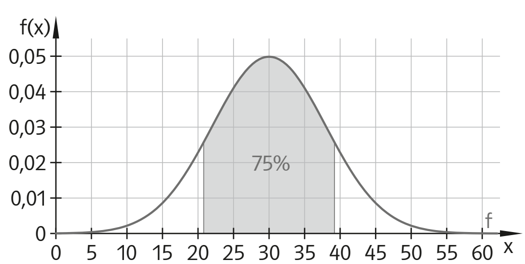
216 a. A b. D

217 0,95 l

219 a. unteres Quartil: 56,63; oberes Quartil: 63,37
b. unteres Quartil: 109,88; oberes Quartil: 130,12
c. unteres Quartil: 76,91; oberes Quartil: 93,09
d. unteres Quartil: 226,39; oberes Quartil: 273,61

220 a. unteres Quartil: 2 931 g; oberes Quartil: 3 621 g b. ab 3 932 g

222 a. [20,8; 39,2]
b.



223 a. [49,18; 50,82]; 90 % aller Großpackungen enthalten zwischen 49,18 kg und 50,82 kg Reis.
b. [49,02; 50,98]; 95 % aller Großpackungen enthalten zwischen 49,02 kg und 50,98 kg Reis.
c. [48,71; 51,29]; 99 % aller Großpackungen enthalten zwischen 48,71 kg und 51,29 kg Reis.

224 um 7:08 Uhr

226 a. 5,25 kg b. 5,04 kg

227 a. 0,4772 b. 2,28 % c. auf mindestens 30,13 ml

229 $\sigma \approx 6{,}1$ cm

230 $\sigma \approx 1{,}9$ g

231 $\sigma \approx 11{,}6$ g

232 $\sigma \approx 0{,}036$ mm

234 a. zulässig, da $\sigma^2 = 9{,}6 > 9$; 0,9969
b. zulässig, da $\sigma^2 = 25 > 9$; 0,0287
c. nicht zulässig, da $\sigma^2 = 2{,}7 < 9$

235 a. zulässig, da $\sigma^2 = 48 > 9$; 0,00001
b. zulässig, da $\sigma^2 = 16{,}8 > 9$; 0,1964
c. zulässig, da $\sigma^2 = 90 > 9$; 0,5210
d. nicht zulässig, da $\sigma^2 = 2{,}5 < 9$

236 a. zulässig, da $\sigma^2 = 90 > 9$; 0,0199
b. nicht zulässig, da $\sigma^2 = 4{,}2 < 9$
c. zulässig, da $\sigma^2 = 95 > 9$; 0,6778
d. nicht zulässig, da $\sigma^2 = 6{,}3 < 9$

238 a. 0,4660 b. 0,4445; Abweichung: −0,0215

240 65-mal

241 a. $1{,}39 \cdot 10^{-24}$ b. $1{,}57 \cdot 10^{-9}$ c. 0,070 d. 0,0094 e. 0,0000

243 a. 0,22 b. 546 Zimmer

244 a. 0,40 b. 407 Zimmer

245 Siehe Schulbuch Seite 200.

246 Siehe Schulbuch Seite 200.

247 Siehe Schulbuch Seite 200.

248 Siehe Schulbuch Seite 200.

249 Siehe Schulbuch Seite 200.

250 Siehe Schulbuch Seite 200.

Zusammenfassende Aufgaben

251 a. 0,0023 b. 0,015 c. 0,5698

252 Erwartungswert: 4,67 €; Varianz: 270 €^{2}; Standardabweichung: 16,45 €

253 a. Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Personen mit Rot-Grün-Sehschwäche an. Das Experiment wird 60-mal durchgeführt, also ist $n = 60$. Die Versuche sind unabhängig und die Wahrscheinlichkeit für Rot-Grün-Schwäche ist $p = 0{,}05$. X ist daher binomialverteilt mit $n = 60$ und $p = 0{,}05$.
b. 0,0787
c. $E(X) = 3$; $\sigma = 1{,}69$

254 a. D b. B

255 a. Die Zufallsvariable X gibt an, wie viele „Einser" geworfen werden. Das Zufallsexperiment wird 60-mal wiederholt, also ist $n = 60$. Die Versuche sind unabhängig und die Wahrscheinlichkeit für einen Einser ist $p = \frac{1}{6}$. X ist daher binomialverteilt mit $n = 60$ und $p = \frac{1}{6}$.
b. Erwartungswert: 10; Standardabweichung: 2,89

256 a. 0,0228 b. 0,0013

257 275,9 cm

258 29 Packungen

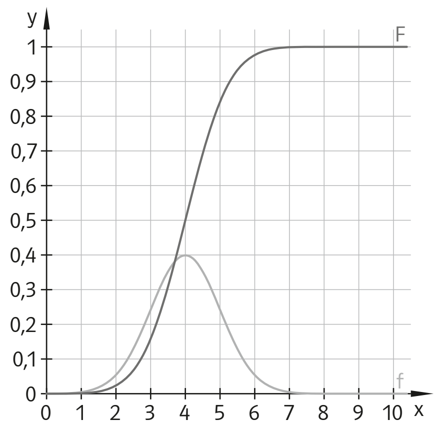
259 a. C b. B

260 (1) binomialverteilt (2) $\sigma > 3$

261 114 Autofahrerinnen und Autofahrer

262 a. $\mu = 4$; $\sigma = 1$

b.



263 a. Der Graph von A wächst auf [0; 4] streng monoton von 0 auf 1, außerdem ist $A(0) = 0$ und $A(4) = 1$, daher kann A eine Verteilungsfunktion sein.

b. Der Graph von B wächst auf [0; 4] monoton von 0 auf 1, außerdem ist $B(0) = 0$ und $B(4) = 1$, daher kann B eine Verteilungsfunktion sein.

c. Der Graph von C ist auf [0; 4] nicht monoton wachsend, daher kann C keine Verteilungsfunktion sein.

d. Der Graph von D ist auf [0; 4] nicht monoton wachsend, außerdem ist $D(4) \neq 1$, daher kann D keine Verteilungsfunktion sein.

264 a. 720 Anordnungen b. 1 Stunde

265 Die quadratische Funktion f mit $f(x) = x \cdot (1 - x)$ hat ihr lokales Maximum an der Stelle $x = 0{,}5$ mit $f(0{,}5) = 0{,}25$. Daher ist $p \cdot (1 - p) \leq 0{,}25$.

$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)} \leq \sqrt{n \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{n}{4}} = \frac{\sqrt{n}}{2}$

266 a. D b. B c. E d. C

267 36 Abfahrten

268 a. $E(X) = 10$ b. $E(X) = 2{,}5$ c. $E(X) = 20$

269 a. $E(X) = \frac{4}{3}$ b. $E(X) = \frac{20}{3}$ c. $E(X) = 1{,}467$

270 1005,84 g

Was habe ich in diesem Semester gelernt? – 9. Semester

Die Lösungen zu diesen Aufgaben finden sich im Anhang des Schulbuches auf den Seiten 200–202.

3 Vorbereitung auf die Reife- und Diplomprüfung

3.1 Kompetenztraining: Zahlen und Maße

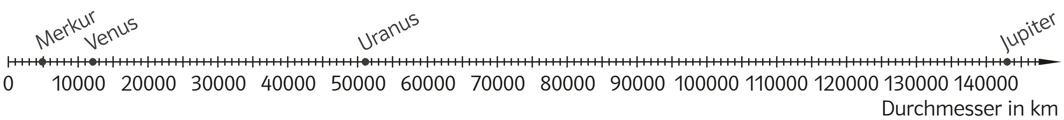
296

$-\frac{2}{3}$	☐ $\mathbb{N}$	☐ $\mathbb{Z}$	☒ $\mathbb{Q}$	☒ $\mathbb{R}$
$\sqrt{2}$	☐ $\mathbb{N}$	☐ $\mathbb{Z}$	☐ $\mathbb{Q}$	☒ $\mathbb{R}$
$-6{,}5$	☐ $\mathbb{N}$	☐ $\mathbb{Z}$	☒ $\mathbb{Q}$	☒ $\mathbb{R}$

π	☐ $\mathbb{N}$	☐ $\mathbb{Z}$	☐ $\mathbb{Q}$	☒ $\mathbb{R}$
1	☒ $\mathbb{N}$	☒ $\mathbb{Z}$	☒ $\mathbb{Q}$	☒ $\mathbb{R}$
-5	☐ $\mathbb{N}$	☒ $\mathbb{Z}$	☒ $\mathbb{Q}$	☒ $\mathbb{R}$

297 1 kann beispielsweise als $\frac{1}{1}$ oder $\frac{2}{2}$ etc… geschrieben werden.

298



299 24 € pro Tag und Hektar

300 Leopard: $1{,}2 \cdot 10^3$ J
Antilope: $1{,}13 \cdot 10^3$ J
Mensch: $8{,}4 \cdot 10^2$ J
Kleiner Galago: $2{,}25 \cdot 10^0$ J
Heuschrecke: $4{,}5 \cdot 10^{-4}$ J
Rattenfloh: $1{,}2 \cdot 10^{-8}$ J

301
- **a.** Alpha Centauri: $3{,}8 \cdot 10^{13}$ km; HUDF.YD3: $1{,}2 \cdot 10^{23}$ km
- **b.** Die Aussage ist falsch, da $4 \cdot 3$ Millionen $= 12$ Millionen und nicht ca. 13 Milliarden sind. Der Zeitung ist daher ein Fehler um den Faktor 1000 passiert.

302 13,3245 km

303 Ja, die Aussage ist richtig. 2,1 Kilobecquerel/kg entsprechen 2100 Becquerel/kg und $\frac{2100}{7} = 300$.

304 $1{,}899 \cdot 10^{30}$ kg

305 ca. 1 Billion Schneeflocken

306 Angelika: ca. 4 min; Jan: ca. 40 min

307 Anton hat falsch gerundet, denn: Für das Runden einer Dezimalzahl auf die Zehntelstelle ist nur die Ziffer an der zweiten Stelle nach dem Komma entscheidend. Diese ist 4, also wird abgerundet und $4{,}445 \approx 4{,}4$. Anton hat diese Ziffer zuerst zu 5 verändert und bekommt ein falsches Ergebnis.

308 645 € Gewinn; 322,50 € Markenwerbung; 167,70 € Fabrikkosten; 141,90 € Transport und Steuern; 12,90 € Lohnkosten

309 D (genau 1,15 %)

310 5,52 %

311 D

3.2 Kompetenztraining: Algebra und Geometrie

312 $U = 5{,}40 \cdot k + 3{,}20 \cdot i$

313 Die Berechnung ist nicht richtig, richtig ist

$$3 + \frac{2t-1}{3+\frac{2t+1}{2}} = \frac{\left(3+\frac{2t+1}{2}\right)\cdot 3 + 2t - 1}{3+\frac{2t+1}{2}} = \frac{\frac{18+6t+3}{2} + 2t - 1}{\frac{6+2t+1}{2}} = \frac{21+6t+4t-2}{7+2t} = \frac{10t+19}{2t+7}.$$

314 Schreibt man für die gedachte Zahl x, so erhält man

$$\frac{\frac{10x+20}{2} - x}{2} - x = \frac{5x+10-x}{2} - x = \frac{4x+10}{2} - x = 2x + 5 - x = x + 5.$$

315 Es ist

$$K_n = K_0 \cdot (1+i)^n = e^{\ln(K_0 \cdot (1+i)^n)}$$

und wegen

$$\ln(K_0 \cdot (1+i)^n) = \ln(K_0) + n \cdot \ln(1+i)$$

ist

$$K_n = K_0 \cdot (1+i)^n = e^{\ln(K_0) + n \cdot \ln(1+i)}.$$

316 $i_m = (1+i_k)^{\frac{k}{m}} - 1$

317 Die Umformung ist nicht richtig, richtig ist $N_0 \cdot 0{,}5^{\frac{t}{\tau}} = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{\tau}} = N_0 \cdot \frac{1}{2^{\frac{t}{\tau}}} = N_0 \cdot \frac{1}{\sqrt[\tau]{2^t}}$.

