

## 4 Gedachte Singularität

### Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin (Stand April 2011)

**A1** Vervollständige den Satz: Ein im Massenmittelpunkt unterstützter oder um eine Schwerpunktsachse drehbarer Gegenstand ist immer im ..... Gleichgewicht!

**A2** Wenn man ein Objekt im KSP unterstützt, dann befindet es sich im Gleichgewicht,

**a** weil sich auf allen Seiten gleiche Massen befinden.

**b** weil auf allen Seiten die gleichen Drehmomente herrschen (lies nach in Kap. 17.3, BB6).

**A3** In welchem Gleichgewicht befindet sich ein Radfahrer?

**A4** Abb. 1 zeigt zwei Gabeln, die in einem Stück Kork stecken und auf einem Bleistift balancieren. In welchem Gleichgewicht befindet sich dieses System? Begründe!

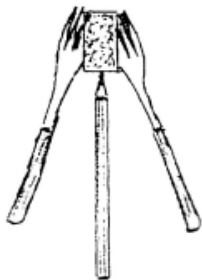


Abb. 1

**A5** Interpretiere die Körperhaltung der beiden Sumoringer (Abb. 2).



Abb. 2: Zwei Sumoringer in Aktion (Foto: Eckhard Pecher; Quelle: Wikipedia).

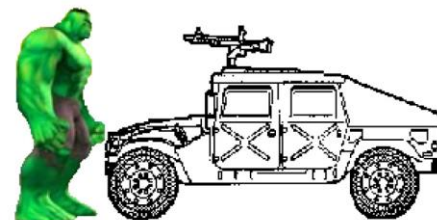
**A6** Interpretiere die Konstruktion dieses Kranlasters (Abb. 3).



Abb. 3: Ein Kranlaster (Foto: Veroneckas, Quelle: Wikipedia)

**A7** Im Film *Der unglaubliche Hulk* (2008) gibt es eine Szene, in der sich der sehr wütende Hulk ein Gemetzel mit dem Militär liefert. Unter anderem hebt er dabei eine Militär-Hummer und zertrümmert ihn. Er steht an der Frontseite und packt den Wagen in der Nähe der Vorderräder. Berücksichtige die Kriterien, wann ein Objekt nicht kippt, und schätze damit die Masse ab, die der Hulk haben müsste, damit ihm das Heben des Autos gelingt. Ein Militär-Hummer hat eine Masse von rund 3500 kg und eine Länge von knapp 5 m.

Abb. 4: Der Hulk und der Militärhummer (Quelle: www.cisci.net).



**A8** Erkläre, wie ein Stehaufmännchen funktioniert! In welchem Gleichgewicht befindet sich dieses?



Abb. 5: Wenn man ein Stehaufmännchen kippt, kehrt es immer von selbst in die ursprüngliche Position zurück. (Quelle: Wikipedia; Nachbearbeitung: Martin Apolin)

**A9** Erkläre, warum dieser Spielzeugvogel (Abb. 6) nicht vom Tisch fällt.



Abb. 6 (Foto: Martin Apolin)

**A10** Unter einem *Grand jeté* (Abb. 7) versteht man salopp gesagt einen Spagat in der Luft. Die Tänzerin scheint dabei durch die Luft zu schweben, und der Kopf beschreibt nicht eine Flugparabel, sondern eine viel flachere Kurve als erwartet. Erkläre diesen Effekt.



Abb. 7: Die Ballerina Chenxin Liu tanzt ein *Grand jeté* (Foto: Fanny Schertzer; Bearbeitung: Martin Apolin).

**A11** Halte die Hände etwa einen Meter auseinander und lege einen beliebigen Stab über deine Zeigefinger (Abb. 8) – es kann auch ein Besenstiel sein. Bewege dann die Zeigefinger aufeinander zu. Egal wie du das machst, wie durch ein Wunder wirst du immer unter dem Schwerpunkt landen. Erkläre diesen Effekt! Hilfe: Siehe in Kap. 7.4.2 unter den Begriffen Haft- und Gleitreibung nach.

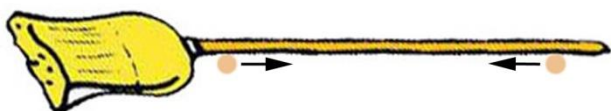


Abb. 8: Die Zeigefinger landen immer unter dem Schwerpunkt. Warum?

