

12 Welle und Teilchen

Vertiefung und Kompetenzüberprüfung

Martin Apolin

Interferenz und Beugung

A1 a Versuche in Abb. 1 einzuzichnen, wie die Wellen nach den Hindernissen weiterlaufen. Überlege mit Hilfe des Prinzips von HUYGENS. Inwiefern sind diese beiden Situationen im Alltag von Bedeutung? Denke zum Beispiel an den Schall!

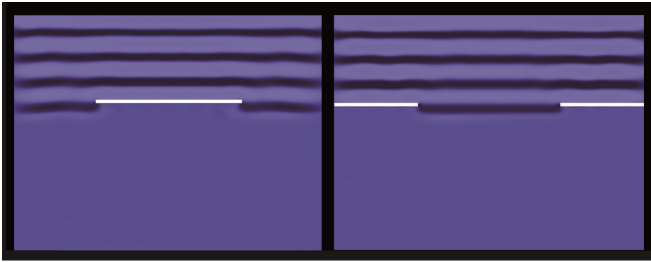


Abb. 1: Was passiert mit den Wellen, nachdem sie das Hindernis passiert haben? (Grafik: Martin Apolin)

b Versuche in Abb. 2 einzuzichnen, wie die Wellen nach dem Hindernis weiterlaufen. Was kann man damit begründen?



Abb. 2
(Grafik: Martin Apolin)

A2 Wenn man das Licht eines Lasers an die Wand wirft, dann sieht man dort ein Muster aus hellen und dunklen Punkten (Abb. 3). Man nennt diesen Effekt Lichtgranulation oder Speckle. Wie könnte dieses Muster zu Stande kommen?

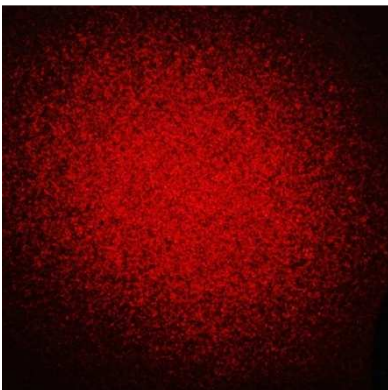


Abb. 3: Die Speckles eines Laserpointers an einer Wand (Quelle: Wikipedia).

Licht als Welle, Doppelspalt

A3 Man spricht manchmal davon, „einen Blick auf etwas zu werfen“, „durch ein Fenster zu sehen“ oder „einen stechenden Blick zu haben“. Welche Vorstellung steckt dahinter?

A4 An einem sonnigen Tag trittst du vor dein Wochenend-Iglu. Welche Farbe hat dein Schatten am Schnee?



Abb. 4 (Grafik: Janosch Slama)

A5 a Berechne, in welchem Abstand (x) sich die Helligkeitsmaxima am Schirm beim Doppelspaltexperiment in Abhängigkeit von Spaltabstand (a), Wellenlänge (λ) und Abstand des Schirms (d) befinden. Hilfe: Abb. 5 zeigt zwei Strahlen, die durch je einen Spalt gehen. Wenn der Beobachtungsschirm weit vom Doppelspalt entfernt ist, ist der Winkel zum Beobachtungspunkt von beiden Spalten praktisch gleich groß, und es gilt dann $\alpha = \alpha'$. Das erste Nebenmaximum tritt dort auf, wo der Gangunterschied der beiden Strahlen (Δs) genau eine Wellenlänge beträgt, weil es dann zur konstruktiven Interferenz kommt. Weiters gilt für kleine Winkel $\sin \alpha \approx \tan \alpha$.

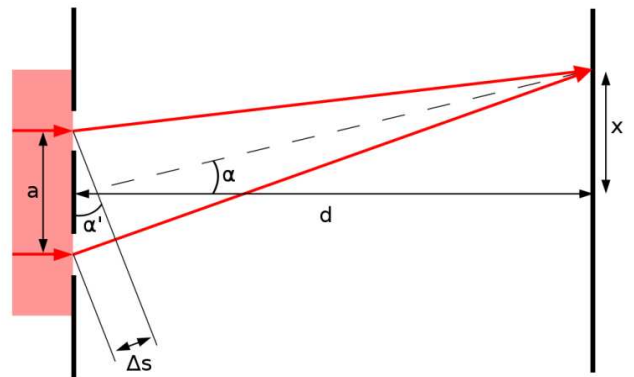


Abb. 5: Verhältnisse beim Doppelspalt (Grafik: Peter Suppenhuhn, Quelle: Wikipedia).

A5 b Überlege an Hand des Ergebnisses aus A5 a, in welchem Zusammenhang λ und x stehen, wenn man Spaltbreite und Schirmabstand gleich lässt. Was bedeutet das für Experimente mit Materieteilchen, etwa Buckyballs oder noch schwereren Teilchen? Verwende für deine Überlegungen Tab. 1 (nächste Seite).

	Wellenlänge in m
rotes Photon	10^{-6}
UV-B-Photon	10^{-7}
Röntgenlicht-Photon (harte Strahlung)	10^{-11}
Elektron, 10^8 m/s (30 keV)	10^{-11}
„Fußballmoleküle“ (C60), 220 m/s	10^{-12}
Tennisball, 30 m/s	10^{-34}

Tab.1: Größenordnungsmäßige Beispielswerte für Wellenlängen bei Licht und Materie. Auch makroskopischen Objekten, etwa einem Tennisball, kann man demnach eine Wellenlänge zuordnen (siehe auch Tab. 26.2, Kap. 26.4, BB7).

A6 Optische Gitter, auch Beugungsgitter oder Mehrfachspalt genannt, sind periodische Strukturen zur Beugung von Licht (Abb. 6). Für den Abstand der Helligkeitsmaxima am Schirm in Abhängigkeit von Spaltabstand, Schirmweite und Wellenlänge ergeben sich dieselben Zusammenhänge wie beim Doppelspalt (A5 a).

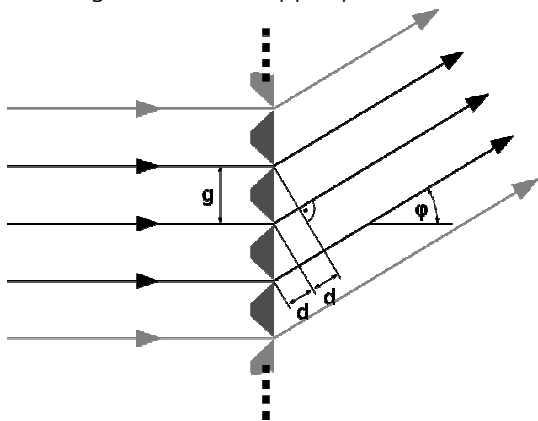


Abb. 6: Beugung von Licht an einem optischen Gitter. g in dieser Abbildung ist mit a in Abb. 5 gleichzusetzen und d mit Δs (Grafik: Biezi; Quelle: Wikipedia).