318
a. $\ln(5) + 2\ln(x) + \ln(y)$
b. $\lg(4) + 3\lg(a) + \lg(b) - 5\lg(c)$
c. $\frac{1}{2}(5\ln(r) + 3\ln(s))$
d. $\frac{1}{3}(\lg(x) - \lg(5) - 4\lg(y) - 3\lg(z))$

319 D

320 $L_p = 20 \cdot (\lg(p) - \lg(p_0))$

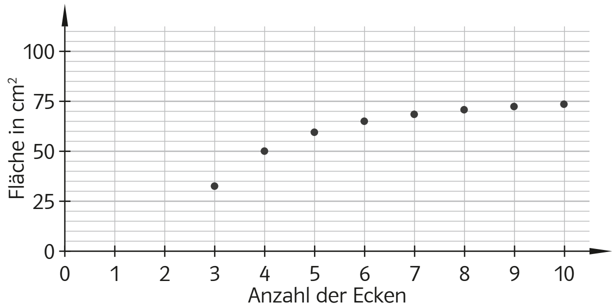
321 1 000 000 €

322 2,73 Stunden, also ungefähr 2 Stunden und 45 Minuten

323
a. Die Umformung ist nicht korrekt, korrekt ist folgende Umformung:
$3(x-2) + 5 = 5x \;\Rightarrow\; 3x - 6 + 5 = 5x \;\Rightarrow\; 3x - 1 = 5x \;\Rightarrow\; -1 = 2x \;\Rightarrow\; x = -\frac{1}{2}$
Fehler treten daher in den Schritten 1 (Klammer falsch gelöst), 3 (Minus vergessen) und 4 (falsch dividiert) auf.
b. Die Umformung ist nicht korrekt, im letzten Schritt wurde ein falscher Kehrwert gebildet.
Korrekt wäre $\frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = R_3$.

324 C

325



326 a. 18 cm b. 5,65 l

327 19,6 km/h

328 a. $51\,528{,}4\,\text{m}^2$

b. s … Basislänge; h … Höhe der Pyramide; $V = \frac{s^2 \cdot h}{3}$

Wenn die Basislänge halbiert wird, ist das Volumen nur noch $\frac{1}{4}$-mal so groß, denn

$V_{neu} = \frac{\left(\frac{s}{2}\right)^2 \cdot h}{3} = \frac{\frac{s^2}{4} \cdot h}{3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{s^2 \cdot h}{3} = \frac{1}{4} \cdot V.$

c. 167,91 m

329 a. Der Ausdruck gibt den Anteil der Einnahmen durch den Verkauf von Erwachsenentickets an den Gesamteinnahmen des Strandbades durch Ticketverkäufe an.

b. $G = e \cdot 0{,}95 \cdot x + k \cdot 1{,}1 \cdot y$

330 Senkt man HF_{Ruhe} um 5 %, so erhöht sich $VO_2\,max$ um 5,26 %, weil

$VO_2\,max_{neu} = \frac{HF_{max}}{HF_{Ruhe} \cdot 0{,}95} \cdot 15 = \frac{1}{0{,}95} \cdot \frac{HF_{max}}{HF_{Ruhe}} \cdot 15 = 1{,}0526 \cdot VO_2\,max$ ist.

331 a. Wenn sich Barbara und Anton treffen, sind sie zusammen 25 km gefahren. Daher legt I) es nahe, anzunehmen, dass $16t_1$ der von Anton zurückgelegte Weg und $18t_2$ der von Barbara zurückgelegte Weg ist. Dann beträgt die Geschwindigkeit von Anton 16 km/h und die von Barbara 18 km/h. II) bedeutet, dass Barbara eine halbe Stunde nach Anton, also um 8:30 Uhr, gestartet ist.

b. $t_1 = 1$; $t_2 = 0{,}5$

c. 16 km vom Ort A entfernt

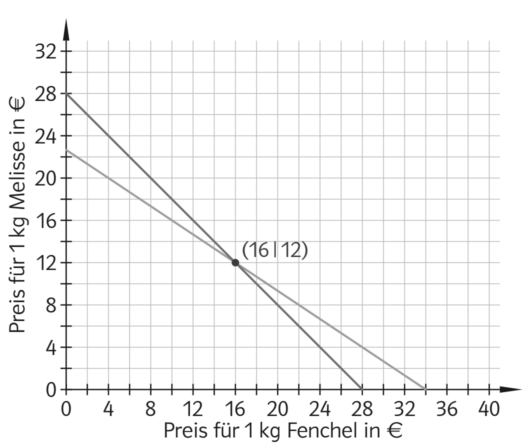
332 12 % und 18 %

333 a. f … Masse Fenchel in kg; m … Masse Melisse in kg.

I) $4f + 6m = 136$

II) $5f + 5m = 140$

b. Fenchel kostet 16 €/kg und Melisse 12 €/kg.



334 a. B b. D

335 a. Erwachsener: 42 €; Kind: 21 €; Jugendlicher: 34 €
b. regulär: 829 €; Gruppentarif: 800 €; Der Gruppentarif würde sich auszahlen.

336 a. Eine kubische Funktion ist durch ihre Funktionswerte an vier verschiedenen Stellen eindeutig bestimmt. Eine der 5 Angaben kann daher weggelassen werden.
b. Die Fixkosten betragen 200 GE ($K(0) = 200$), $K(10) = 270$, $K(30) = 410$, $K(40) = 600$, $K(50) = 950$.

337 371,47 kcal/100 g

338 a. $(x-5)(x-12) = 120$
b. $x_1 = 20$; $x_2 = -3$
c. Die Seitenlänge des Grundstücks kann nur eine positive Zahl sein, daher kommt (-3) nicht in Frage.
d. $400\,m^2$

339 30 Personen

340 a. $t = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{C_t}{C_0}\right)$
b. Der Quotient $\frac{C_t}{C_0}$ ist kleiner als 1, daher ist $\ln\left(\frac{C_t}{C_0}\right)$ negativ und $-\frac{1}{\lambda} \cdot \ln\left(\frac{C_t}{C_0}\right)$ ist positiv. Verringert man C_t, wird t größer, also das Fundstück älter.

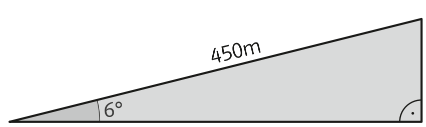
341 a. $x = \frac{\ln(2)}{\ln\left(1 + \frac{p}{100}\right)}$
b. Beim Umformen der Formel fällt K_0 weg.
c. 20,15 Jahre

342 a. 10,4 °C
b. von ca. 8:28 Uhr bis 20:00 Uhr
c. Die Lösungen dieser Gleichung sind Zeitpunkte, an denen die Temperatur 5 °C betrug.

343 15,14 Jahre

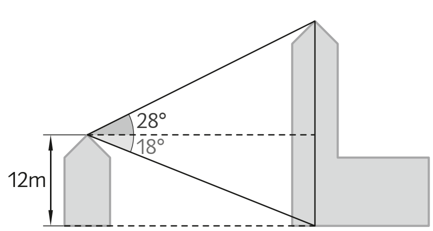
344 a. nach 11,17 Jahren, also nach ca. 11 Jahren und 2 Monaten
b. Die Population wächst schneller.

345 a.



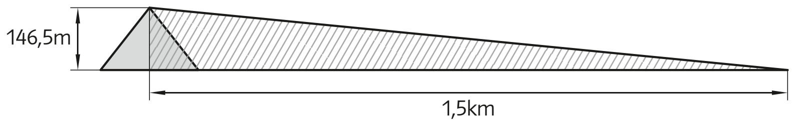
b. 47,04 m
c. 10,51 %

346 a.



b. 31,64 m

347 **a.**



Steigungswinkel $\alpha = 5{,}58°$; Steigung: 9,77 %

b. 813,89 m

c. Länge $= \frac{\text{Höhe}}{\text{Steigung}}$; Je größer die Steigung, desto kürzer ist die Rampenlänge (indirekt proportional).

348 **a.** 8 Einheiten

b. 20 €

c. Bezieht man alle Rohstoffe vom Lieferanten L_3, so kosten alle Rohstoffe für ein Stück von E_2 zusammen 52 €.

349 **a.** $\begin{pmatrix} 150 & 130 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 80 & 50 & 50 & 50 & 0 \\ 100 & 70 & 60 & 30 & 50 & 20 \\ 80 & 80 & 50 & 40 & 60 & 20 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0{,}0025 \\ 0{,}0035 \\ 0{,}0065 \\ 0{,}011 \\ 0{,}008 \\ 0{,}0135 \end{pmatrix}$

b. Hier wird berechnet, wie viel Gramm der einzelnen Zutaten gebraucht werden, wenn 20 Packungen Flockenmischung, 30 Packungen Schokomüsli, 15 Packungen Kokosmüsli und 10 Packungen Spezial gemischt werden sollen. Die Zahl 500 bedeutet daher, dass für diesen Herstellungsprozess 500 g Kokos gebraucht werden.

350 **a.** B **b.** C

351

Produkt	möglich	nicht möglich	Anzahl der Zeilen und Spalten
A·B	x		3×5
A·C		x	
B·C		x	
C·D	x		2×2
D·E	x		3×2

Produkt	möglich	nicht möglich	Anzahl der Zeilen und Spalten
B·A		x	
C·A	x		2×3
C·B	x		2×5
D·C	x		3×3
E·D		x	

352 **a.** $\begin{pmatrix} 15 & 25 & 30 \\ 0 & 11 & 27 \\ 2 & 7 & 10 \end{pmatrix}$ **b.** $\begin{pmatrix} 5 & 20 & 15 \\ 11 & 9 & 1 \\ -5 & 11 & 7 \end{pmatrix}$ **c.** $\begin{pmatrix} 0{,}3 & -0{,}1 & -0{,}2 \\ -0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}4 \\ 0 & 0{,}2 & 0 \end{pmatrix}$ **d.** $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

353 $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 7 & 0 \\ 4 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

Die Zahl in der 3. Spalte der 2. Zeile ist 0. Das bedeutet, dass zur Produktion von Z_3 keine Einheit von R_2 benötigt wird.

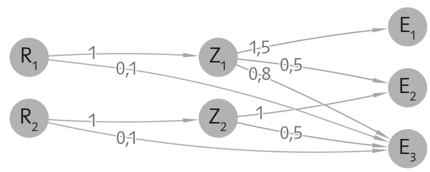
354 **a.** $RZ = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$; $ZE = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$; $RE = \begin{pmatrix} 9 & 36 \\ 14 & 44 \end{pmatrix}$

b. Es sollen 50 ME von E_1 und 200 ME von E_2 produziert werden.

c. $\begin{pmatrix} 7650 \\ 9500 \end{pmatrix}$

Für die Nachfrage von 50 ME von E_1 und 200 ME von E_2 werden 7650 ME von R_1 und 9500 ME von R_2 benötigt.

355 **a.**



b. $N = \begin{pmatrix} 30 \\ 20 \\ 100 \\ 40 \\ 60 \\ 50 \\ 70 \end{pmatrix}$ $\quad X = \begin{pmatrix} 308 \\ 152 \\ 271 \\ 125 \\ 60 \\ 50 \\ 70 \end{pmatrix}$

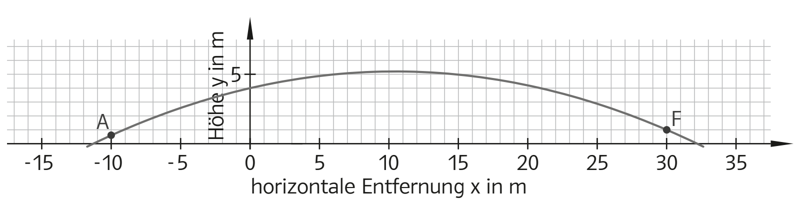
Die Einträge des Produktionsvektors X geben an, wie viele ME von jeder Ware gebraucht werden, um alle bestellten Waren liefern zu können. Es werden also 308 ME Weizen, 152 ME Roggen usw. gebraucht.

c. $N_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 15 \\ 10 \\ 10 \\ 8 \\ 12 \end{pmatrix}$

Es wurden 10 ME Weizen, 5 ME Roggen, 15 ME Weizen-Vollkornmehl, 10 ME Roggen-Vollkornmehl, 10 Weizenbrote, 8 Roggenbrote und 12 Vollkornbrote bestellt.