**A12** Auf dem Tisch in Abb. 9 steht eine V-förmige Rampe. Ein Zylinder, den man darauf legt, rollt von rechts nach links. Legt man aber einen Doppelkegel auf die

Rampe, rollt dieser von links nach rechts. Wie kann man das erklären?

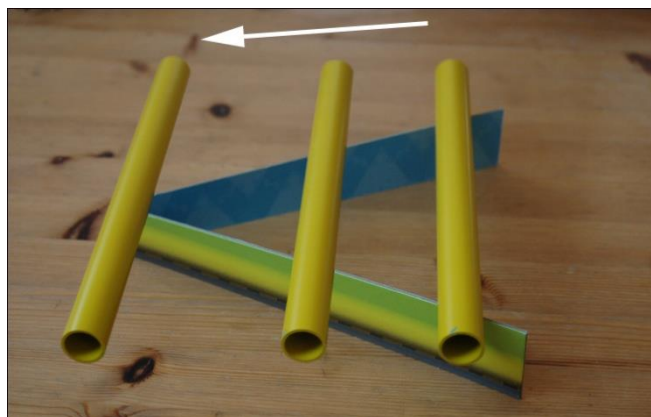


Abb. 9: Der Zylinder rollt von rechts nach links, ... (Foto: Martin Apolin).

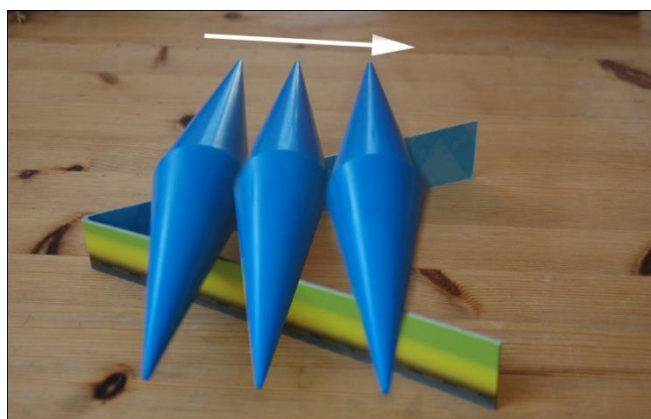


Abb. 10: ... der Doppelkegel jedoch von links nach rechts (Foto: Martin Apolin).

**A13 a** Ein Holzquader hat eine Grundfläche von 20 x 20 cm und eine Höhe von 40 cm. Schätze ab, welche Energie mindestens notwendig ist, um diesen Block umzukippen. Dazu musst du die Dichte von Holz abschätzen (Tab. 2.4, Kap. 2, S. 17) und die Formel für die Hebearbeit wissen (Kap. 8.2, S. 71).

**b** Welche Kraft ist mindestens notwendig, um diesen Quader zu kippen? Um diese Frage zu beantworten, musst du dir Kap. 17.3, BB 6 durchlesen.

**A14 a** Berechne, um wie viel Prozent die potenzielle Energie absinkt, wenn sich ein Gemisch von Wasser und Quecksilber entmischt (Abb. 11). Nimm als Nullniveau die Standfläche an. Berechne dann die absolute Abnahme der potenziellen Energie in Joule. Dazu musst du Volumen und Masse des Gefäßes abschätzen. Nimm die Dichte von Quecksilber gerundet mit  $14000 \text{ kg/m}^3$  an.

**b** Reicht die freiwerdende Energie aus, um das Gemisch nennenswert zu erwärmen? Quecksilber hat eine spezifische Wärmekapazität von  $140 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ . Zur spezifischen Wärmekapazität lies nach in Kap. 11.3, BB5.

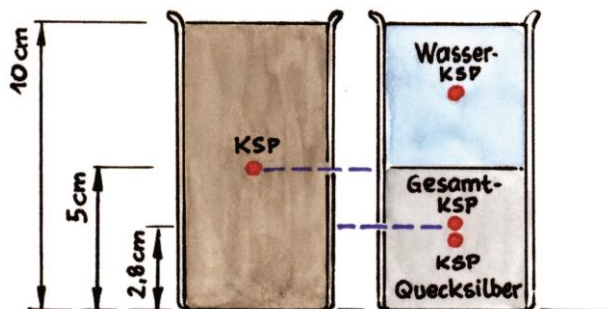


Abb. 11: Wasser und Quecksilber: links vermischt, rechts entmischt (Grafik: Janosch Slama).