In Abb. 7 siehst du das Beugungsbild von „Fußballmolekülen“. Der Schirm befand sich in diesem Experiment in einer Entfernung von 2 m. Schätze die Größenordnung der Abstände der Spalte im Beugungsgitter ab. Verwende dazu Tabelle 1.

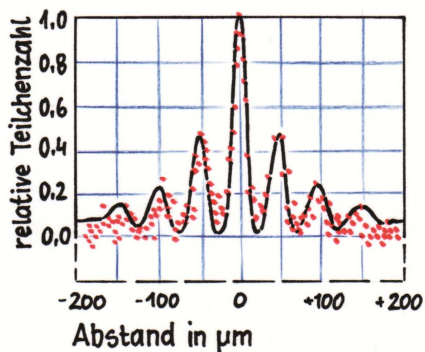


Abb. 7: Beugungsbild von „Fußballmolekülen“ an einem Gitter. Auf der y-Achse ist die relative Häufigkeit aufgetragen, mit der die Moleküle an bestimmten Stellen auftrafen. (Grafik: Janosch Slama; siehe

A7 In Abb. 8 siehst du ein Foto einer Lichtquelle, das durch einen Netzhorng aufgenom-men wurde. Erkläre den auftretenden Effekt qualitativ.



Abb. 8: Lichtbeugung an einem Netzhorng (Quelle: Wikipedia).

A8 In Abbildung 9 siehst du das Interferenzmuster hinter einem Einzel- und einem Doppelspalt. Warum kommt es auch beim Einzelspalt zu einem Interferenzmuster (man kann das 1. Nebenmaximum sehen)? Warum liegen die Nebenmaxima aber viel weiter auseinander als beim Doppelspalt? Erkläre qualitativ.

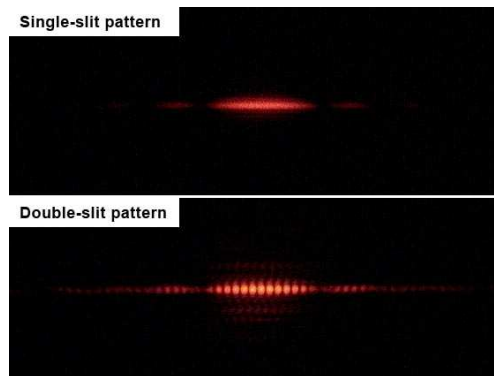


Abb. 9. Interferenzmuster hinter einem Einzel- und Doppelspalt (Foto: Jordgette; Quelle: Wikipedia).

Licht als Teilchen, Photoeffekt

A9 Wenn Glas UV-Licht absorbiert, wie funktionieren dann UV-Lampen, etwa in einem Solarium (Abb. 10)? Das Licht muss ja hier, um aus der Lampe rauszukommen, vorher auch das Glas passieren?



Abb. 10: Ein Solarium mit UV-Röhren (Foto: Janneman; Quelle: Wikipedia).

A10 Kann man auch im Schatten braun werden?

A11 Schätze die Größe des Planck'schen Wirkungsquantums h mit Hilfe von Abbildung 11 ab. Benütze dazu die Formel $E = h \cdot f$ und bedenke, dass 1 eV einer Energie von $1,6 \cdot 10^{-19}$ J entspricht.

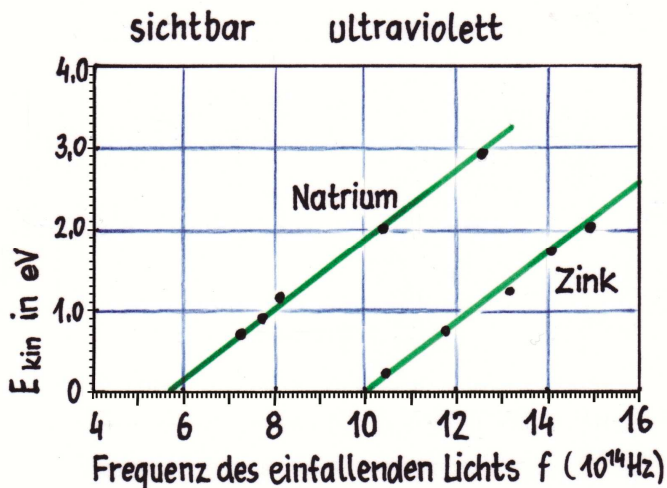


Abb. 11: Zusammenhang zwischen der Frequenz der einfallenden Photonen und der kinetischen Energie der herausgeschlagenen Elektronen bei Zink und Natrium (Grafik: Janosch Slama und Martin Apolin)

A12 Die Canon PowerShot SX40 nimmt 24 Bilder pro Sekunde bei einer Auflösung von 1920 mal 1080 Pixeln auf. Nimm an, dass ein Pixel eine Speicherkapazität von 1 Byte (= 8 bit) benötigt. Wie viele 1er und 0er müssen aus dem CCD pro Sekunde ausgelesen werden, wenn die oben genannten Einstellungen verwendet werden?

A13 Im Wellenmodell hat Licht mit größerer Intensität eine größere Amplitude. Wie sieht das aber im Teilchenmodell aus?

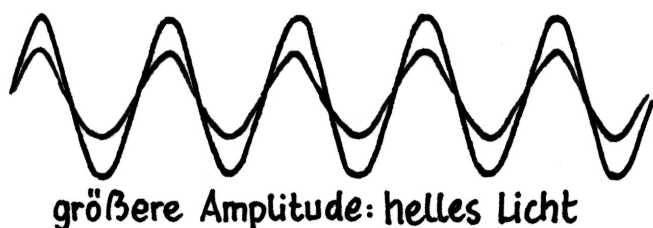


Abb. 12 zu A10 (Grafik: Janosch Slama)

Materiewellen

A14 Die Energie eines Photons ergibt sich aus $E = h \cdot f$. Aus der Relativitätstheorie ergibt sich für Photonen weiters der Zusammenhang $E = pc$. Dabei ist p der Photo-

nenimpuls. Weiters gilt $c = f \cdot \lambda$. Leite mit diesen Gleichungen die Formel für die Materiewellenlänge ab.