3.3 Kompetenztraining: Funktionale Zusammenhänge

356 **a.**



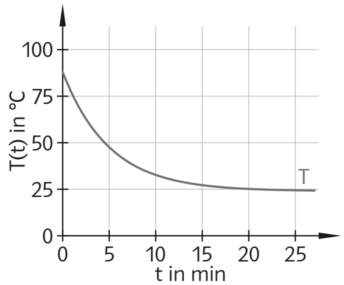
b. [−10; 30]

357 **a.** Jogger: 8 km/h; Fußgänger 4 km/h

b. nach ca. 1,25 h oder 1 h und 15 min

c. 10 km

358 **a.**

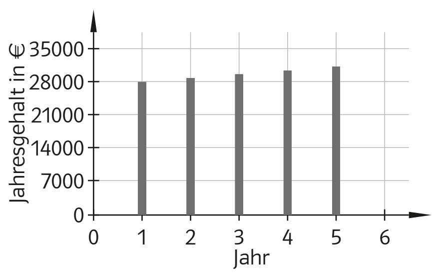


b. nach 5 Minuten: 47,5°
nach 10 Minuten: 32,7°
nach 15 Minuten: 27,2°
nach 20 Minuten: 25,17°

c. 6,34 min = 6 min 20 s

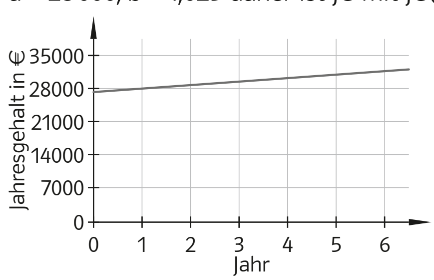
d. Wenn die andere Flüssigkeit langsamer abkühlt, dann muss für alle positiven reellen Zahlen t die der Funktionswert $24 + 64 \cdot e^{-0,2t}$ kleiner sein als $24 + 64 \cdot e^{-kt}$, also muss $e^{-0,2t}$ kleiner sein als e^{-kt}. Das ist genau dann der Fall, wenn k kleiner als 0,2 ist.

359 **a.**



Jahresgehalt im 4. Jahr: 30 400 €

b. a = 28 000, b = 1,025 daher ist JG mit $JG(n) = 28\,000 \cdot 1{,}025^{n-1}$.



Jahresgehalt nach 6 Jahren: 31 679,43 €

c. Herr Maier verdient nach einem Jahr mehr. Gleich viel verdienen beide nie. Frau Müller verdient während der ersten 13 Dienstjahre weniger als Herr Maier, ab dem 14. Dienstjahr aber mehr.

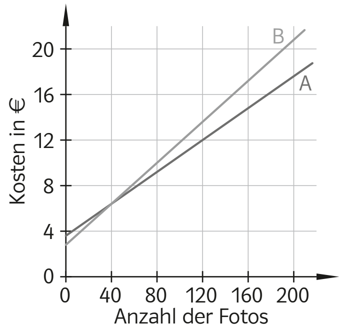
360 **a.** Der Koeffizient 0,03 bedeutet, dass die Temperatur pro Meter Tiefe um 0,03 °C zunimmt bzw. um 3 °C pro 100 m.

b. Die Temperatur an der Erdoberfläche beträgt 15 °C.

c. in 500 m Tiefe

361 **a.** K_A mit $K_A(x) = 0{,}07x + 3{,}6$; K_B mit $K_B(x) = 0{,}09x + 2{,}8$

b.



c. Anbieter A

d. (40 | 6,4). Das bedeutet, wenn man 40 Fotos bestellt, sind beide Anbieter mit 6,40 € gleich teuer.

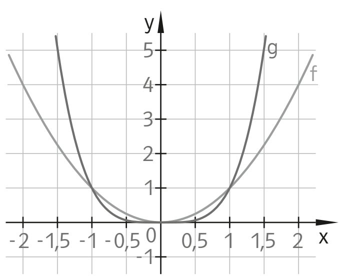
362 **a.** Andreas: f mit $f(t) = 7{,}5 \cdot t$, Jutta: g mit $g(t) = 10 - 26 \cdot t$ (t … Zeit in Stunden)

b. 17 min 55 s nach dem Start; in 2,24 km Entfernung von Galtür

c. Die Darstellung ist nicht sinnvoll, weil sich die Steigung auf einer Mountainbikestrecke ständig ändert, und damit auch die Geschwindigkeit eines Bikers.

d. Biker A fährt mit gleichbleibender Geschwindigkeit von 8 km/h von Galtür aus eine halbe Stunde lang Richtung Jamtalhütte, pausiert dann eine Viertelstunde, um dann wieder gleichmäßig mit einer Geschwindigkeit von 8 km/h in 45 min bis zur Jamtalhütte zu fahren, wo er sofort umkehrt und in einer halben Stunde zurück mit einer Geschwindigkeit von 20 km/h nach Galtür fährt. Biker B verlässt Galtür eine halbe Stunde später, fährt dann eine halbe Stunde Richtung Jamtalhütte mit einer Geschwindigkeit von 10 km/h, pausiert eine halbe Stunde, um dann in einer weiteren halben Stunde mit 10 km/h auf die Jamtalhütte zu fahren.

363 **a./b.**

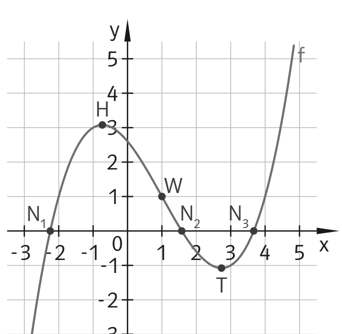


364 D

365 **(1)** gerade **(2)** kleiner als 0

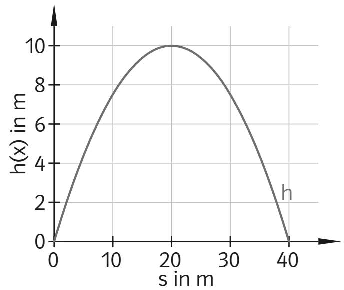
366 $g(x) = \frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 - \left(x - \frac{1}{2}\right) + 1$ bzw. $g(x) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{3}{8}x^2 - \frac{13}{16}x + \frac{47}{32}$

367 **a.**



b. Die Funktion hat im dargestellten Bereich 3 Nullstellen, daher muss sie mindestens den Grad 3 haben.

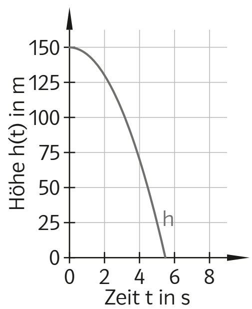
368 **a.**



b. 40 m

c. Wenn h(0) nicht 0 sondern 1 sein soll, wird die Flugbahn durch die Funktion h mit $h(x) = 1 + x - 0{,}025x^2$ beschrieben. Ihre positive Nullstelle ist 40,98 m.

369 **a.**



b. 5,48 s

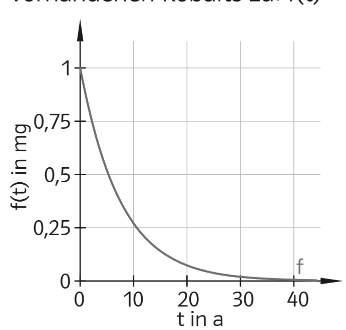
370 **a.** B **b.** C

371 **a.** 3 Millionen Jahre **b.** N mit $N(t) = 400 \cdot 2^{-\frac{t}{3}}$

372 D

373 **a.** Die gesuchte Funktion f ordnet der Zeit t in Jahren die Masse f(t) mg des nach t Jahren noch vorhandenen Kobalts zu: $f(t) = 1 \cdot 0{,}8774^t = 1 \cdot e^{-0{,}1308 \cdot t}$

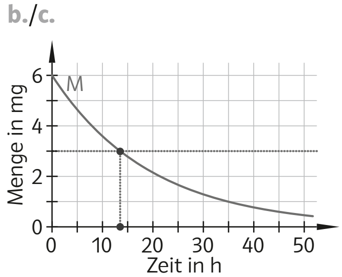
b.



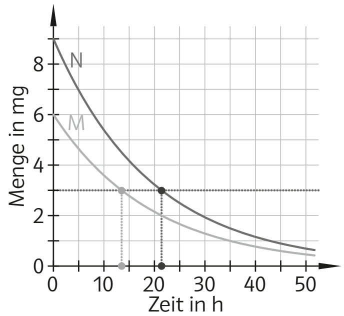
c. Je größer k ist, desto schneller zerfällt das Material und desto kleiner ist die Halbwertszeit.

374 **a.** t … Zeit in h; M(t) … Medikament in g im Körper
M mit $M(t) = 6 \cdot 0{,}95^t$

b./c.



d. Die neue Funktion wäre N mit $N(t) = 9 \cdot 0{,}95^t$. An der Stelle 0 ist der Funktionswert 9 statt 6, der Graph verläuft dann steiler nach unten, die Funktionswerte von N sind aber immer um 50 % größer als die entsprechenden von M. Die notwendige Zeit unter ärztlicher Aufsicht ist größer.



375 **a.** Die Abnahme um gleichbleibend A Einwohner bedeutet, dass sie durch eine lineare Funktion beschrieben werden kann. Wenn zu Beginn W Personen im Waldviertel leben, dann leben dort nach einem Jahr $W - 1 \cdot A$, nach 2 Jahren $W - 2 \cdot A$ usw.

b. Ist W die Anzahl der Einwohner zu Beginn der Beobachtung, A die gleichbleibende jährliche Abnahme und t die Anzahl der Jahre, dann ist die gesuchte Funktion f mit $f(t) = W - t \cdot A$.

376 **a.** Die Zunahme des Guthabens um jährlich 3 % bedeutet, dass die Entwicklung des Guthabens durch eine Exponentialfunktion beschrieben werden kann. Wenn zu Beginn G € auf dem Sparbuch liegen, dann liegen dort nach einem Jahr $G \cdot 1{,}03$, nach 2 Jahren $G \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}03 = G \cdot 1{,}03^2$ usw.

b. Ist G das Anfangsguthaben und t die Anzahl der Jahre, dann ist f mit $f(t) = G \cdot (1 + 0{,}03)^{t-1}$ die gesuchte Funktion.

377 **a.** R mit $R(s) = T - b \cdot s$

b. $\frac{T}{b}$

c. Mit einer Tankfüllung kann der Wagen $\frac{T}{b}$ km fahren.

378 **a.** $-0{,}04$ und 2,64. Der Ball landet nach 2,64 s am Boden. Die Lösung $-0{,}04$ hat keine Bedeutung im Sachzusammenhang.

b. $[0; 2{,}64]$

379 **a.** (6,94 s | 77,16 m)
Der Sprinter wird vom Golf nach 6,94 s bzw. nach 77,16 m überholt.

b. Nein, der Sprinter kann unter diesen Voraussetzungen nicht gewinnen, da er bereits nach 77,16 m überholt wird.

380 **a.** R mit $R(t) = 29\,000 \cdot 0{,}85^t$

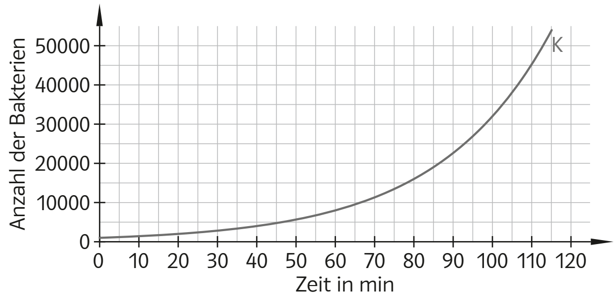
b. M mit $M(t) = 16\,000 \cdot 0{,}925^t$

c. (7,03 | 9 246,74), der Schnittpunkt gibt an, dass nach 7,03 Jahren beide Wagen den gleichen Wert von 9 246,74 € haben.

381 **a.** K mit $K(x) = 4{,}50 \cdot x + 299$ **b.** E mit $E(x) = 9{,}90 \cdot x$ **c.** mindestens 56 Stück

382 **a.** K mit $K(t) = 1000 \cdot 2^{\frac{t}{20}}$

b.

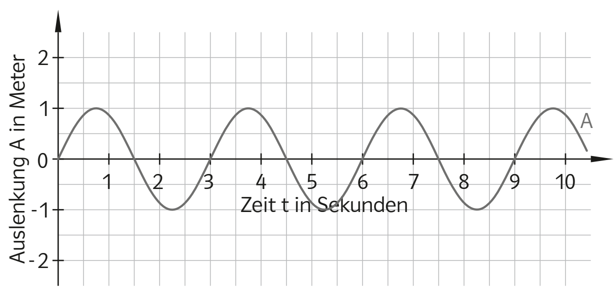


383 Graph der Funktion b.

Begründung: Am Anfang findet keine Verringerung der Geschwindigkeit statt (Reaktionszeit), danach nimmt die Geschwindigkeit linear ab. Bei den Graphen der Funktionen a und c nimmt die Geschwindigkeit sofort ab, also wurde die Reaktionszeit nicht berücksichtigt.

