Ich kann in Formeln, die auch Potenzen mit rationalen Exponenten enthalten, die gegenseitige Abhängigkeit der Größen interpretieren, erklären und nach einer variablen Größe explizieren.

B, D **1** Die Dichte ρ eines Körpers mit Masse m und Volumen V ist $\rho = \frac{m}{V}$.

a. Das Volumen eines Würfels mit Kantenlänge a ist $V = a^3$. Drücke die Kantenlänge a in Abhängigkeit von Masse und Dichte aus.

b. Die Dichte von Bronze ist $\rho = 8{,}1g/cm^3$. Berechne die Kantenlänge eines Bronze-Würfels mit einer Masse von 1012,5g.

c. Argumentiere, wie man bei gleichbleibender Dichte die Kantenlänge des Würfels verändern muss, damit sich die Masse **(1)** verdoppelt, **(2)** halbiert, **(3)** verzehnfacht.

B, D **2** Die Dichte ρ eines Körpers mit Masse m und Volumen V ist $\rho = \frac{m}{V}$.

a. Das Volumen einer Kugel mit Radius r ist $V = \frac{4}{3}r^3\pi$. Drücke den Radius r in Abhängigkeit von Masse und Dichte aus.

b. Die Dichte von Bronze ist $\rho = 8{,}1g/cm^3$. Berechne den Radiuseiner Bronze-Kugel, die eine Masse von 24 734,4g hat.

c. Argumentiere, wie man bei gleichbleibender Dichte den Radius der Kugel verändern muss, damit sich die Masse **(1)** verdoppelt, **(2)** verzehnfacht, **(3)** drittelt.

B, D **3** Die Dichte ρ eines Körpers mit Masse m und Volumen V ist $\rho = \frac{m}{V}$.

a. Das Volumen eines Drehkegels mit Radius r und Höhe h ist $V = \frac{1}{3}r^2\pi h$. Drücke **(1)** den Radius r, **(2)** die Höhe h in Abhängigkeit von Masse und Dichte und der jeweils anderen Größe aus.

b. Berechne den Radius eines Kegels, wenn dieser bei einer Höhe von **(1)** 10 cm, **(2)** 5 cm, **(3)** a cm ein Volumen von $V = 60cm^3$ hat.

c. Die Dichte von Blei ist etwa $\rho = 11{,}3g/cm^3$. Berechne den Radius eines Bleikegels, wenn dieser bei einer Höhe von h = 20cm eine Masse von 8520g hat.

d. Argumentiere, wie man bei gleichbleibender Dichte den **(1)** den Radius (bei gleichbleibender Höhe), **(2)** die Höhe (bei gleichbleibender Dichte) des Kegels verändern muss, damit sich die Masse **(i)** verdoppelt, **(ii)** verzehnfacht, **(iii)** drittelt.

B, D **4** Wird ein Körper durch eine Kraft bewegt oder verformt, wird mechanische Arbeit (W) verrichtet. Die Einheit der Arbeit ist Joule (J) oder Newton-Meter (Nm). Es gilt: 1J = 1Nm

Wird ein Körper beschleunigt, so wird dabei Beschleunigungsarbeit verrichtet. Ein Beispiel: Ein Moped steht an einer roten Ampel. Schaltet die Ampel auf grün, fährt das Moped los. Um das zu tun, muss das Moped beschleunigt werden. Dabei wird Arbeit im physikalischen Sinn verrichtet.

Eine Formel um Beschleunigungsarbeit zu beschreiben ist $W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$, wobei m die Masse des Körpers (in kg) und v die Geschwindigkeit des Körpers (in m/s) angibt.

a. Berechne die Beschleunigungsarbeit, die verrichtet wird, wenn ein 90kg schwerer Körper mit einer Geschwindigkeit von 5m/s bewegt wird.

b. Forme die Formel für die Beschleunigungsarbeit nach v um.

c. Argumentiere, wie sich die Geschwindigkeit verändert, wenn bei gleichbleibender Arbeit die Masse halbiert wird.

d. Argumentiere, wie sich die Arbeit verändert, wenn bei gleichbleibender Masse die Geschwindigkeit verdoppelt wird.

Lösungen zu:
Ich kann in Formeln, die auch Potenzen mit rationalen Exponenten enthalten, die gegenseitige Abhängigkeit der Größen interpretieren, erklären und nach einer variablen Größe explizieren.

1 a. $a=\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}=\left(\frac{m}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}}$

b. a = 5 cm

c. (1) Die Kantenlänge muss mit $\sqrt[3]{2}$ multipliziert werden, denn $a=\sqrt[3]{\frac{2m}{\rho}}=\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$.

(2) Die Kantenlänge muss mit $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$ multipliziert werden, denn $a=\sqrt[3]{\frac{\frac{1}{2}m}{\rho}}=\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$.

(3) Die Kantenlänge muss mit $\sqrt[3]{10}$ multipliziert werden, denn $a=\sqrt[3]{\frac{10m}{\rho}}=\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{\frac{m}{\rho}}$.

2 a. $r=\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{m}{\rho}}=\left(\frac{3}{4\pi}\frac{m}{\rho}\right)^{\frac{1}{3}}$

b. r = 9 cm

c. (1) Der Radius muss mit $\sqrt[3]{2}$ multipliziert werden, denn $r=\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{2m}{\rho}}=\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{m}{\rho}}$.

(2) Der Radius muss mit $\sqrt[3]{10}$ multipliziert werden, denn $r=\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{10m}{\rho}}=\sqrt[3]{10}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{m}{\rho}}$.

(3) Der Radius muss mit $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$ multipliziert werden, denn $r=\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{\frac{1}{3}m}{\rho}}=\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}\frac{m}{\rho}}$.

3 a. (1) $r=\sqrt{\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}$ (2) $h=\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}$

b. (1) $r=3\sqrt{\frac{2}{\pi}}\approx 2{,}4$ cm, (2) $r=\frac{6}{\sqrt{\pi}}\approx 3{,}4$ cm, (3) $r=6\sqrt{\frac{5}{\pi\cdot a}}$ cm

c. 6 cm

d. (1) Der Radius muss (i) mit $\sqrt{2}$ $\left[r=\sqrt{\frac{2m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}=\sqrt{2}\sqrt{\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}\right]$, (ii) mit $\sqrt{10}$ $\left[r=\sqrt{\frac{10m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}=\sqrt{10}\sqrt{\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}\right]$,

(iii) mit $\sqrt{\frac{1}{3}}$ $\left[r=\sqrt{\frac{\frac{1}{3}m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}=\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi h}}\right]$ multipliziert werden.

(2) Die Höhe muss (i) mit 2 $\left[h=\frac{2m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}=2\cdot\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}\right]$, (ii) mit 10 $\left[h=\frac{10m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}=10\cdot\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}\right]$, (iii) mit $\frac{1}{3}$

$\left[h=\frac{\frac{1}{3}m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}=\frac{1}{3}\cdot\frac{m}{\rho}\frac{3}{\pi\cdot r^2}\right]$ multipliziert werden.

4 a. $W=1125Nm$

b. $v=\sqrt{\frac{2W}{m}}$

c. Die Geschwindigkeit wird mit $\sqrt{2}$ multipliziert, denn $v=\sqrt{\frac{2W}{\frac{1}{2}m}}=\sqrt{\frac{4W}{m}}=\sqrt{2}\sqrt{\frac{2W}{m}}$.

d. Die Arbeit wird vervierfacht, denn $W=\frac{1}{2}\cdot m\cdot(2v)^2=4\cdot\frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2$.

Autorin: Bettina Ponleitner