A15 Wenn alle Teilchen auch Welleneigenschaften besitzen, müsste dann nicht beim Durchschießen von Kugeln durch einen Doppelspalt ebenfalls ein Interferenzmuster entstehen (Abb. 13)? Schätze mit Hilfe der Abbildung und der Formel aus A5a den Abstand der Intensitätsmaxima ab. Nimm dazu an, dass die Kugeln 1000 m/s haben und eine Masse von 3 g.



Abb. 13: Wenn du mit einem Maschinengewehr durch einen „Doppelspalt“ schießt, bekommst du dahinter zwei Streifen mit den Einschlagstellen der Geschosse. Warum eigentlich? (Grafik: Janosch Slama).

A16 Auch ein Teilchenbeschleuniger funktioniert ähnlich wie ein Elektronenmikroskop. In Streuexperimenten konnte man 1969 in Stanford die innere Struktur von Protonen belegen (siehe Abb. 14). Quarks verhalten sich wie punktförmige geladene Teilchen. Welche Energie ist notwendig, um Strukturen in der Größe eines Zehntel Protonendurchmessers zu untersuchen (10^{-16} m)? Verwende die Gleichungen $\lambda = h/p$ und $E = pc$. Die zweite Gleichung, die einen Zusammenhang zwischen Energie und Impuls eines Teilchens angibt, folgt aus der Speziellen Relativitätstheorie. Gib das Ergebnis in Elektronvolt an ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$).

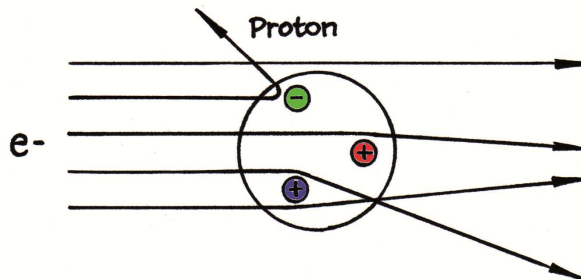


Abb. 14: In Streuexperimenten konnte man 1969 die innere Struktur von Protonen belegen (Grafik: Janosch Slama).

A17 Wo liegt die Grenze für die Beobachtungen von Quanteninterferenzen? ANTON ZEILINGER, österreichischer Quantenphysiker von Weltformat, meint dazu: „Die Beantwortung dieser Frage wird wohl eher dem Erfindungsreichtum des Experimentators überlassen sein als prinzipiellen theoretischen Überlegungen“. Kommentiere dieses Zitat!

A18 a Damit man zwei Objekte noch getrennt wahrnehmen kann, muss die verwendete Wellenlänge zumindest so klein sein wie der Objektabstand (siehe Abb. 15 c). Die Elektronen in einem Elektronenmikroskop haben Wellenlängen in der Größenordnung von 10^{-11} m. Atome liegen in der Größenordnung von 10^{-10} m. Müsste man daher nicht mit Elektronenmikroskopen einzelne Atome sehen können?

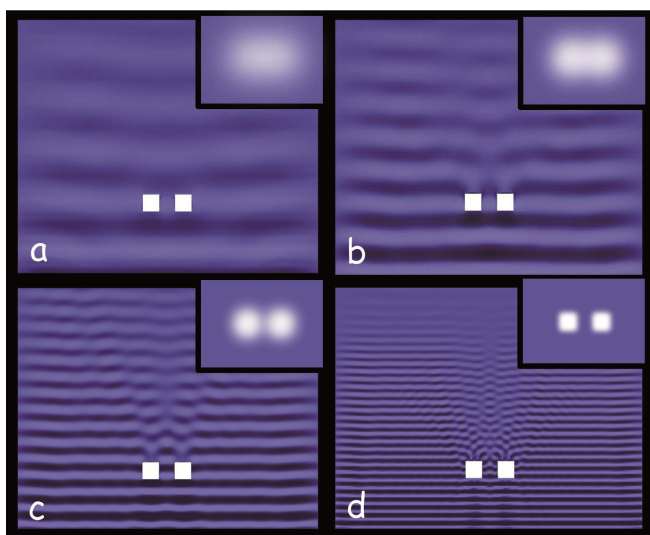


Abb. 15: Schematische Darstellung des Zusammenhangs zwischen Objektabstand und Wellenlänge. Das kleine Bild rechts oben entspricht dem jeweiligen Blick durch das Mikroskop. Nur bei c und d sind die zwei Objekte aufgelöst (Grafik: Martin Apolin).

A18 b: Wie kommen eigentlich die Farben beim Elektronenmikroskop zu Stande (Abb. 16)? Die verwendeten Elektronen haben doch alle dieselbe Wellenlänge!

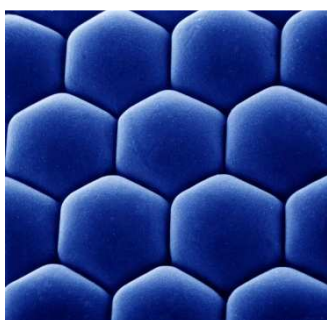


Abb. 16: Ausschnitt aus dem Facettenauge von arktischem Krill (Foto: Uwe Kils, Quelle: Wikipedeia).

Quanten, Zufall und Wahrscheinlichkeit

A19 In Abb. 17 siehst du die möglichen Wellenfunktionen ψ eines Elektrons, das in einem eindimensionalen Potenzialtopf mit unendlich hohen Wänden bei verschiedenen Anregungszuständen eingesperrt ist (siehe auch Kap. 27.3, BB7). Es handelt sich dabei um Sinusfunktionen. Versuche rechts die dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichten $|\psi|^2$ zu skizzieren. Nimm dazu an, dass die Werte relativ eingezeichnet sind und der Maximalwert jeweils 1 beträgt. Warum verblüfft das Ergebnis?