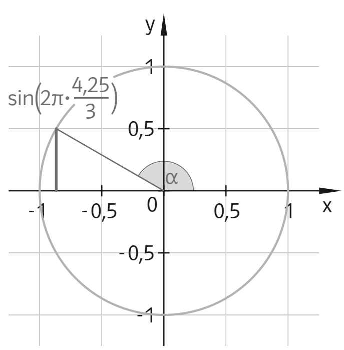
384 **a.** C **b.** B

385 **a.**

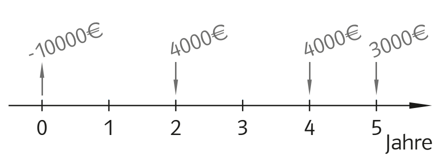


b. 510°

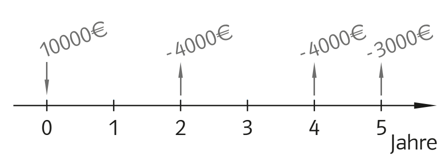
c.



386 **a.**



b.



387 **a.** Man zahlt zunächst 3 Jahre lang nachschüssige Semesterraten der Höhe R, im 4. Jahr setzt man mit den Zahlungen aus und begleicht den restlichen Kredit durch 6 nachschüssige Jahresraten der Höhe R_1. (Bzw. setzt man im 4. und 5. Jahr mit den Zahlungen aus und begleicht den restlichen Kredit durch 6 vorschüssige Jahresraten der Höhe R_1.)

b. am Ende des 5. Jahres

388 **a.** 425 452,31 € **b.** 6,44 % p.a.

389 **a.** 31 000 € **b.** 190 044,48 €

390 a. 164 031,44 €
b. 258,39 €
c. Beim doppelten Zinssatz wäre der Endwert 321 106,21 €, also geringer als das Doppelte des in Aufgabe a. berechneten Wertes. Um den Endwert zu verdoppeln, müsste man die Rate verdoppeln.

391 a. 36 Quartalsraten
b. 2 652,28 €
c. Da bereits die drei Monatsraten verzinst werden, erhält man am Ende der 3 Monate mehr als das Dreifache der Rate.

392 4,25 % p.a.

393 a. Händler A: 3,2 % p.a.; Händler B: 4,7 % p.a.
b. Aufgrund des geringeren effektiven Jahreszinssatzes, sollte der Dienstwagen bei Händler A gekauft werden.

394 3 318,21 €

395 E

396

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0				80 000,00
1	3 600,00	14 623,33	18 223,33	65 376,67
2	2 941,95	15 281,38	18 223,33	50 095,29
3	2 254,29	15 969,04	18 223,33	34 126,25
4	1 535,68	16 687,65	18 223,33	17 438,60
5	784,74	17 438,60	18 223,34	−0,00

397 a. Tilgungsanteil = Annuität − Zinsanteil = 15 444,41 − 13 745,46 = 1 698,95
b. 6 % p.a.
c. Die exakten Annuitäten müssen auf einen zweistelligen Cent-Betrag gerundet werden. Dadurch ergibt sich eine jährliche Abweichung von weniger als 1 Cent. Über die 15 Jahre hindurch summieren sich diese Fehler zu insgesamt 0,11 €. Die letzte Annuität muss daher um 0,11 € erhöht werden. Dadurch erhöht sich auch der Tilgungsanteil um 0,11 € und es ergibt sich die korrigierte letzte Zeile:

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
15	874,22	14 570,30	15 444,52	0,00

d. 150 000 €

398 a. 264,06 € b. 282,35 €

399 a. Bei linearem Wachstum wäre der Zuwachs der Downloadzahl in der ersten und der zweiten Woche gleich. In der ersten Woche fanden 6 000 Downloads statt, in der zweiten Woche allerdings 15 000 − 6 000 = 9 000 Downloads. Daher kann kein lineares Wachstum vorliegen.
b. f mit $f(t) = 2400 \cdot 2{,}5^t$
c. N mit $N(t) = \frac{1500000}{1 + \frac{6889}{11} \cdot \left(\frac{33}{83}\right)^t}$
d. in der 8. Woche (t = 7,784)

400 a. beschränktes Wachstum (wenn $c > 0$ und $0 < a < 1$ ist).
b. K = 10 000; c = 1; a = 0,8
K gibt die Kapazitätsgrenze an. Die Verkaufszahlen können aufgrund dieses Modells die Zahl 10 000 nicht übersteigen.

401 **a.** Das Wachstum war linear, da die Lilie pro Tag konstant 3 cm gewachsen ist.
b. h mit $h(t) = 25 + 3t$
c. 67 cm
d. Weil sowohl das lineare als auch das exponentielle Wachstum unbeschränkt sind. Eine Lilie kann aber nicht beliebig groß werden.

402 **a.** A: 4 870 €; B: 6 211 €; Aufgrund des größeren Kapitalwertes ist Investition B besser.
b. A: 6,20 %; B: 5,37 %; Aufgrund des größeren internen Zinssatzes ist Investition A besser.
c. A: 4,877 %; B: 4,627 %; Aufgrund des etwas höheren modifizierten internen Zinssatz ist Investition A besser.

403 **a.** Der Kapitalwert wird größer, da die Rückflüsse nicht so stark abgezinst werden.
b. Der interne Zinssatz bleibt gleich, da dessen Berechnung unabhängig vom Marktzinssatz ist.
c. Der modifizierte interne Zinssatz wird kleiner, da der Endwert der mit dem Marktzinssatz verzinsten Rückflüsse geringer wird.

3.4 Kompetenztraining: Analysis

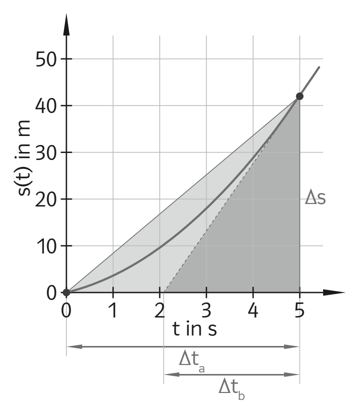
404 Der Geldbetrag in der Kassa ändert sich bei jedem Bezahlvorgang sprunghaft. Er kann sich insbesondere niemals um weniger als 0,01 € verändern.

405 Für $t = 0$ ist $E(t) \approx 1$. Wenn t größer wird, wird $0{,}84^t$ kleiner, also E(t) größer (wird der Divisor verkleinert, vergrößert sich der Quotient). Wenn t sehr groß ist, liegt $24\,999 \cdot 0{,}84^t$ sehr nahe bei 0 und somit $24\,999 \cdot 0{,}84^t + 1$ sehr nahe bei 1. Langfristig strebt daher E(t) gegen 25 000, bleibt aber immer kleiner. Das heißt, in dieser kleinen Stadt werden fast 25 000 Personen erkranken.

406 E

407 **a.** 0,75 cm/Tag
Im Zeitraum vom 15. bis zum 35. Tag wächst die Pflanze durchschnittlich 0,75 cm pro Tag.
b. Der Differenzialquotient an der Stelle $t = 35$ ist kleiner als an der Stelle $t = 15$. Die Wachstumsgeschwindigkeit dieser Pflanze nimmt im Laufe der Zeit ab.

408 **a.** 30,24 km/h
b. 51,84 km/h
c. Die Momentangeschwindigkeit nach 5 Sekunden entspricht der Steigung der Tangente in (5 | s(5)). Die Durchschnittsgeschwindigkeit entspricht während der ersten 5 Fahrsekungen der Steigung der Sekante durch die Punkte (0 | 0) und (5 | s(5)). Die Steigung der Sekante ist kleiner als die Steigung der Tangente, also ist die Momentangeschwindigkeit höher als die Durchschnittsgeschwindigkeit.

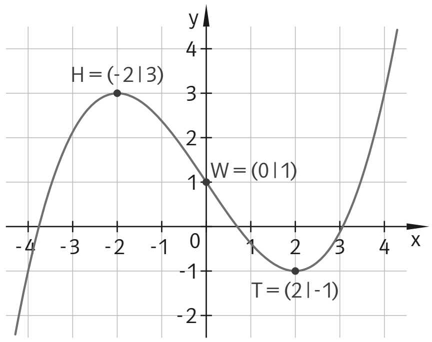


409 **a.** B **b.** D

410 Die Ableitung ist nicht richtig, richtig ist f′ mit $f'(x) = e^{2x} \cdot 2 \cdot (3x^2 + x)^2 + e^{2x} \cdot 2 \cdot (3x^2 + x) \cdot (6x + 1)$.

411 **(1)** $f'(x) > 0$ **(2)** streng monoton wachsend

412 **a./b./c.**

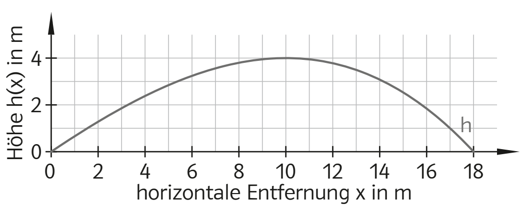


d. Zunächst bestimmt man die zweite Ableitung f″ der Funktion f. Die Wendestelle x_w ist eine Nullstelle von f″. Die lineare Näherung an der Stelle x_w ist t mit $t(x) = f(x_w) + f'(x_w) \cdot (x - x_w)$, eine Gleichung der Wendetangente (des Graphen von t) ist $y = f(x_w) + f'(x_w) \cdot (x - x_w)$.

413 **a.** I) $h(0) = 0$
II) $h(10) = 4$
III) $h'(10) = 0$
IV) $h(18) = 0$

b. $a = -\frac{1}{800}$, $b = -\frac{3}{200}$, $c = \frac{27}{40}$, $d = 0$

c.



414 **a.** 6,47 m **b.** 20,12 m **c.** ca. −58°

415 **a.** B **b.** D

416 D

417 **a.** s mit $s(t) = -\frac{1}{15}t^3 + t^2$ **b.** 33,33 m

418 D

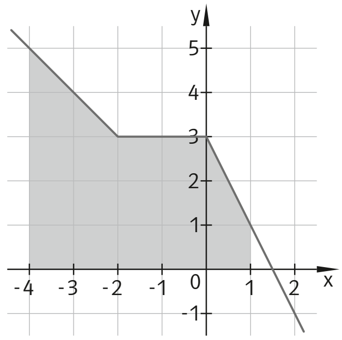
419 Mit dem Integral wird der gesamte Treibstoffverbrauch des Flugzeugs innerhalb einer Stunde berechnet.

420 Zwischen 7 Uhr und 13 Uhr wurden 5 200 Liter Heißwasser verbraucht.

421 750 m

422 **a.** positiv **b.** negativ **c.** negativ **d.** positiv

423 16

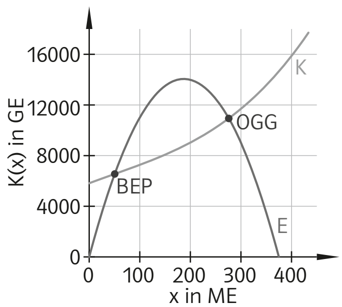


424 10,8 Flächeneinheiten

425 $83{,}99\,m^3$

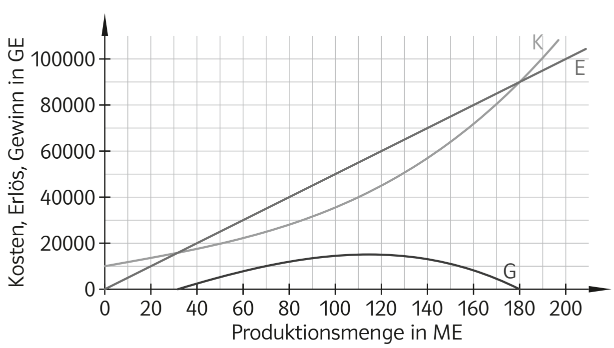
426 K mit $K(x) = 0{,}08x^3 - 4x^2 + 100x + 1000$

427



Break-Even-Point: bei 50 ME; Gewinngrenze: bei 275 ME

428
a. 10 000 GE
b. 500 GE/ME
c. ca. 30 ME und ca. 180 ME
d. ca. 15 000 GE
e.



429 bei 40 ME

430 Die Nullstellen 32 und 180 bedeuten, dass der Break-Even-Point bei 32 ME und die Gewinngrenze bei 180 ME liegen, der Hochpunkt (115 | 15 000) sagt aus, dass man den maximalen Gewinn von 15 000 GE bei einer Produktion von 115 ME macht. Die dritte Nullstelle und der Tiefpunkt haben im Sachzusammenhang keine Bedeutung, da hier $x < 0$ ist.

