Thema: Lösen von Gleichungen		Grundkompetenz:
Name:	Schwierigkeitsgrad: mittel	Klasse:

1. Löse die Gleichung in $\mathbb{R}$ durch Herausheben.

   a) $x^4 + 4x^3 - 21x^2 = 0$

   b) $x^5 + 6x^4 = -\ 5x^3$

2. Löse die Gleichung in $\mathbb{R}$ durch Faktorisieren mit einer binomischen Formel.

   a) $3x^2 - 363 = 0$

   b) $5x^3 = 405x$

3. Zeige, dass die Gleichung nur eine reelle Lösung besitzt.

   a) $x^3 - 343 = 0$

   b) $x^3 = -\frac{1}{216}$

4. Löse die Gleichung in $\mathbb{R}$ durch Faktorisieren.

   a) $2x^3(3x + 7) = 8x(2x + 7)$

   b) $(x^2 - 5x - 14)x^2 = x^2 - 5x - 14$

Thema: Lösen von Gleichungen		**Grundkompetenz:**
Name:	**Schwierigkeitsgrad:** mittel	**Klasse:**

1. Löse die Gleichung in ℝ durch Herausheben.

a) $x^4 + 4x^3 - 21x^2 = 0$

$x^2(x^2 + 4x - 21) = 0$

$x_{1,2} = 0 \quad x^2 + 4x - 21 = 0$

$x_{3,4} = -2 \pm \sqrt{4 + 21} =$

$= -2 \pm 5$

$x_3 = 3 \qquad x_4 = -7$

$L = \{-7; 0\ 3\}$

b) $x^5 + 6x^4 = -\ 5x^3$

$x^5 + 6x^4 + 5x^3 = 0$

$x^3(x^2 + 6x + 5) = 0$

$x_{1,2} = 0 \quad x_2 + 6x + 5 = 0$

$x_{3,4} = -3 \pm \sqrt{9 - 5} =$

$= -3 \pm 2$

$x_3 = -5 \qquad x_4 = -1$

$L = \{-5; -1; 0\}$

2. Löse die Gleichung in ℝ durch Faktorisieren mit einer binomischen Formel.

a) $3x^2 - 363 = 0$

$3(x^2 - 121) = 0$

$(x - 11)(x + 11) = 0$

$x_1 = 11 \quad x_2 = -11$

$L = \{-11; 11\}$

b) $5x^3 = 405x$

$5x^3 - 405x = 0$

$5x(x^2 - 81) = 0$

$x_1 = 0 \quad x^2 - 81 = (x - 9)(x + 9) = 0$

$x_2 = 9 \quad x_3 = -9$

$L = \{-9; 0; 9\}$

3. Zeige, dass die Gleichung nur eine reelle Lösung besitzt.

a) $x^3 - 343 = 0$

$x^3 - 7^3 = 0$

$(x - 7)(x^2 + 7x + 49) = 0$

$x - 7 = 0 \qquad x^2 + 7x + 49 = 0$

$x_1 = 7 \qquad x_{2,3} = -\frac{7}{2} \pm \sqrt{\frac{49}{4} - 49} =$

$= -\frac{7}{2} \pm \sqrt{-\frac{147}{4}} \notin \mathbb{R}$

$L = \{7\}$

b) $x^3 = -\frac{1}{216}$

$x^3 + \frac{1}{216} = 0$

$x^3 + \left(\frac{1}{6}\right)^3 = 0$

$(x + \frac{1}{6})(x^2 - \frac{x}{6} + \frac{1}{36}) = 0$

$x_1 = -\frac{1}{6} \qquad x_{2,3} = \frac{1}{12} \pm \sqrt{\frac{1}{144} - \frac{1}{36}}$

$= \frac{1}{12} \pm \sqrt{-\frac{1}{48}} \notin \mathbb{R}$

$L = \{-\frac{1}{6}\}$

4. Löse die Gleichung in ℝ durch Faktorisieren.

a) $2x^3(3x + 7) = 8x(2x + 7)$

$(3x + 7)(2x^3 - 8x) = 0$

$(3x + 7)\cdot 2x\cdot(x^2 - 4) = 0$

$(3x + 7)\cdot 2x\cdot(x - 2)(x + 2) = 0$

$L = \{-\frac{7}{3}; -2; 0; 2\}$

b) $(x^2 - 5x - 14)x^2 = x^2 - 5x - 14$

$(x^2 - 5x - 14)(x^2 - 1) = 0$

$(x^2 - 5x - 14)(x - 1)(x + 1) = 0$

$L = \{-2; -1; 1; 7\}$