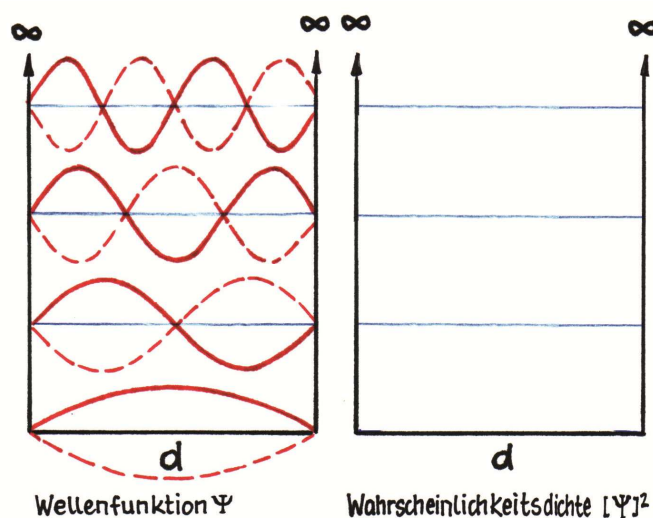


Abb. 17: Ein Elektron im „Quantenkäfig“. Links die Wellenfunktion, die man mit der Schrödingergleichung berechnen kann. Wie sehen die dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichten aus? (Grafik: Janosch Slama und Martin Apolin)

A20 a Was versteht man unter Polarisation? Lies zum Beispiel in Kap. 29.4 oder 34.4 (beides BB7) nach.

A20 b In Abb. 18 (nächste Seite) siehst du den Aufbau für einen Doppelspaltversuch. Hinter dem Doppelspalt befinden sich zwei senkrecht gestellte Polfilter. Weil dadurch nicht bekannt ist, durch welchen Spalt die Photonen gehen, entsteht das bekannte Interferenzmuster aus hellen und dunklen Streifen.

In Abb. 19 stehen die Polfilter senkrecht zueinander. Dadurch hat man die Photonen quasi markiert und könnte feststellen, durch welchen Spalt sie gegangen sind. Deshalb verschwindet das Interferenzmuster - man sieht nur zwei helle Streifen.

In Abb. 20 siehst du einen Aufbau, bei dem vor dem Schirm noch ein dritter Polfilter eingebaut ist, der um

45 ° verdreht ist. Dieser Filter schluckt 50 % des Lichts. Das bedeutet, dass jedes einzelne Photon mit der gleichen Wahrscheinlichkeit von 50 % durch den Filter geht. Was bedeutet das für das Interferenzmuster? Tritt es auf oder nicht?

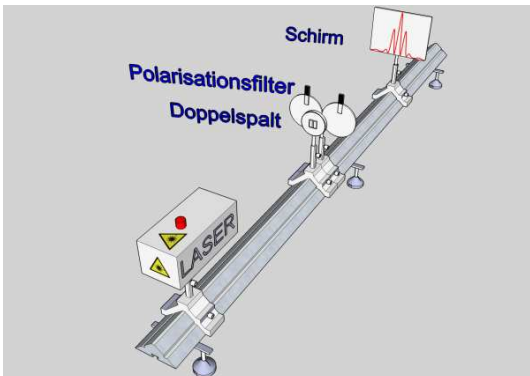


Abb. 18: Die Polfilter sind parallel ausgerichtet. Deshalb sind die Photonen, die durch den linken und rechten Spalt gehen, nicht voneinander zu unterscheiden, und es entsteht ein Interferenzmuster (Grafik: Karlsruher Institut für Technologie; Quelle: <http://psi.physik.kit.edu>).

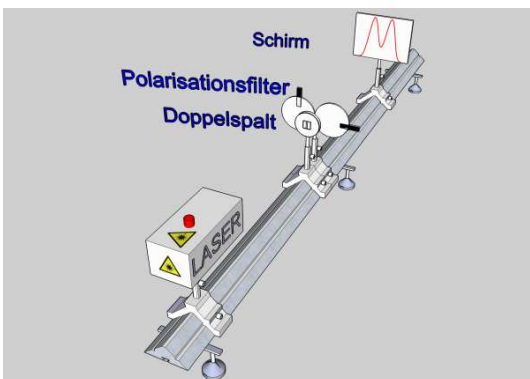


Abb. 19: Die Polfilter sind normal zueinander ausgerichtet. Deshalb sind die Photonen, die durch den linken und rechten Spalt gehen, voneinander zu unterscheiden, und es entsteht *kein* Interferenzmuster (Grafik: Karlsruher Institut für Technologie; Quelle: <http://psi.physik.kit.edu>).

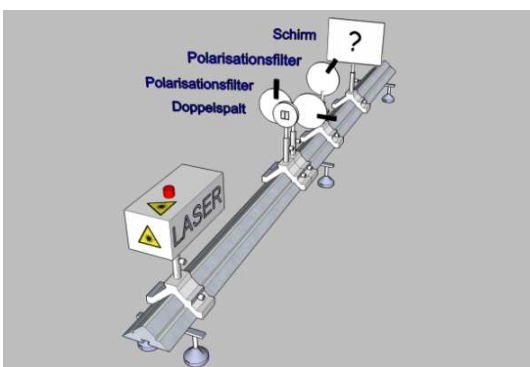


Abb. 20: Was passiert mit dem Muster am Schirm, wenn ein weiterer Polfilter vor den Schirm gestellt wird, der jedes der Photonen mit einer 50 %igen Wahrscheinlichkeit durchlässt? (Grafik: Karlsruher Institut für Technologie; Quelle: <http://psi.physik.kit.edu>).

A21 Lies dir Aufgabe A20 b und den Lösungsteil genau durch. Überlege, warum es verrückt ist, dass bei der Anordnung in Abb. 19 das Interferenzmuster verschwindet. Und warum ist es noch verrückter, dass in Abb. 20 das Interferenzmuster wieder erscheint? Warum ist dieses Experiment als „Quantenradierer“ bekannt geworden? Was wurde hier „radiert“?

Die Heisenberg’sche Unschärferelation

A22 a Ein Elektron (10^{-30} kg) fliegt mit 5 m/s durch einen Spalt mit der Breite von 10^{-6} m. Schätze die Geschwindigkeitsunschärfe ab. Für den Impuls gilt $p = m \cdot v$.

A22 b Du gehst mit 5 m/s durch eine Tür. Schätze die Geschwindigkeitsunschärfe ab, die nach dem Durchgang durch die Tür auftritt. Nimm für deine Masse die Größenordnung 100 kg an und für die Türbreite 1 m.

A23 Erkläre folgenden Aussagen:

- a** Die Heisenberg’sche Unschärferelation macht keine Aussage über die Grenzen der Messeinrichtung, sie macht eine Aussage über die Grenzen der Wirklichkeit!
- b** Die Quantenunbestimmtheit ist eine grundlegende Grenze, was überhaupt gewusst werden kann!