431 Eine Kostenfunktion muss monoton wachsend sein, daher kann sie keine Extrempunkte haben.

432 **a.** 72 000 GE
b. 45 569,69 GE
c. Die Koordinaten des Cournotschen Punkts sind die Produktionsmenge und der Verkaufspreis, die zum maximalen Gewinn führen. C = (96,51 ME | 717,45 GE/ME)
d. von 5,02 ME bis 183,80 ME

433 **a.** p_N mit $p_N(x) = -0{,}2x + 80$ **c.** $E(x) = -0{,}2x^2 + 80x$
b. 20 €/Stück **d.** 200 Stück

434 langfristige Preisuntergrenze: ca. 85 GE/ME bei 30 ME
kurzfristige Preisuntergrenze: ca. 50 GE/ME bei 25 ME

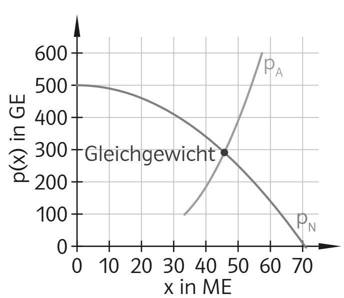
435 **a.** Betriebsoptimum: 50 ME; langfristige Preisuntergrenze: 190 GE/ME
b. Betriebsminimum: 45 ME; kurzfristige Preisuntergrenze: 169 GE/ME
c. Der Marktpreis liegt zwischen Betriebsminimum und Betriebsoptimum. Der Betrieb arbeitet also nicht mehr kostendeckend. Nur die variablen Kosten sind noch gedeckt.
d. Bei 47,80 ME beträgt der Verlust 489,19 GE.

436 **a.** B **b.** D

437 **a.** die variable Kostenfunktion K_v mit $K_v(x) = 0{,}01x^3 - 2{,}1x^2 + 320x$
die Erlösfunktion E mit $E(x) = -2{,}4x^2 + 850x$, da stets $E(0) = 0$ ist
die Grenzgewinnfunktion G′ mit $G'(x) = -0{,}03x^2 - 0{,}6x + 530$
Die Kostenfunktion K kann nicht eindeutig bestimmt werden, da die Fixkosten K(0) aus K′ oder E′ nicht ermittelt werden können.
b. Break-Even-Point: 23,18 ME; Gewinngrenze: 202,48 ME

438 **(1)** In der gewinnmaximalen Menge **(2)** Grenzgewinnfunktion

439 **a.**



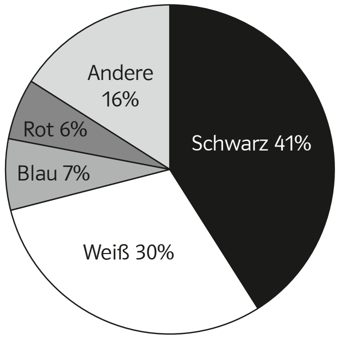
b. Höchstpreis: 500 GE/ME; Sättigungsmenge: 71 ME
c. 290 GE/ME

440 **a.** I) $a \cdot 20^2 + b \cdot 20 + c = 78$
II) $a \cdot 14^2 + b \cdot 14 + c = 24$
III) $a \cdot 24^2 + b \cdot 24 + c = 150$
b. Es ist $p_A(20) = 78$, $p_A(14) = 24$ und $p_A(24) = 150$.
c. ca. 20,8 t

441 **a.** Nachfrageüberschuss
b. Damit das Marktgleichgewicht erreicht wird, müssen Angebot und Nachfrage übereinstimmen. Dazu muss in unserem Fall das Angebot steigen und die Nachfrage sinken. Wird der Preis erhöht, so steigt das Angebot und die Nachfrage sinkt, bis beide übereinstimmen. Daher muss der Gleichgewichtspreis über 6 GE/ME liegen.

3.5 Kompetenztraining: Stochastik

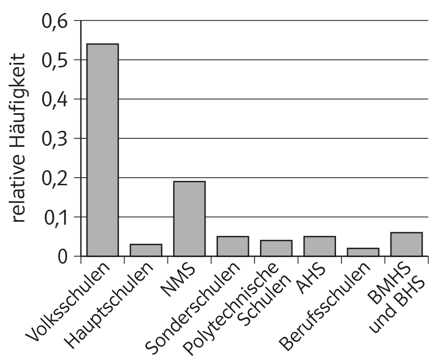
442



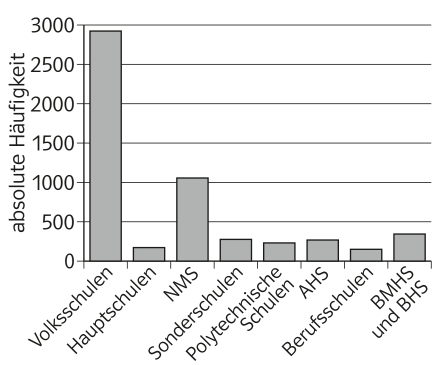
443 **a.**

Schulform	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit
Volksschulen	2923	0,54
Hauptschulen	172	0,03
NMS	1056	0,19
Sonderschulen	276	0,05
Polytechnische Schulen	231	0,04
AHS	268	0,05
Berufsschulen	150	0,02
BMHS und BHS	344	0,06

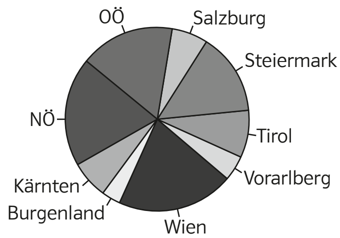
b.



c.



444 **a.**



b. Österreich repräsentiert 100 % aller Einwohnerinnen und Einwohner und darf daher nicht als eigene Kategorie im Kreisdiagramm auftreten.

c.

Bundesland	absolute Zunahme	relative Zunahme
Burgenland	279	0,10 %
Kärnten	−22	0,00 %
Niederösterreich	4644	0,28 %
Oberösterreich	4769	0,33 %
Salzburg	1624	0,30 %
Steiermark	1716	0,14 %
Tirol	3563	0,48 %
Vorarlberg	2044	0,53 %
Wien	14442	0,77 %

445 **a.** 71 Punkte

b. Die Aussage ist falsch, der Median lag bei 69 Punkten. Eine Aussage über den Durchschnitt (arithmetisches Mittel) kann aus dem Boxplot-Diagramm nicht getroffen werden.

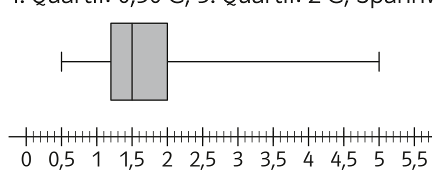
c. Sowohl die richtige als auch die irrtümlich eingetragene Punktezahl liegen zwischen dem 3. Quartil und dem Maximum. Daher verändert dieser Fehler weder das 3. Quartil noch das Maximum und das Boxplot-Diagramm wird nicht beeinflusst.

446 B

447 **a.** Das arithmetische Mittel beträgt 1,80 €, der Median 1 €. Da es bei den Geldbeträgen einen „Ausreißer" gibt, nämlich die Spende von 10 €, ist der Median aussagekräftiger, da dieser einzelne Ausreißer nicht berücksichtigt.

b. 1. Quartil: 0,50 €; 3. Quartil: 2 €; Spannweite: 9,90 €

c.



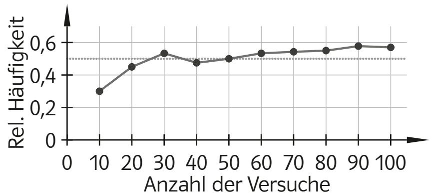
50 % aller Spenden betragen zwischen 0,50 € und 2 €.

448 Die Wahrscheinlichkeit für einen Unfall des 20-Jährigen ist doppelt so hoch wie die des 40-Jährigen, daher wird die Prämie für den 20-Jährigen höher ausfallen als die für den 40-Jährigen.

449 Die Wahrscheinlichkeitsrechnung sagt nur voraus, dass bei einer sehr großen Anzahl von Roulette-Runden die Zahl 7 in ca. $\frac{1}{37}$ aller Fälle gewinnt. Das heißt aber nicht, dass es höchstens 37 Runden dauern kann, bis diese Zahl gewinnt.

450 **a.** Für die untere Tabelle werden die Ergebnisse der Schülerinnen und Schüler addiert. Die erste Spalte ist das Ergebnis der 10 Versuche von Schüler/in 1, die zweite Spalte ist das Ergebnis der 20 Versuche der Schüler/innen 1 und 2 usw.

b.



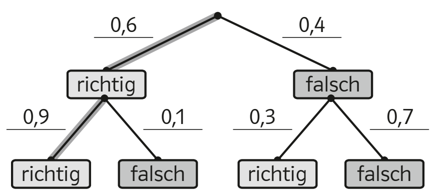
c. Je größer die Anzahl der Versuche, desto weniger schwankt die Kurve. Scheinbar pendelt sich die Wahrscheinlichkeit knapp unter 0,6 ein. Das Experiment ergibt also, dass Butterbrote tatsächlich eher auf die Butterseite fallen als auf die andere Seite.

451 B

452 **a.** {(1, 1), (1, 2), (1, 3), …, (6, 4), (6, 5), (6, 6)}
b. {(2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5)}
c. Antonia hat die besseren Chancen zu gewinnen, denn für ihren Sieg gibt es 36 − 16 = 20 günstige Ausgänge bei diesem Spiel und für Bernhard nur 16.

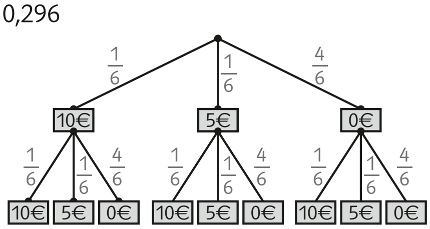
453 Beim Werfen von zwei Würfeln werden manche Augensummen (zum Beispiel 7) mit einer höheren Wahrscheinlichkeit geworfen als andere (zum Beispiel 12). Beim Ziehen eines Loses ist hingegen jede Zahl gleich wahrscheinlich.

454 **a./c.**



b. 0,28

455 **a.** 0,296
b.

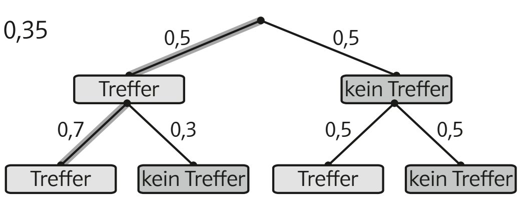


c. günstige Ausgänge: {(10 €, 10 €), (10 €, 5 €), (10 €, 0 €), (5 €, 10 €), (5 €, 5 €), (0 €, 10 €)}

$\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{4}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+\frac{4}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

456 **a.** 0,141 **b.** 0,404 **c.** 0,116

457 **a.** 0,35



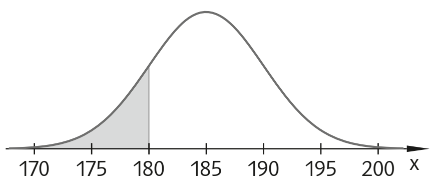
b. 0,15
c. 0,25

458 0,5882

459 a. Da die Gesamtbevölkerung sehr groß ist, kann die Auswahl der 20 Buben als unabhängig angenommen werden. Bei jedem der 20 Buben ist die Wahrscheinlichkeit, einen Schüler mit Rot-Grün-Blindheit zu erwischen, 5 %.
b. 0,1887
c. 0,6415
d. Erwartungswert: 5; Standardabweichung: 2,179

460 a. 0,0059
b. 0,0037
c. Die kleinste natürliche Zahl n mit $n \geq \frac{\ln(0{,}01)}{\ln(0{,}95)}$ ist 90.

461 a.



b. 0,1587

462 a. Erwartungswert: 330 g; Standardabweichung: 2 g
b. ca. 0,15

463 a. Erwartungswert: 34 911 €; Standardabweichung: 19 721 €
b. 10,2 %

464 a. $\boxed{A}$
b. 0,0228
c. 68,27 %

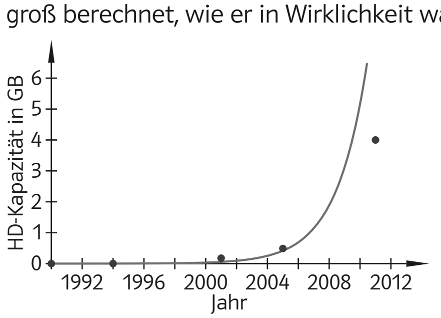
465 1,29 g

466 5,1 g

467 0,783 l

468 a. K mit $K(x) = 0{,}0315x^3 - 4{,}3030x^2 + 241{,}6947x + 3\,524{,}1650$
b. 11 448,54 GE

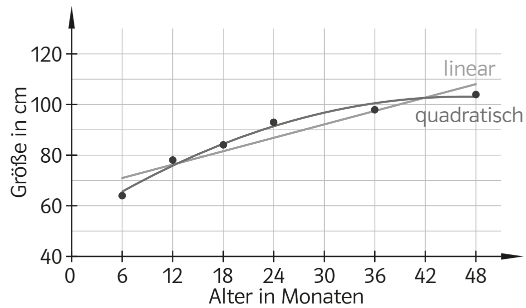
469 a. K mit $K(t) = 19{,}37t^2 - 238{,}33t + 256{,}56$
b. K mit $K(t) = 0{,}2284 \cdot e^{0{,}5016t}$
c. Die Exponentialfunktion ist besser geeignet. Nur der Wert für 2011 wird beinahe als doppelt so groß berechnet, wie er in Wirklichkeit war. Die anderen Werte werden sehr gut getroffen.