**Hilfe zu A1:** im indifferenten Gleichgewicht

**Hilfe zu A2:** b ist richtig. Besonders offensichtlich wird das zum Beispiel bei der Wippe. Auf der linken Seite befindet sich eindeutig mehr Masse als rechts (Abb. 12), aber die Drehmomente sind genau gleich groß und entgegengesetzt gerichtet (Abb. 13).

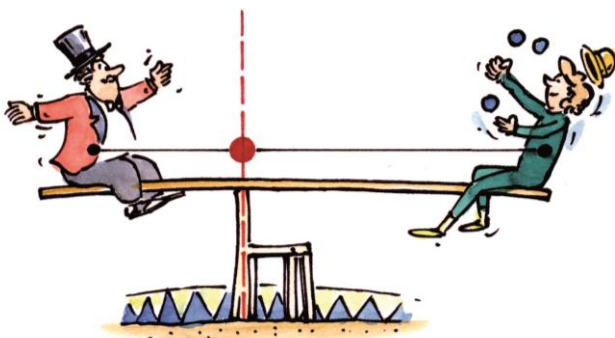


Abb. 12: Links befindet sich mehr Masse (siehe Abb. 4.4, S. 26; Grafik: Janosch Slama).

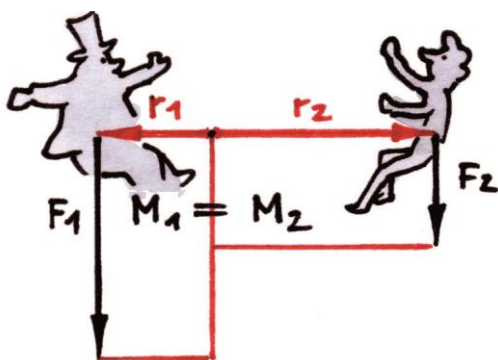


Abb. 13: Die Drehmomente links und rechts sind gleich groß (siehe Abb. 17.21, Kap. 17, S. 15, BB6; Grafik: Janosch Slama).

**Hilfe zu A3:** Von vorne oder hinten gesehen im labilen Gleichgewicht, von der Seite gesehen im indifferenten.

**Hilfe zu A4:** Die Gabeln sind im stabilen Gleichgewicht – sonst würden sie ja nicht in aller Ruhe auf der Bleistiftspitze stehen. Wenn man sie aus der Ruhelage auslenkt (a + b), dann hebt man den KSP.

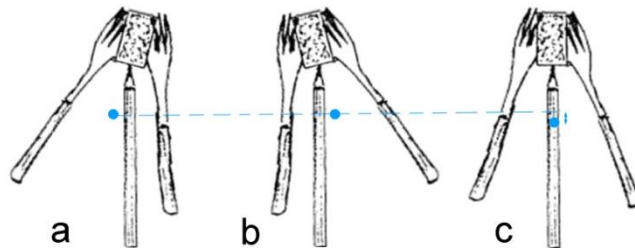


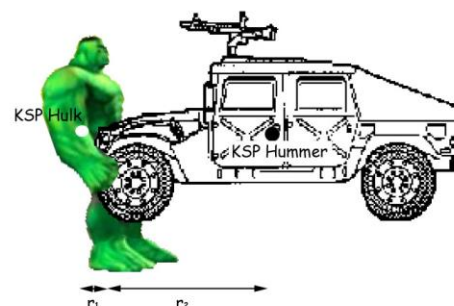
Abb. 14: Die Gabeln befinden sich im stabilen Gleichgewicht.

**Hilfe zu A5:** Das Absenken des KSP durch die gebeugte Haltung und das Vergrößern der Standfläche erhöhen die Stabilität der beiden Sumoringer.

**Hilfe zu A6:** Einerseits ist der Laster mit sehr vielen Gewichten beschwert, was die Masse erhöht und gleichzeitig den Schwerpunkt absenkt, andererseits wurde durch die Ausleger die Standfläche stark vergrößert.