A24 Durch Stöße von Teilchen, Wärme- oder Lichtstrahlung können Elektronen in den Atomhüllen auf höhere Energieniveaus gehoben werden (Abb. 21). Die zugeführte Energie wird vom Elektron aber nur extrem kurz gespeichert. Dann „springt“ es wieder auf das Grundniveau zurück und gibt die vorher gespeicherte Energie in Form eines Photons ab. Der Übergang zwischen den Energieniveaus dauert etwa 10^{-8} s. Wie genau kann dadurch die Frequenz des Photons bestimmt werden?

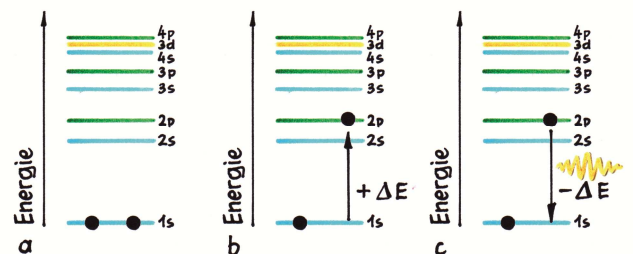


Abb. 21: a) Die Elektronen befinden sich im Grundzustand. b) Ein Elektron wird vom 1s-Orbital auf das 2p-Orbital gehoben. c) Das Elektron „springt“ wieder zurück und gibt die vorher aufgenommene Energie in Form eines Photons ab. (Grafik: Janosch Slama).

A25 a Schätze allgemein die maximale Reichweite Δs von virtuellen Teilchen anhand ihrer Masse ab. Verwende dazu die Gleichung $E = mc^2$.

A25 b Die schwache Wechselwirkung (siehe Kap. 48.2.3, BB7) wird durch virtuelle W^+ , W^- und Z^0 -Bosonen vermittelt. Sie beträgt nur rund 10^{-18} m. Schätze mit Hilfe der Formel aus A25 a ihre Masse in kg ab und vergleiche sie mit der Masse von Protonen ($1,7 \cdot 10^{-27}$ kg).

A 25 c Die Masse von Teilchen wird oft in MeV/c^2 oder GeV/c^2 angegeben. Versuche diese eigenartige Einheit zu erklären.

A 25 d Rechne die Masse der virtuellen Bosonen aus A25 b in die Einheit GeV um.

A26 Spielt die Unschärferelation für makroskopische Objekte eine Rolle? Nimm exemplarisch einen Stein (1 g), ein Sandkorn (10^{-6} g) und ein Bakterium (10^{-12} g). Du misst den Ort unter dem Mikroskop auf $1 \mu\text{m}$ genau und überzeugst dich, dass die Objekte, zumindest dem Anschein nach, ruhen. Mit welcher Genauigkeit lässt sich der Ort der Objekte nach einem Tag, einem Menschenleben (80 Jahre) oder dem Alter des Universums ($13,7 \cdot 10^9$ Jahre) vorhersagen? Vervollständige dazu die Tabelle. Der Impuls ist $p = m \cdot v$.

	Stein	Sandkorn	Bakterium
Masse			
Δx			
Δv			
Δs nach 1 Tag			
Δs nach 80 Jahren			
Δs nach $13,7 \cdot 10^9$ a			

Tab. 2 zu A26

Hilfe zu A1 a: Abb. 22 zeigt, wie die Wellen nach dem Hindernis weiterlaufen. Dass z. B. eine Schallwelle in den Schallschatten hineinlaufen kann, kann man damit begründen, dass jeder Punkt der Wellenfront eine neue Elementarwelle aussendet. Diese können, wenn sie sich nicht mit anderen Wellen überlagern, auch quer zur Ausbreitungsrichtung der Welle laufen. Im Alltag sind diese Beugungseffekte für die Kommunikation wichtig. Die linke Abbildung macht plausibel, warum man auch hinter einem Hindernis oder mit dem abgewandten Ohr hört. Die rechte Abbildung ist ein Modell dafür, wie der Schall durch eine Tür in das angrenzende Zimmer gebeugt wird.

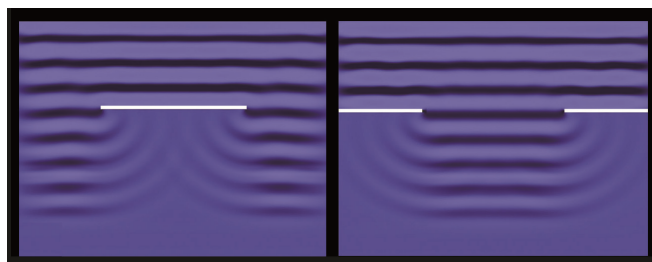


Abb. 22: Beugung einer Welle an einer Wand bzw. einem Spalt (Grafik: Martin Apolin).

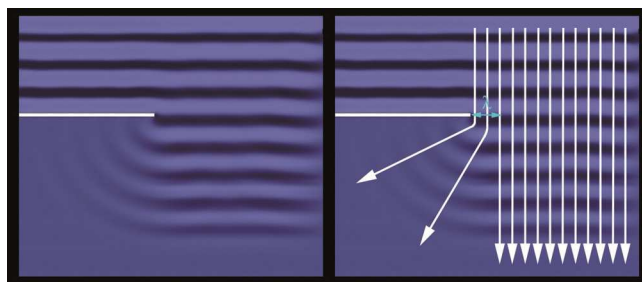


Abb. 23: Eine Welle läuft gegen eine Kante. Es wird nur der Teil der Welle gebeugt, dessen Abstand zum Hindernis innerhalb der Wellenlänge liegt (Grafik: Martin Apolin).

Hilfe zu A1 b: Abb. 23 zeigt, wie die Wellen nach der Kante weiterlaufen. Es wird nur jener Teil der Welle gebeugt, dessen Abstand zum Hindernis etwa eine Wellenlänge beträgt. Der Rest läuft geradlinig weiter. Darin liegt der Grund des unterschiedlichen Verhaltens von Schall und Licht im Alltag.

Die Wellenlänge von Luftschall liegt im Bereich von einigen Dezimetern (siehe Tab. 15.2, S. 53, BB6). Deshalb wird auch jener Teil der Schallwellen in diesem Abstand zur Mauerkante gebeugt. Lichtwellen haben aber bloß eine Wellenlänge von etwa einem Millionstel Meter. Es wird dabei nur ein winzig kleiner Teil abgelenkt, den niemand bemerken kann. Die Wellenlänge ist also der

Grund, warum man um die Ecke hören, aber nicht um die Ecke sehen kann.