470 a. Körpergröße [cm] = 0,8824 · Alter [Monaten] + 65,657

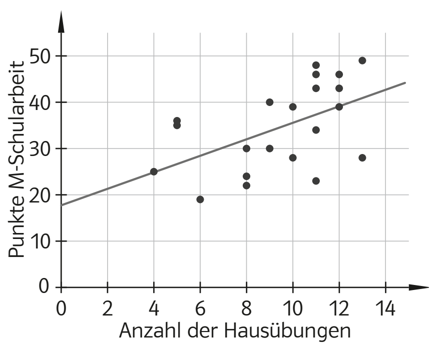
b. Gemäß dem Modell nimmt die Körpergröße jedes Monat um 0,88 cm zu.

c. Der Verlauf erscheint im Diagramm eher quadratisch als linear, daher ist ein quadratisches Modell besser geeignet (siehe Diagramm).



471 a. C b. D

472 a./b.



Gleichung der Regressionsgeraden: $y = 1{,}78197x + 17{,}73279$

c. Die Regressionsgerade hat eine positive Steigung, der Korrelationskoeffizient ist 0,5165. Es liegt ein positiver Zusammenhang zwischen der Anzahl der gemachten Hausübungen und der erreichten Punkteanzahl auf die Mathematikschularbeit vor. Der lineare Zusammenhang ist allerdings nicht sehr stark.

473 a. $r = 0{,}9741$. Da r positiv und sehr nahe bei 1 ist, liegt eine stark positive Korrelation nahe.

b. Pro in die Werbung investierten Euro steigt die Anzahl der Nächtigungen um 0,12. Das heißt, pro 100 € steigt die Anzahl der Nächtigungen um 12. Wenn nicht in die Werbung investiert wird, sinkt die Anzahl der jährlichen Nächtigungen um 295,6.

474 a.

	S	$\overline{S}$	Summe
E	0,3	0,5	0,8
$\overline{E}$	0,1	0,1	0,2
Summe	0,4	0,6	1

b. E und S sind abhängig, denn: $P(E) \cdot P(S) = 0{,}8 \cdot 0{,}4 = 0{,}32$ und $P(E \cap S) = 0{,}3$.
Also ist $P(E) \cdot P(S) \neq P(E \cap S)$.

c. 0,1

d. Es wird die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass ein Schüler, der die Schule nicht erfolgreich abgeschlossen hat, kein Stipendium erhalten hat.

475 a. 0,195

b. 21 %

c. 0,582

476 2,944 % p.a.

477 a. 133,9 bedeutet, dass die Anzahl der Smartphonenutzerinnen und -nutzer im Jahr 2012 gegenüber dem Jahr 2011 um 33,9 % zugenommen hat.
b. Der Ausdruck gibt an, dass die Anzahl der Smartphonenutzerinnen und -nutzer im Zeitraum von 2012 bis 2016 um durchschnittlich 18,62 % zugenommen hat.

3.6 Teil-A-Aufgaben

478 a.
- Zum Beispiel: Für die Vermessung eines Baumes wird in 1,80 m Höhe ein Höhenwinkel zum Baumwipfel von 39,52° und ein Tiefenwinkel zum Fuß des Baumes senkrecht unter dem Wipfel von 5,14° gemessen.
  Berechne die Höhe des Baumes.
  Oder: Berechne die Entfernung von der Messstelle zum Baum.
- 18,3 m

b.
- 30 cm
- 67 Jahre
- $h(t) = 0{,}3t$

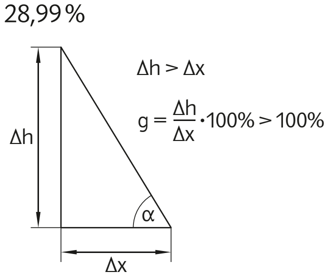
c.
- in 3,7 Jahren

479 a.
- $v(t) = \frac{L}{t} \cdot 3{,}6$

b.
- 45 m/s
- 162 km/h
- 100 m

c.
- Es ist $s''(t) = 6{,}4$. Das bedeutet, dass die Beschleunigung des Skifahrers 6,4 m/s^2 beträgt.
  Da die Beschleunigung positiv ist, wird der Skifahrer immer schneller.
- 9,68 s
- 61,95 m/s

480 a.
- $\alpha = 22{,}73°$
- 9,37 km/h

b.
- 28,99 %
- 

  Für Winkel größer als 45° ist die gegenüberliegende Kathete größer als die anliegende, daher ist der Quotient größer als 1 und somit ist auch die Steigung größer als 100 %.

c.
- 173,33 km/h
- Es ist zwar möglich, dass ein Schifahrer mit einer Geschwindigkeit von 173,33 km/h fährt, aber eher unwahrscheinlich. Die Aussage ist daher wahrscheinlich falsch.

481 a.
- Der Graph von R_2 hat eine größere Steigung, das heißt, R_2 ist mit einer höheren Durchschnittsgeschwindigkeit unterwegs als R_1.
  R_1 fährt ohne Pause und braucht für 40 km 120 min, R_2 fährt zunächst 30 min, hält dann für 10 min an und fährt dann weitere 50 min, insgesamt ist er also 90 min unterwegs.

b.
- 17,6 km

c.
- B

482 a. ▪ $5{,}049 \cdot 10^7\,\text{km}^3$

b. ▪ $A = \frac{E}{9\,000}$

c. ▪ Die Aussage stimmt nicht. Die Oberfläche der Erde ist $12\,742^2 \cdot \pi\,\text{km}^2$, 70 % davon sind $0{,}7 \cdot 12\,742^2 \cdot \pi\,\text{km}^2$. Wenn das Wasser um h m steigt, dann beträgt das Volumen des zusätzlichen Wassers $h \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}7 \cdot 12\,742^2 \cdot \pi\,\text{km}^3$. Daher ist $h = \frac{26 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 0{,}7 \cdot 12\,742^2 \cdot \pi} \approx 72{,}8$.

Der Meeresspiegel würde also um ca. 72 m steigen.

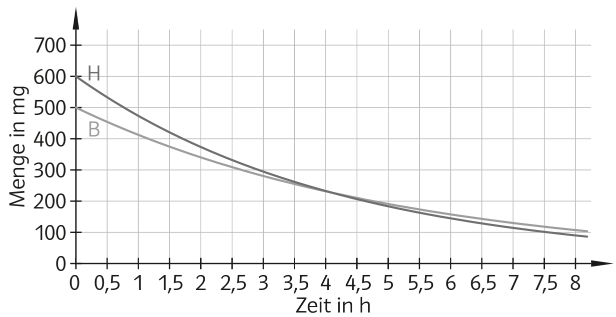
d. ▪ in ca. 69 Jahren

483 a. ▪ 3 Stunden

▪ C mit $C(t) = 500 \cdot 0{,}5^{\frac{t}{3}}$

b. ▪ 310,56 mg

c. ▪



▪ nach 4 Stunden

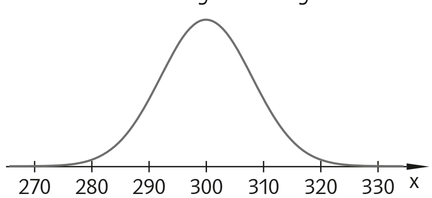
▪ B: 2,92; H: 3,6 Stunden

▪ Herr Bauer: 21,1 %; Frau Huber: 17,5 %

484 a. ▪ Die maximale Legeleistung mit Spezialfutter beträgt 325 Eier, bei normalem Futter nur 315 Eier. Der Median ist mit Spezialfutter um 10 Eier höher, beträgt also 305 Eier. Die Spannweite beträgt in beiden Fällen 60 Eier.

▪ Die Aussage kann nicht überprüft werden, weil die Diagramme keine Aussage über den Mittelwert der Legeleistung liefern.

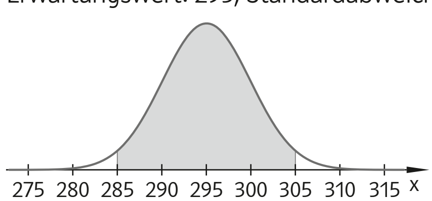
b. ▪



▪ 314 Eier

c. ▪ Erwartungswert: 295; Standardabweichung: 5

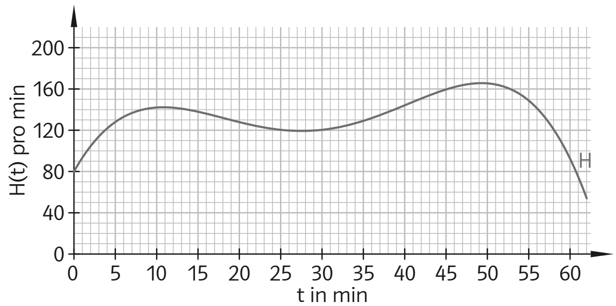
▪



485 a. ▪ $n = (k - 273) \cdot 0{,}33$

b. ▪ Gesucht ist eine Zahl z, für die $z = (z - 273{,}15) \cdot 0{,}33$ ist. Diese Zahl ist $-134{,}54$, da es aber keine negativen Temperaturangaben in °K gibt, existiert keine solche Zahl.

486 **a.** ▪



▪ Hochpunkte: $H_1 \approx (11|142)$, $H_2 \approx (49|166)$; Tiefpunkt: $T \approx (28|119)$
Nach 11 Minuten erreichte die Herzfrequenz ihr erstes lokales Maximum von 142 Schlägen pro Minute, nach 28 Minuten das lokale Minimum von 119 Schlägen pro Minute und nach 49 Minuten das Maximum von 166 Schlägen pro Minute.

b. ▪ 22,9 min

c. ▪ **I.** D **II.** A

487 **a.** ▪ S … Schweinefleisch in kg; R … Rindfleisch in kg; L … Lammfleisch in kg

I) $S + R + L = 500$

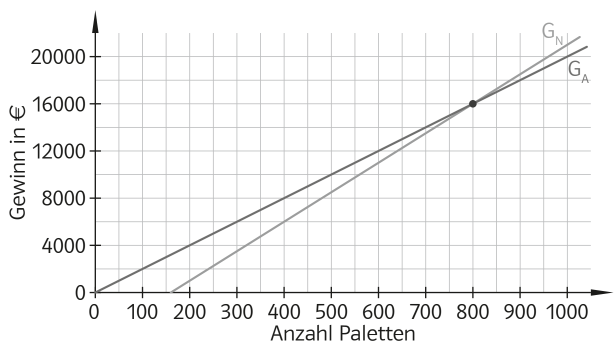
II) $1{,}9S + 4R + 5{,}2L = 500 \cdot 3{,}31$

III) $S = R$

▪ Schweinefleisch : Rindfleisch : Lammfleisch = 21 : 21 : 8

b. ▪ 3,84 €/kg

c. ▪



▪ (800 | 16 000)

▪ Die Koordinaten des Schnittpunktes geben jene Produktionsmenge (800 Paletten) an, bei der der Gewinn mit dem neuen und alten Katzenfutter gleich hoch ist (16 000 €).

488 **a.** ▪ [0 min; 10 min] und [50 min; 60 min]

b. ▪ $DT = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

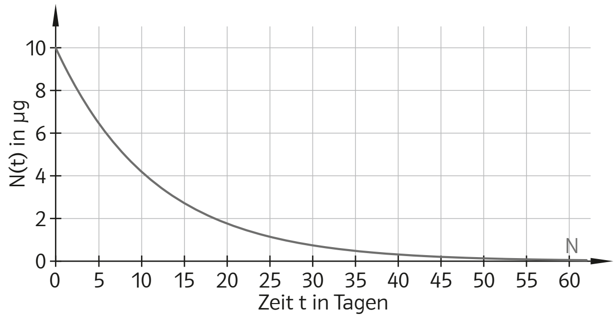
▪ 0,13 l/km

▪ $MT(x) = 0{,}00005x + 0{,}1275$

▪ 0,1303 l/km

c. ▪ Die lokale Änderungsrate des Benzinverbrauchs entspricht der Steigung der Tangente an den gefragten Punkt. Man kann also die Tangente einzeichnen und die Steigung ablesen.
Der durchschnittliche Benzinverbrauch in einem Zeitintervall [a; b] entspricht der Steigung der Sekante durch die Punkte am Funktionsgraphen an den Intervallgrenzen. Man kann also die Sekante einzeichnen und die Steigung ablesen.