**Hilfe zu A7:** Ein Objekt kippt dann nicht, wenn das Lot des Gesamt-KSP durch die Standfläche zeigt. Es ist im Prinzip so wie bei der Wippe in Abb. 12. Nehmen wir an, dass der KSP des Hummers in der Mitte liegt, also bei 2,5 m und der Gesamtschwerpunkt in der Mitte der Füße von Hulk. Nehmen wir weiters vereinfacht an, dass die Front des Hummers genau im gemeinsamen KSP liegt. Es gilt dann  $m_{\text{Hulk}} \cdot r_1 = m_{\text{Hummer}} \cdot r_2$  und  $m_{\text{Hulk}} = (m_{\text{Hummer}} \cdot r_2) / r_1$ . Selbst wenn sich der Hulk um einen gut geschätzten Meter von der Mitte seiner Füße zurücklehnt, müsste er eine Masse von 8750 kg haben, damit er den Hummer hochheben kann.

Abb. 15 Quelle: [www.cisci.net](http://www.cisci.net); Nachbearbeitung: Martin Apolin



**Hilfe zu A8:** Ein Stehaufmännchen muss immer einen sehr tiefen Schwerpunkt haben. Dann wird dieser nämlich ge-

hoben, wenn das Männchen gekippt wird (Abb. 16). Dadurch befindet sich dieses im stabilen Gleichgewicht (siehe auch A4).

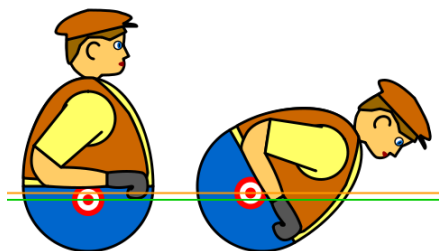


Abb. 16: Der KSP wird beim Kippen gehoben (Grafik: Damian Yerrick).

**Hilfe zu A9:** Es ist ähnlich wie beim Besteck in Abb. 4.6, S. 26 BB 5. Der Vogel ist so konstruiert, dass der Gesamtschwerpunkt genau unter der Auflagefläche am Tisch liegt. Er ist also im stabilen Gleichgewicht. Das wird einerseits durch die V-Form der Flügel erreicht, andererseits dadurch, dass sich in den Flügelspitzen zusätzliche Gewichte befinden.

**Hilfe zu A10:** Der KSP muss natürlich eine Wurfparabel beschreiben. Der springende Punkt ist nun der, dass die Ballerina während des Sprungs in den Spagat geht und die Arme hebt. Dadurch steigt der KSP im Körper. Weil aber die Bahn des KSP festgelegt ist, müssen als Reaktion Oberkörper und Kopf absinken. Daher ist die Kurve des Kopfes flacher als erwartet.



Abb. 17: Die Ballerina Chenxin Liu tanzt ein *Grand jeté* (Foto: Fanny Schertzer; Bearbeitung: Martin Apolin).

**Hilfe zu A11:** Um den Effekt zu verstehen, musst du zwei Dinge wissen: 1) Die Gleitreibungskraft ist geringer als die Haftreibungskraft. 2) Je näher du dem Schwerpunkt kommst, desto größer wird die Kraft auf den Finger. Wäre der Finger direkt unter dem KSP, wäre die Kraft maximal, nämlich die Gewichtskraft.

Nun ist es so: Zuerst wird der Finger zu rutschen beginnen, der sich weiter vom KSP entfernt befindet. Auf die-

sen wirkt eine geringere Kraft, und daher ist auch die Reibung geringer. Beim gleitenden Finger nehmen dann aber die Auflagekraft und damit die Gleitreibung zu, beim ruhenden Finger nehmen Auflagekraft und Haftreibung ab. Sind Haft- und Gleitreibung gleich groß, findet eine Art Rollentausch statt. Der vorher ruhende Finger beginnt zu gleiten, der gleitende ruht. Dieses Wechselspiel geht so lange, bis sie sich unter dem KSP treffen.

**Hilfe zu A12:** Der Zylinder rollt nach links. Daher muss die Rampe rechts höher sein als links. Der Schwerpunkt sinkt während des Rollens ab. Wieso rollt aber der Doppelkegel nach rechts? Die Auflagepunkte bewegen sich tatsächlich nach oben. Weil aber der Doppelkegel zum Rand hin dünner wird und sich die Auflagepunkte immer weiter nach außen verschieben, sinkt der Schwerpunkt trotzdem ab.

