LÖSUNG zu 1252)

a) 1) Um zu zeigen, dass das Dreieck rechtwinklig ist, muss das skalare Produkt zweier Seitenvektoren 0 ergeben.

$\overrightarrow{AB} = B - A = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AC} = C - A = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BC} = C - B = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} = 12 - 12 = 0$

Der rechte Winkel befindet sich beim Winkel β.

b) Es werden zuerst der Mittelpunkt der Seite AC berechnet und die Streckensymmetrale auf die Seite BC erstellt:

$M_{AC} = \frac{1}{2} \cdot (A + C) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = (0,5|4,5)$

Die Streckensymmetrale auf die Seite BC steht normal auf die Seite BC und geht durch den Mittelpunkt von BC. ➔ $M_{BC} = \frac{1}{2} \cdot (B + C) = \frac{1}{2} \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \right) = (2,5|2,5)$

Der Vektor $\overrightarrow{BC}$ ist ein Normalvektor der Streckensymmetrale BC. Es gilt daher:

$s_{BC}: \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2,5 \\ 2,5 \end{pmatrix}$ ➔ $s_{BC}: 3x + 3y = 15$

Um zu überprüfen, dass die Streckensymmetrale auch durch $M_{AC} = (0,5|4,5)$ geht, muss der Punkt die Gleichung erfüllen:

$3 \cdot 0,5 + 3 \cdot 4,5 = 15$ ➔ wahre Aussage

c) 1) Die Schwerlinie geht durch den Mittelpunkt der Seite BC zum gegenüberliegenden Eckpunkt. Um einen Richtungsvektor zu erhalten, berechnet man z.B. den Vektor $\overrightarrow{M_{BC}A}$.

2)

Aussage A ist falsch, da das skalare Produkt von $\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ nicht 0 ergibt.

Aussage B ist falsch, da das skalare Produkt von $\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 44 \\ -20 \end{pmatrix}$ nicht 0 ergibt.

Aussage C ist richtig: Das skalare Produkt von $\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 10 \\ 22 \end{pmatrix}$ ergibt 0 und die Gerade geht durch den Punkt (-5|11).

Aussage D ist richtig, da die Gerade durch den Punkt (-5|11) geht und der Richtungsvektor von g $\begin{pmatrix} 5 \\ 11 \end{pmatrix}$ ist. Das skalare Produkt mit $\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$ ergibt 0.

Aussage E ist falsch, da das skalare Produkt der Vektoren $\begin{pmatrix} -5 \\ 7 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} -11 \\ 5 \end{pmatrix}$ nicht 0 ergibt.