489 **a.**
- Die Halbwertszeit ist jene Zeit, in der die Hälfte des vorhandenen Materials abgebaut wird.
- $\lambda = 0{,}08664$
- 34,58 Tage, also ca. 35 Tage

b.
- 

- 8 Tage
- um jeweils 58%

In den ersten 10 Tagen nimmt die Masse um $100 \cdot \frac{N(10) - N(0)}{N(0)}$ Prozent ab, vom 10. bis zum 20. Tag um $100 \cdot \frac{N(20) - N(10)}{N(10)}$ Prozent. Wegen $e^{-\lambda \cdot 20} = e^{-\lambda \cdot 10} \cdot e^{-\lambda \cdot 10}$ und $e^0 = 1$ sind $100 \cdot \frac{N(20) - N(10)}{N(10)}$ und $100 \cdot \frac{N(10) - N(0)}{N(0)}$ gleich.

c.
- D

490 **a.**
- rechtsgekrümmt
- Der Graph der Funktion ist rechtsgekrümmt, da der Punktestand nach den ersten 5 Trainingseinheiten um 523 Punkte und nach den zweiten 5 Trainingseinheiten nur noch um 309 Punkte gestiegen ist.

b.
- $a = 2\,885{,}35$; $b = 12\,302{,}24$; $c = 14{,}44$

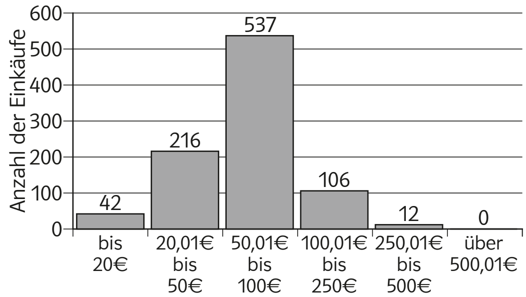
c.
- $P_2(0) = 848{,}3$ statt 852; $P_2(5) = 1\,370{,}5$ statt 1375; $P_2(10) = 1\,679{,}6$ statt 1684
größter absoluter Fehler: bei $P_2(5)$ mit $-4{,}5$
relative Fehler: $-0{,}43\,\%$; $-0{,}32\,\%$; $-0{,}27\,\%$
größter relativer Fehler: bei $P_2(0)$ mit $-0{,}43\,\%$
- $P_2'(x) = \frac{29\,532{,}5}{(x + 14{,}5)^2}$. Die Funktion P_2' hat keine Nullstellen, daher hat P_2 keine lokalen Extremstellen.

d.
- Für große Zahlen x wird der Faktor $0{,}9^x$ sehr klein, wodurch $(1 - 0{,}6 \cdot 0{,}9^x)$ annähernd 1 wird und daher ist $\lim\limits_{x \to \infty}(2130(1 - 0{,}6 \cdot 0{,}9^x)) = 2130$.
- nach 22 Trainingseinheiten

e.
- 0,125
- E mit $E(x) = 0{,}9^x$; ab der 7. Einheit

491 **a.**

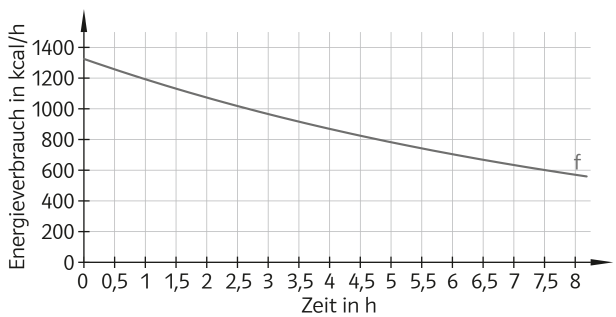
Umsätze	Häufigkeit	Klassenmitte	Häufigkeit · Klassenmitte
bis 20 €	42	10	420
20,01 € bis 50 €	216	35,005	7 561,08
50,01 € bis 100 €	537	75,005	40 277,685
100,01 € bis 250 €	106	175,005	18 550,53
250,01 € bis 500 €	12	375,005	4 500,06
über 500,01 €	0	0	0
Summe	913		71 309,355
	arithmetisches Mittel		78,10

- 

b.
- Median = 34 420,50 €; arithmetisches Mittel = 43 961,5 €
- Die Umsätze am Freitag und Samstag sind viel höher als die von Montag bis Donnerstag. Der Median ist daher besser als das arithmetische Mittel geeignet, einen „durchschnittlichen" Tagesumsatz anzugeben.

c.
- C

492 **a.**
- 10,1 kcal/kg
- $E = 10{,}1 \cdot (M - 70) + 1222 = 10{,}1 \cdot M + 515$

b.
- f mit $f(t) = 1325 \cdot 0{,}9^t$
- 

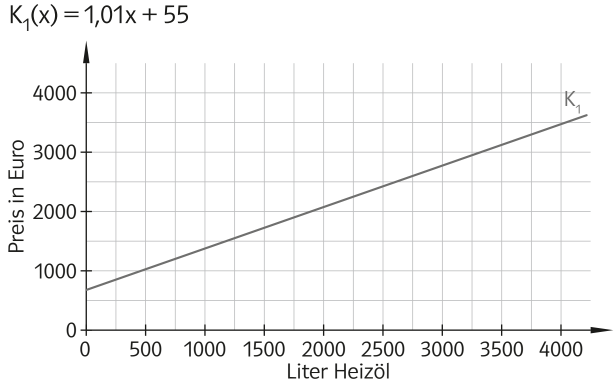
c.
- 3 381,06 kcal
- 5,2 Stunden

493 **a.**
- (2,5|7,5)
- $a = -1{,}2$; $b = 6$
  (also ist $f(x) = -1{,}2x^2 + 6x$)

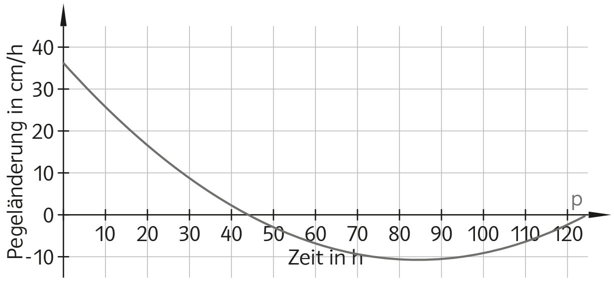
b.
- in 4 m horizontaler Entfernung

c.
- **I.** B **II.** A
- Mit dem Integral wurde die Wahrscheinlichkeit berechnet, dass ein Blobber maximal 5 m hoch springt.

494 **a.**
- $K(x) = 1{,}02x + 35$

b.
- $K_1(x) = 1{,}01x + 55$
- 

c.
- A

495 **a.**
- 

- Ist die momentane Änderungsrate des Pegelstandes zum Zeitpunkt t Stunden gleich 0, so hat der Pegelstand zu dieser Zeit ein Maximum oder Minimum. Die Nullstellen von p sind also die Zeitpunkte, zu denen der Pegelstand maximal oder minimal ist. Im Bereich [0; 120] gibt es nur eine Nullstelle von p und die Änderungsrate ist davor positiv, danach negativ. Also ist diese Nullstelle der Zeitpunkt in Stunden, zu dem der Pegelstand am höchsten war.
- Die schnellste Zunahme entspricht der maximalen Änderungsrate. Diese ist in diesem Intervall zum Zeitpunkt 0 gegeben und beträgt 36,2103 cm/h.

b.
- Weil $\int p(t)\,dt = 0{,}0022t^3 - 0{,}5567t^2 + 36{,}2106t + c$ ist, ist auch P mit $P(t) = 0{,}0022t^3 - 0{,}5567t^2 + 36{,}2106t + 700$ eine Stammfunktion von p.
- P gibt den Pegelstand der Donau in Zentimeter zum Zeitpunkt t (in h) an.

c.
- höchster Wasserstand: 809 cm; niedrigster Wasserstand: 167 cm
- Der mittlere Wasserstand bezieht sich auf viele Messungen eines Jahres und wird nicht nur aus dem höchsten und dem niedrigsten Messwert berechnet.

496 **a.**
- $f(x) = \tan(30°) \cdot x - \frac{9{,}81}{2 \cdot 300 \cdot \frac{1}{3{,}6} \cdot \cos(30°)^2} \cdot x^2$
- nach 7,36 m

b.
- **(1)** $f(x) = ax^2 + bx$ **(2)** kleiner als 0

c.
- Bei 45° ist die Reichweite am größten. Für Anstellwinkel darunter und darüber wird die Reichweite jeweils kleiner.
- Die Höhe des Wasserstrahls ist umso größer, je höher der Anstellwinkel ist.

d.
- ca. 50 Millionen Liter Wasser
- ca. 53 000 €

497 **a.**
- $\alpha = 16{,}1045°$

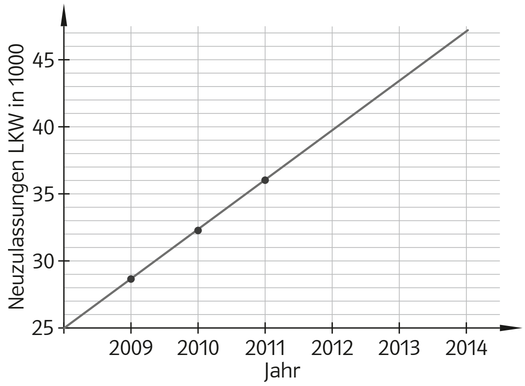
b.
- $f(h) = \arctan\left(\frac{2-h}{7}\right) + \arctan\left(\frac{h}{7}\right)$

c.
- 0,13 s

d.
- E

e.
- I) $f(0) = 1{,}7$
  II) $f'(0) = \tan(35°) \approx 0{,}7$
  III) $f'(10) = 0$
- Es ist $f'(x) = -0{,}07x + 0{,}7$. Also ist $f(0) = 1{,}7$, $f'(0) = 0{,}7 \approx \tan(35°)$, $f'(10) = 0$.
- Die Spielerin könnte den Ball nicht fangen, da er sich an dieser Stelle in 3,94 m Höhe befindet.

498 **a.**
- $P_0 = 319\,403$; $a = 1{,}056$
- $P(1) = 337\,290$
  Abweichung: −0,38 %; also ist die Näherung gut.

b.
- 

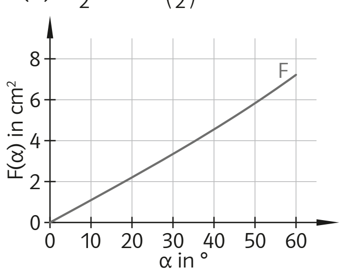
- Der Punkt (2010 | 32 271) liegt fast auf der Geraden durch die anderen zwei Punkte. Daher ist die Näherung der Anzahl der Zulassungen im Jahr 2010 durch L(2010) gut.
- ca. 47 000 LKW

c.
- nach ca. einem Jahr
- ca. 5 500 der Marke Rot; ca. 3 600 der Marke Blau

499 **a.**
- $\frac{15}{15\,000\,000} = 1 \cdot 10^{-6}$
- $\frac{605\,235}{15\,000\,000} = 0{,}040349$
- Nur 15 von 15 000 000 Losen sind Hauptgewinne, daher müssten 14 999 986 Lose gekauft werden.
- Das ist keinesfalls sinnvoll, denn die Summe der Lospreise beträgt 29 999 972 €.

b.
- 0,00002

c.
- Man entnimmt dem Diagramm die Wahrscheinlichkeiten $P(X = 0) \approx 0{,}11$ und $P(X = 1) \approx 0{,}27$.
  Daraus erhält man $P(X \geq 2) \approx 1 - (0{,}11 + 0{,}27)$.
- 62 %

500 **a.**
- $F(\alpha) = \frac{1}{2}a^2 \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)$
- 

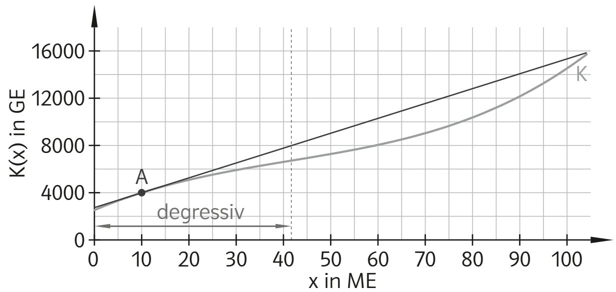
- $M = (4a)^2 - 8F(\alpha)$

b.
- 0,9044

c.
- a … Lohn in Euro für das Falten einer Verpackung der Sorte 1
  b … Lohn in Euro für das Falten einer Verpackung der Sorte 2
  I) $100a + 150b = 20$
  II) $200a + 50b = 15$
- für Sorte 1: 0,05 €
  für Sorte 2: 0,1 €

3.7 Teil-B-Aufgaben

501 **a.** ▪



▪ ca. 125; Bei einer Produktion von 10 ME betragen die Grenzkosten ca. 125 GE/ME.

b. ▪ 68,68 ME

▪ 17170,33 GE

c. ▪ Man multipliziert den Preis pro Mengeneinheit (495 GE/ME) mit 20, um den Erlös beim Verkauf von 20 ME zu berechnen. Den Gewinn erhält man, indem man G(20) berechnet. Die Produktionskosten sind dann die Differenz aus Erlös und Gewinn.