**Hilfe zu A13 a:** Zunächst einmal muss man die Masse des Quaders eruieren. Dieser hat ein Volumen von  $0,016 \text{ m}^3$ . Die Dichte von Holz liegt zwischen  $450$  und  $900 \text{ kg/m}^3$  (siehe Tab. 2.4, S. 17). Nehmen wir eine mittlere Dichte von  $650 \text{ kg/m}^3$  an (das entspricht der Dichte von Birke). Der Block hat daher eine Masse von  $10,4 \text{ kg}$ .

Als nächstes müssen wir überlegen, wie stark der KSP angehoben werden muss, bevor der Quader umkippt. Zu Beginn liegt der KSP bei der halben Höhe, also  $20 \text{ cm}$  über dem Boden. An der höchsten Stelle befindet es sich auf halber Höhe der Diagonalen. Diese hat eine Länge von rund  $44,7 \text{ cm}$ . Der KSP muss daher  $2,35 \text{ cm}$  gehoben werden. Dazu sind rund  $2,4 \text{ J}$  notwendig.

**Hilfe zu A13 b:** Das Gewicht des Quaders beträgt etwa  $100 \text{ N}$ . Wenn der Quader über die rechte Kante gekippt wird (Abb. 18), ist zu Beginn das zu überwindende Drehmoment Gewicht mal halber Breite des Quaders, also  $M = 100 \cdot 0,1 \text{ Nm} = 10 \text{ Nm}$  gegen den Uhrzeigersinn. Damit der Quader gekippt werden kann, musst du ein etwas größeres Drehmoment in die Gegenrichtung erzeugen. Wenn man schlau ist, drückt man ganz am oberen Rand des Quaders, weil dann der Abstand zur Drehachse und somit auch das Drehmoment am größten wird.  $r_2$  ist in diesem Fall die Diagonale des Quaders ( $44,7 \text{ cm}$ ). Um  $10 \text{ Nm}$  zu erzeugen, musst du daher mit mehr als  $F = M/r_2 \approx 22,4 \text{ N}$  drücken. In welche Richtung? Normal zur Diagonalen!

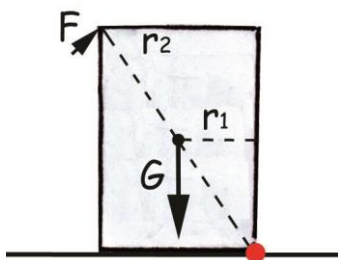


Abb. 18: Kräfte und Abstände zur Drehachse, wenn begonnen wird, den Quader gerade über die rechte Kante zu kippen.

**Hilfe zu A14 a:** Weil der KSP von 5 auf 2,8 cm absinkt (2,2 cm), nimmt die potenzielle Energie der Flüssigkeiten um  $100 \cdot (2,2/5) \% = 44 \%$  ab.

Das zylindrische Gefäß ist 10 cm hoch und hat einen geschätzten Durchmesser von 5 cm. Der Radius der Grundfläche ist daher 2,5 cm. Das Volumen des Zylinders ist somit  $V_{\text{Zyl}} = Ah = r^2 \pi h \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ . Die Hälfte dieses Volumens entfällt auf Wasser, die andere auf Quecksilber. Die Flüssigkeit hat daher eine Masse von 1,5 kg. Wenn der KSP durch das Entmischen um 2,2 cm sinkt, sinkt die potenzielle Energie um  $\Delta E_p = mgh = 0,32 \text{ J}$ .

**Hilfe zu A14 b:** Wasser hat eine spezifische Wärmekapazität von etwa  $4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$  (siehe S. 77, BB6). Man braucht also rund 30-mal so viel Energie als bei Quecksilber, um einen Liter Wasser um  $1^\circ \text{C}$  zu erwärmen. Rechnen wir daher für eine grobe Abschätzung nur mit dem Wasser. Das Volumen des Wassers macht die Hälfte aus, also  $10^{-4} \text{ m}^3$  und seine Masse ist somit 0,1 kg.  $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$  (siehe S. 77, BB6) und daher gilt  $\Delta T = \frac{Q}{cm} = 7,6 \cdot 10^{-4} \text{ K}$ . Diese Temperaturänderung ist nicht zu merken.