Hilfe zu A2: Plausibel wird die Speckle-Entstehung, wenn man die Unebenheiten der beleuchteten Oberfläche als neue Streuzentren betrachtet. Von diesen gehen Kugelwellen unterschiedlicher Phase aus, die dann auf der Netzhaut interferieren. Dabei entsteht eine räumliche Struktur mit zufällig verteilten Intensitätsminima und -maxima. Die Voraussetzung für das Auftreten von Speckle-Mustern ist, dass die Oberfläche Rauheiten in der Größenordnung der Wellenlänge des Laser-Lichts aufweist (bei sichtbarem Licht: einige 100 nm). Bei extrem glatten Flächen tritt das Speckle-Muster daher nicht oder kaum auf.

Hilfe zu A3: Es steckt die falsche Vorstellung dahinter, dass von unseren Augen gewissermaßen „Sehstrahlen“ ausgehen. Schon die alten Griechen stritten sich nicht nur darüber, ob sie mit dem Zwerchfell dachten oder nicht, sondern eben auch, ob das Licht von den Dingen ausgeht oder ob unsere Augen die Dinge „abtasten“. Der zweiten Ansicht waren unter anderem auch Platon und Euklid. Erst der große arabische Naturforscher Ibn Al Haitham scheint um das Jahr 1000 klargestellt zu haben, dass die sichtbaren Dinge Licht aussenden, d. h. selbst leuchten oder fremdes Licht zurückwerfen. Und das erscheint sehr logisch. Wenn es anders wäre, dass nämlich die Augen Strahlen aussenden, mit denen sie die Umgebung abtasten, müsste man dann nicht auch im Dunkeln sehen?

Hilfe zu A4: Ein Schatten entsteht dort, wo kein direktes Sonnenlicht hinfällt. Ist dieser Schatten völlig schwarz? Das wäre ohne Erdatmosphäre so. Der blaue Teil des Sonnenlichts wird aber von der Atmosphäre durch Streuung verteilt (und zwar wesentlich stärker als der rote), und deshalb ist der Himmel blau. Der Schnee im direkten Sonnenlicht hat natürlich die Farbe der Sonne, ist also gelblich bis weiß. Den Schnee im Schatten erreicht kein direktes Sonnenlicht, aber er wird indirekt vom Himmel beleuchtet. Die Antwort lautet daher: Der Schatten ist blau.

Hilfe zu A5 a: Aus der Abbildung ergibt sich $\sin \alpha = \Delta s / a$ und $\tan \alpha = x / d$. Weil der Schirm sehr weit weg ist, kann man die Annäherung für kleine Winkel anwenden, also $\sin \alpha \approx \tan \alpha$. Daraus folgt $x \approx (s \cdot d) / a$. Ein Maximum

auf dem Schirm findet man gerade dann, wenn der Gangunterschied s der beiden Wellen λ beträgt. Für den Orte des ersten Nebenmaximums ergibt sich damit $x_{\max} = \frac{d \cdot \lambda}{a}$. Für die Maxima der n -ten Ordnung ergibt sich allgemein $x_{\max n} = \frac{n \cdot d \cdot \lambda}{a}$.

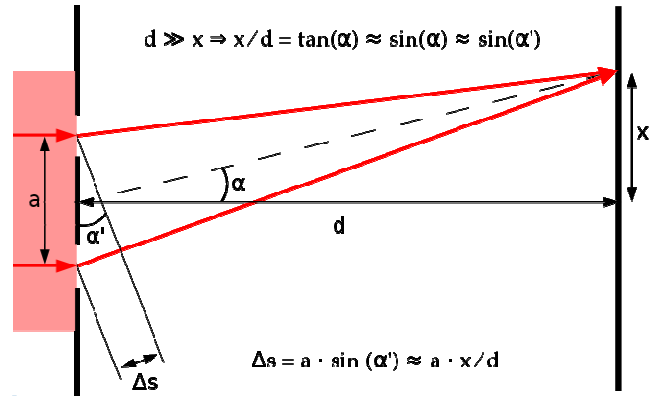


Abb. 24: Verhältnisse beim Doppelspalt (Grafik: Peter Suppenhuhn, Quelle: Wikipedia).

Hilfe zu A5 b: Aus A5 a folgt $x_{\max} \sim \lambda$. Weil die Wellenlängen, die man Materieteilchen zuordnen kann, teilweise sehr klein sind (siehe Tab. 1), sinkt dadurch auch der Abstand der Helligkeitsmaxima.

Hilfe zu A6: Der Abstand des ersten Nebenmaximums wird mit $x_{\max} = \frac{d \cdot \lambda}{a}$ berechnet. Daraus ergibt sich $a = \frac{d \cdot \lambda}{x_{\max}} = \frac{2 \text{ m} \cdot 10^{-11} \text{ m}}{50 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 4 \cdot 10^{-8} \text{ m}$. Der Abstand der Spalte betrug bei diesem Experiment also größenordnungsmäßig 40 nm.

Hilfe zu A7: Der Netzvorhang wirkt wie ein Gitter. Das durchfallende Licht wird daher, wie in Abb. 6, gebeugt und interferiert. Weil die Fäden jedoch vertikal und horizontal verlaufen, entstehen dadurch Hindernisse, die nicht als Spalte, sondern als Löcher wirken. Dadurch kommt es zur Beugung in alle Richtungen. Weil $x_{\max} \sim \lambda$ gilt, liegen die Beugungsmaxima für die einzelnen Farben an unterschiedlichen Stellen. Dadurch werden an bestimmten Stellen einzelne Farbanteile ausgelöscht, wodurch es bei weißem Licht zu einem farbigen Beugungsmuster kommt.

Hilfe zu A8: Teilt man in Gedanken ein Lichtbündel, das an einem Einfachspalt in eine bestimmte Richtung abgelenkt wird, in zwei Hälften, können sich diese beiden Anteile des Lichtbündels konstruktiv oder destruktiv überlagern. Weil die Spaltbreite aber im Verhältnis zum

Abstand der Spalte beim Doppelspalt viel kleiner ist, liegen die Nebenmaxima viel weiter auseinander.