▪ Den maximalen Gewinn von 8 530,07 GE erzielt man bei einer Produktion von 30,07 ME.

d. ▪ **(1)** Punkt (0 | 0) **(2)** das Betriebsoptimum

e. ▪ A

502 **a.** ▪ für K mit $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$:

I) $d = 16\,000$

II) $7500a + 100b + c = 330$

III) $2\,500a + 50b + c + \frac{1}{50}d = 625$

IV) $216\,000a + 3\,600b + 60c = 18\,720$

b. ▪ 132,82 Stück

▪ 133 Stück; 51 260,76 €

c. ▪ Mögliche Argumente:

- $E(40) = 24\,000$ GE; $K(40) = 28\,080$ GE. Die Kosten sind größer als der Erlös.
- $\overline{K}(40) = 702$ GE/ME. Die Stückkosten sind höher als der Verkaufspreis.
- Die Gewinnfunktion wäre G mit $G(x) = -0{,}02x^3 + 1{,}5x^2 + 270x - 16\,000$. $G(40) = -4\,080$ GE.
- Der Break-Even-Point bei diesem Preis wäre bei 54,76 ME. Bei 40 ME macht man daher Verlust.

d. ▪ P ist ein lokaler Extrempunkt (Tiefpunkt) von $\overline{K}$.

▪ Die 534,96 GE/ME sind die minimalen Durchschnittskosten und somit die langfristige Preisuntergrenze.

e. ▪ **(1)** die gewinnmaximale Menge **(2)** der Verkaufspreis bei der gewinnmaximalen Menge

503 **a.** ▪ **I.** D **II.** B

b. ▪ 5 Jahre

▪ 5 % p.a.

c. ▪ 28 346,46 €

d. ▪ 20 Vollraten

▪ 7895,60 €

e. ▪ 2,40 % p.a.

▪ Die Investition ist nicht sinnvoll, da die Kreditzinsen höher sind als der interne Zinssatz.

▪ 2,32 % p.a.

504 **a.**
- $$\begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 25 & 0 \\ 0 & 20 \\ 5 & 30 \\ 0 & 20 \\ 20 & 0 \\ 50 & 50 \end{pmatrix}$$

b.
- 30 g
- $$\begin{pmatrix} 600 \\ 550 \\ 400 \\ 650 \\ 400 \\ 500 \\ 1700 \end{pmatrix}$$

  Man benötigt für 10 Flaschen Tropico, 20 Flaschen Red Passion und 10 Flaschen Yellow Mellow insgesamt 600 g Ananas, 550 g Bananen, 400 g Brombeeren, 650 g Erdbeeren, 400 g Himbeeren, 500 g Mangos und 1700 g Orangen.

c.
- $$P \cdot Z = \begin{pmatrix} 400 & 1300 \\ 400 & 1225 \\ 100 & 300 \\ 200 & 575 \\ 100 & 300 \\ 350 & 1100 \\ 850 & 2400 \end{pmatrix}$$
- Alle Flaschen in einem Karton „Extra" enthalten zusammen 300 g Brombeeren.
- 799 kg Ananas, 772,75 kg Bananen, 191 kg Brombeeren, 373,25 kg Erdbeeren, 191 kg Himbeeren, 686 kg Mango, 1571 kg Orangen

d.
- 2,55 g
- 0,025

e.
- 0,0632

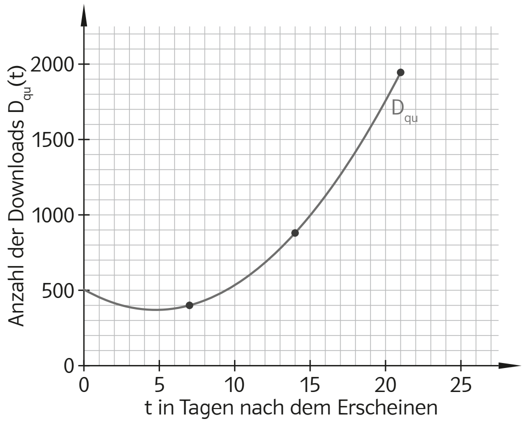
505 **a.**
- f mit $f(t) = 2{,}18t - 0{,}87$
- Die Anzahl der Restaurants nimmt pro Jahr um 2,18 zu.

b.
- g mit $g(t) = 12 \cdot 2{,}42^t$
- $g(10) \approx 82\,667{,}5$; Bis zum Jahr 2020 werden die Web-Inhalte dieser Restaurantkette rund 82,7 Millionen-mal angeklickt.

c.
- $\boxed{\text{E}}$
- **(1)** positiv

  (2) je mehr Klicks es in einer Woche gab, desto mehr Besucher/innen hatte das Restaurant

506 **a.**
- D_{lin} mit $D_{lin}(t) = 68{,}57t - 80$
- Der Punkt (21|1945) liegt oberhalb des Graphen von D_{lin}.

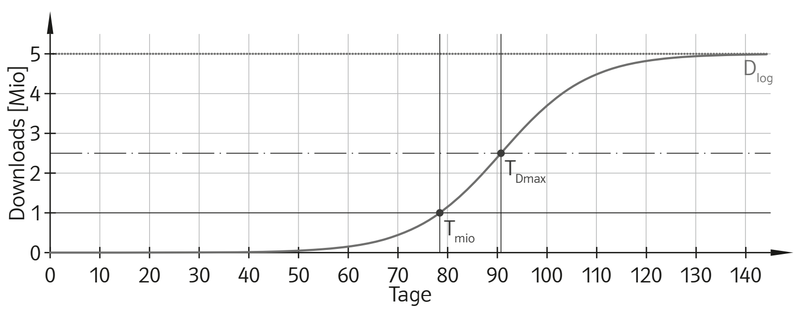
b.
- $D_{qu}(7) = 400{,}00$; $D_{qu}(14) = 880{,}06$; $D_{qu}(21) = 1945{,}18$
- 

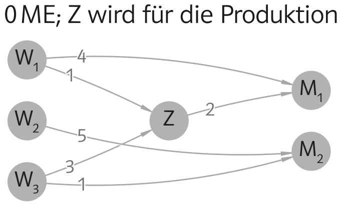
- Laut dem Graphen von D_{qu} würde die Anzahl der Downloads während der ersten Tage kleiner werden. Das kann aber unmöglich der Fall sein.

c.
- $D_{exp}(7) = 397{,}92$; $D_{exp}(14) = 879{,}68$; $D_{exp}(21) = 1944{,}69$
- um 12 %
- nach ca. 76 Tagen

d.
- $D_{log}(t) = \frac{5\,000\,000}{1 + 27\,500{,}44 \cdot 0{,}89346^t}$

e.
- nach ca. 78 Tagen
- am 90. Tag; ca. 140 000 Downloads [Hinweis: Finde die Stelle mit der größten Steigung, zeichne an dieser Stelle mit dem Lineal die Tangente ein und ermittle deren Steigung mithilfe eines geeigneten Steigungsdreiecks.]



507 **a.**
- 0 ME; Z wird für die Produktion von M_2 nicht benötigt.
- 

b.
- $N = \begin{pmatrix} 2\,000 \\ 1\,000 \\ 4\,000 \\ 1\,200 \\ 6\,000 \\ 5\,400 \end{pmatrix}$
- Da M_1 und M_2 Endprodukte sind, werden sie in diesem Produktionsprozess nicht weiter verarbeitet, sondern gelangen direkt in den Verkauf.

c. ▪ $X_2 = \begin{pmatrix} 80\,000 \\ 55\,000 \\ 122\,000 \\ 25\,000 \\ 5\,000 \\ 7000 \end{pmatrix}$

▪ $25\,000 \cdot 1$ ME werden für die Produktion von 25 000 ME von Z verbraucht und $5\,000 \cdot 4$ ME für die Produktion von 5 000 ME von M_1. Das sind insgesamt 25 000 ME + 20 000 ME = 45 000 ME.

d. ▪ U mit $U(t) = 0{,}23t^2 + 0{,}05t + 2{,}65$

▪ 14,46 Mio. €

508 a. ▪ ca. 3 %

▪ 0,4696

▪ 201,3 cm

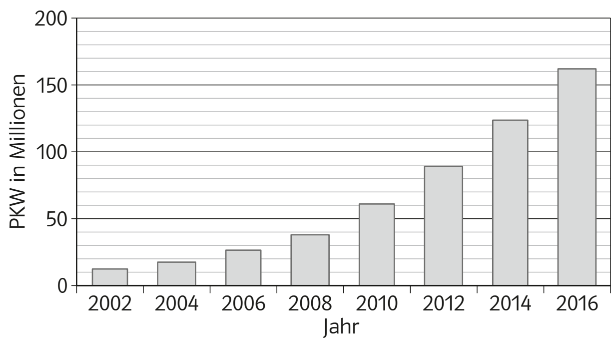
b. ▪ **I.** B **II.** A

c. ▪ Das Zufallsexperiment „eine Leiste auswählen“ wird 20-mal wiederholt. Das Ereignis „Die Leiste ist kürzer als 199 cm“ tritt dabei jedes Mal mit derselben Wahrscheinlichkeit von 0,1 ein. Also ist die Zufallsvariable X binomialverteilt mit n = 20 und p = 0,1.

▪ 0,2852

▪ 0,3231
Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 2 von 20 Leisten kürzer als 199 cm sind, beträgt 0,3231.

509 a. ▪



▪ Der jährliche Zuwachs wird von Jahr zu Jahr größer, bei einem linearen Wachstum wäre der Zuwachs konstant.

▪ 20,46 %

▪ f mit $f(t) = 8{,}3445 \cdot 1{,}2112^t$ bzw. $f(t) = 8{,}3445 \cdot e^{0{,}1916t}$

b. ▪ Die Bevölkerung Chinas wächst jährlich um 6,89 Millionen Einwohnerinnen und Einwohner. Im Jahr 2000 hatte China 1,272 Milliarden Einwohnerinnen und Einwohner.

▪ 1 478,7 Millionen Einwohnerinnen und Einwohner

▪ r = 0,9997. Da diese Zahl sehr nahe bei 1 ist, liegt ein sehr guter linearer Zusammenhang vor. Die Wahl eines linearen Wachstumsmodells ist daher sinnvoll.

510 **a.**

Jahr t	Rückflüsse Z_t in €
0	−130 000
1	35 000
2	33 000
3	31 000
4	29 000
5	33 500

b.
- 21 065 €
- Die Investition ist vorteilhaft, weil ihr Kapitalwert positiv ist.

c.
- 4 000 €
- ca. 6,9 %
- ca. 5,3 %
- Die Kurve würde um 2 000 Einheiten nach unten verschoben und der interne Zinssatz auf 5 % p.a. sinken.

511 **a.**
- Angebot A: 12,5 % p.a.; Angebot B: 7,73 % p.a.
- Angebot A: 893 349,75 €; Angebot B: 899 112,91 €
  Der Barwert des Angebots B ist (bei einem Zinssatz von 1,5 %) größer, daher ist dieses Angebot in dieser Hinsicht besser.

b.
- 46 volle Quartalsraten
- Die Ratenhöhe darf die Zinsen, die im ersten Quartal anfallen nicht übersteigen. Das sind in diesem Fall 1 584,86 €.

c.
- 2 504,67 €
- D

d.

Jahr	Zinsanteil	Tilgungsanteil	Annuität	Restschuld
0	–	–	–	240 000,00 €
1	7 200,00 €	45 205,10 €	52 405,10 €	194 794,90 €
2	5 843,85 €	46 561,25 €	52 405,10 €	148 233,65 €
3	4 447,01 €	47 958,09 €	52 405,10 €	100 275,56 €
4	3 008,27 €	49 396,83 €	52 405,10 €	50 878,72 €
5	1 526,36 €	50 878,72 €	52 405,08 €	0,00 €

Mathematik anwenden
HAK LÖS 5
Schulbuchnummer 185722
ISBN 978-3-209-08081-3

www.oebv.at

ISBN 978-3-209-**08081**-3