

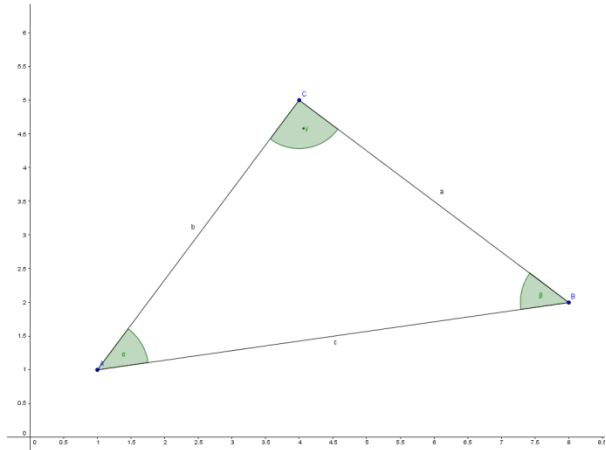
Lösung Beispiel 938.) a)

1)

Mache zuerst eine Skizze, um dir zu überlegen welche Winkel sich mit welchen Vektoren berechnen lassen.

Um die gesuchten Winkel zu berechnen, werden zuerst die einzelnen Vektoren sowie deren

Längen berechnet. Anschließend wird in die Vektor-Winkel-Formel eingesetzt:



$$\begin{aligned}\overline{AB} &= B - A = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} & |\overline{AB}| &= \sqrt{7^2 + 1^2} = \sqrt{50} \\ \overline{AC} &= C - A = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} & |\overline{AC}| &= \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \\ \overline{BA} &= A - B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \end{pmatrix} & |\overline{BA}| &= \sqrt{(-7)^2 + (-1)^2} = \sqrt{50} \\ \overline{BC} &= C - B = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} & |\overline{BC}| &= \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5\end{aligned}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}}{\sqrt{50} \cdot 5} = \frac{25}{5 \cdot \sqrt{50}} \quad \rightarrow \quad \alpha = 45^\circ$$

$$\cos(\beta) = \frac{\overline{BA} \cdot \overline{BC}}{|\overline{BA}| \cdot |\overline{BC}|} = \frac{\begin{pmatrix} -7 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}}{\sqrt{50} \cdot 5} = \frac{25}{5 \cdot \sqrt{50}} \quad \rightarrow \quad \beta = 45^\circ$$

Der dritte Winkel kann z. B. mit Hilfe der Winkelsumme berechnet werden:

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

2)

Aufgrund der Ergebnisse von 1 handelt es sich um ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck.

(3)

Der Flächeninhalt kann z. B. wie folgt berechnet werden:

$$A = \frac{b \cdot c \cdot \sin(\alpha)}{2} = \frac{|\overline{AC}| \cdot |\overline{AB}| \cdot \sin(\alpha)}{2} = \frac{5 \cdot \sqrt{50} \cdot \sin(45^\circ)}{2} = 12,5$$

$$\text{oder da dies ein rechtwinkliges Dreieck ist: } A = \frac{a \cdot b}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = 12,5$$