Hilfe zu A9: UV-Licht ist nicht gleich UV-Licht. Normalerweise unterteilt man es in UV-A bis UV-C. UV-C ist am energiereichsten, wird aber vom Ozon in der Atmosphäre unter normalen Umständen absorbiert. Auf der Erdoberfläche kommen daher nur UV-A und UV-B an (siehe auch Tab. 26.1, S. 9, BB7). Normales Fensterglas (Fachterminus Floatglas) absorbiert die UV-B-Strahlung fast komplett. Diese bräuchte man aber für den klassischen Photo-Effekt (siehe Abb. 26.15, S. 8, BB7). Weil die UV-B-Strahlen braun machen, bekommt man daher hinter einer normalen Glasscheibe auch keinen Sonnenbrand. Es gibt aber Spezialgläser, etwa Quarzglas (auch Kieselglas genannt), die auch das UV-B Licht durchlassen, sonst wäre ein Solarium ja komplett sinnlos.

Hilfe zu A10: Durchaus. Nicht nur sichtbares Licht kommt in den Schattenbereich (siehe A4), sondern auch UV-Licht. Wie viel das ist, kann man nicht pauschal sagen, weil es von der Umgebung abhängt. Sand, Wasser und natürlich Schnee reflektieren UV-Licht sehr gut. Dort können im Schatten im Extremfall noch 50 % des UV-Lichts ankommen. Der Schatten würde dann nur so wirken, wie eine Sonnencreme mit dem Schutzfaktor 2.

Hilfe zu A11: Nehmen wir die Linie von Natrium. Sie beginnt bei rund $5,7 \cdot 10^{14}$ Hz und 0 eV und endet bei $13,2 \cdot 10^{14}$ Hz bzw. 3,3 eV. Aus $\Delta E = h \cdot \Delta f$ folgt $h = \Delta E / \Delta f = 3,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} / (13,2 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 5,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) = 5,28 \cdot 10^{-19} \text{ J} / (7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}) \approx 7 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

Hilfe zu A12: Ein bit entspricht der kleinsten Speichereinheit, also einem 1er oder einem 0er. Die Auflösung der Kamera liegt bei $1920 \cdot 1080 \approx 2 \cdot 10^6$ Pixel. Bei 24 Bildern pro Sekunde müssen also $24 \cdot 2 \cdot 10^6 = 4,8 \cdot 10^7$ Pixel ausgelesen werden. Weil jeder Pixel durch acht bit repräsentiert ist, beträgt der Bitfluss somit $8 \cdot 4,8 \cdot 10^7 = 3,8 \cdot 10^8$ bit/s. Die Kamera muss also in der Lage sein, sagenhafte 380 Millionen 1er und 0er aus dem CCD auszulesen.

Hilfe zu A13: Bei der Ausbreitung von Licht ist in diesem Fall die Energie nicht kontinuierlich über den Raum verteilt, sondern in einer endlichen Zahl von Energiequanten lokalisiert. Licht ist also ein Strom von Energiepaketen. Bei gleicher Frequenz bedeutet intensiveres

Licht das Auftreten von mehr Lichtquanten pro Zeiteinheit, aber nicht das Auftreten von energiereicheren Photonen.

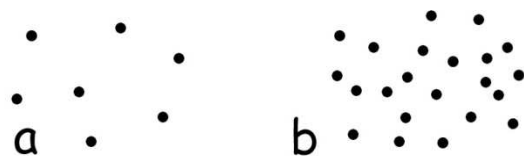


Abb. 25: Licht mit geringerer (a) und höherer Intensität (b) im Teilchenmodell.

Hilfe zu A14: $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{E/p}{E/h} = \frac{h}{p}$

Hilfe zu A15: Die Materiewellenlänge der Projektile beträgt $\lambda = h/(m \cdot v) = 6,6 \cdot 10^{-34} / (3,5 \cdot 10^{-3} \cdot 3,5 \cdot 10^3) \approx 1,9 \cdot 10^{-34} \text{ m}$. Schätzen wir den Spaltabstand mit 1 m ab und die Entfernung zur Wand mit 2 m. Dann ergibt sich für den Abstand der Maxima $x_{max} = \frac{d \cdot \lambda}{a} = \frac{2 \cdot 1,9 \cdot 10^{-34}}{1} \text{ m} = 3,8 \cdot 10^{-34} \text{ m}$. Die Maxima sind also so absurd knapp beieinander, dass man das Interferenzmuster nicht erkennen kann.

Hilfe zu A16: Damit man eine Struktur in der Größe von 10^{-16} m untersuchen kann, muss die Wellenlänge in derselben Größenordnung liegen. Wenn man die erste Gleichung nach p umformt ($p = h/\lambda$) und in die zweite einsetzt, erhält man $E = hc/\lambda$. Wenn man die bekannten Werte einsetzt, erhält man für $E = 6,6 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 10^{-16} \text{ J} \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ J} = 13 \cdot 10^9 \text{ eV} = 13 \text{ GeV}$. Als man die Quarkstruktur der Protonen belegte, verwendete man Elektronen mit einer Energie von 20 GeV - man ging also auf Nummer sicher!

Hilfe zu A17: Zwischen der Wellenlänge der verwendeten Teilchen und dem Abstand der Intensitätsmaxima besteht der Zusammenhang $x_{max} \sim \lambda$ (siehe A5 b). Weiters folgt aus der de Broglie-Gleichung $\lambda \sim 1/(m \cdot v)$ und somit $x_{max} \sim 1/(m \cdot v)$. Mit zunehmender Masse rücken also die Interferenzstreifen immer näher zueinander, wodurch die Messung zunehmend schwieriger wird. Wenn der Abstand dieser Streifen in der Größenordnung der verwendeten Teilchen liegt, wird deren Messung sehr schwierig oder sogar unmöglich. Aber der springende Punkt ist der, dass es im Prinzip keine Grenze gibt, ab der keine Quanteninterferenz mehr auftritt.

Hilfe zu A18 a: Bei optischen Mikroskopen liegt die Auflösung tatsächlich etwa in dem Bereich, der der Wel-

lenlänge des Lichts entspricht. Bei Elektronenmikroskopen verschlechtern aber Abbildungsfehler (Aberrationen) der elektronenoptischen Bauteile die nutzbare Auflösung um etwa zwei Größenordnungen. Die kleinste noch auflösbare Struktur liegt daher bei etwa 10^{-9} m und somit rund eine Größenordnung über dem Abstand der Atome.

Hilfe zu A18 b: Die Bilder von Elektronenmikroskopen sind in der Tat nur schwarz/weiß. Um die Effekte besser hervorzuheben, werden diese aber öfters koloriert.

Hilfe zu A19: Die Wahrscheinlichkeitsdichte entspricht dem Quadrat der Wellenfunktion und kann daher nur positive Werte haben. Die Maxima liegen dort, wo auch die Maxima der Wellenfunktion liegen. Das Verblüffende daran ist, dass es bei Anregungszuständen des Elektrons bestimmte Orte innerhalb des Potenzialtopfes gibt, an denen sie sich *nicht* befinden können. Ähnlich ist es auch bei den Elektronen-Orbitalen in einem Atom, etwa den p-, d- und f-Orbitalen.

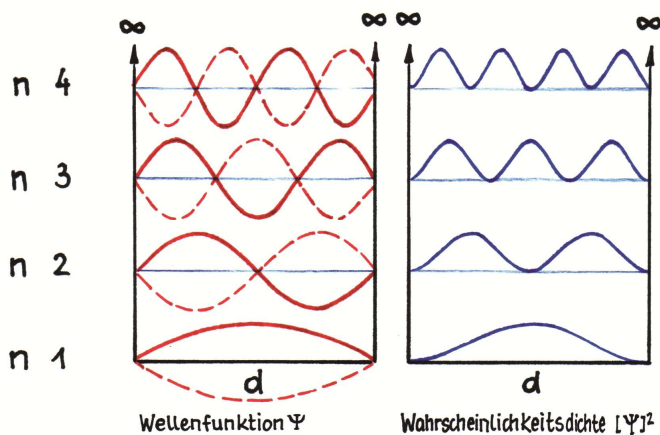


Abb. 26: Ein Elektron im „Quantenkäfig“. Links die Wellenfunktion, die man mit der Schrödingergleichung berechnen kann, rechts die dazugehörigen Wahrscheinlichkeitsdichten (Grafik: Janosch Slama).

Hilfe zu 20 b: Weil jedes Photon, egal ob es durch den linken oder rechten Spalt gegangen ist, mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % durch den letzten Filter geht, wird die Information, durch welchen Spalt die Photonen vorher gegangen sind, wieder gelöscht. Wenn man aber nicht weiß, durch welchen Spalt das Photon gegangen ist, dann entsteht immer ein Interferenzmuster (siehe Abb. 27).

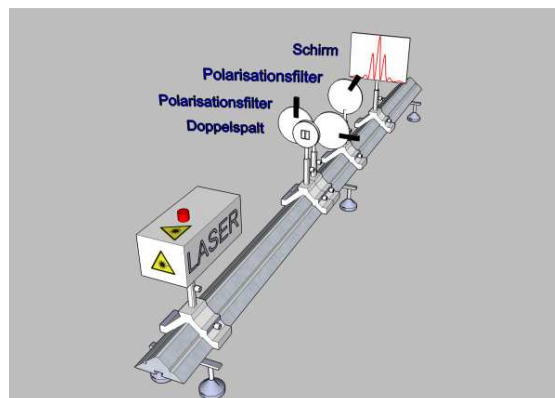


Abb. 27: Wird die Information, durch welchen Spalt die Photonen gegangen sind, wieder gelöscht, entsteht ein Interferenzmuster (Grafik: Karlsruher Institut für Technologie; Quelle: <http://psi.physik.kit.edu>).

Hilfe zu A21: In Abb. 19 wird ja gar nicht gemessen, durch welchen Spalt das Photon geht. Alleine die Tatsache, dass man es messen *könnte* genügt bereits, dass das Muster verschwindet. Der Effekt in Abb. 20 ist deshalb noch verrückter, weil ja die Information quasi rückwirkend wieder zerstört wird. Der dritte Filter „löscht“ also die Information, die wir mit den beiden Filtern gewonnen haben. Deshalb spricht man auch vom „Quantenradierer“.

Hilfe zu A22 a: Um die Geschwindigkeitsunschärfe zu bekommen, musst du den Impuls in die Heisenberg'sche Unschärferelation einsetzen und nach v auflösen:

$$\Delta x \cdot \Delta p = \Delta x \cdot \Delta v \cdot m \geq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m \cdot \Delta x}$$

Wenn du die bekannten Werte einsetzt, erhältst du etwa $\Delta v \approx 53$ m/s. Die Geschwindigkeitsunschärfe nach dem Durchgang durch den Spalt ist 10-mal so groß wie die Geschwindigkeit des Teilchens. Die weitere Bahn ist überhaupt nicht vorherzusagen.

Hilfe zu A22 b: Wenn du dieselbe Gleichung verwendest wie bei A22 a, erhältst du $\Delta v \approx 5,3 \cdot 10^{-37}$ m/s. Diese Geschwindigkeitsunschärfe ist so gering, dass du die „Beugung“ an einer Tür nicht bemerken kannst.

Hilfe zu A23 a: Man könnte ja glauben, dass die Heisenberg'sche Unschärferelation eine Folge des Unvermögens der Physiker ist, Impuls und Ort eines Teilchens experimentell gleichzeitig beliebig exakt zu messen. Wie aber das Beispiel „Frequenzunschärfe“ auf S. 15 in Kap. 26.6 zeigt, tritt das Problem auch dann auf, wenn man gar keine Messung vornimmt, sondern lediglich versucht, gleichzeitig den Wellen- und Teilcheneigen-

schaften eines Photons mathematisch gerecht zu werden. Die Unschärferelation gibt also eine Eigenschaft des Universums an und tritt auch ohne Messung auf.

Hilfe zu A23 b: Es gibt eine Grenze dessen, was wir über das Universum wissen können, und diese ist durch die Unschärferelation bestimmt. Eine genauere Bestimmung ist nicht möglich, und zwar nicht, weil die Messapparaturen schlecht gebaut sind, sondern weil sich das Universum quasi auf einer quantenmechanischen Ebene nicht genau in die Karten schauen lässt.

Hilfe zu A24: Du benötigst dazu die Unschärferelation für Energie und Zeit und die Gleichung $\Delta E = h \cdot \Delta f$. Wenn du nun einsetzt, erhältst du $\Delta E \cdot \Delta t = h \cdot \Delta f \cdot \Delta t \geq \frac{h}{13}$ und weiter $\Delta f \geq \frac{1}{13 \cdot \Delta t}$. Durch Einsetzen der bekannten Werte bekommst du etwa 10^7 Hz. Weil die Frequenz von sichtbarem Licht bei etwa 10^{15} Hz liegt, fällt das allerdings nicht sehr ins Gewicht.

Hilfe zu A25: Gehe von der Gleichung $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{13}$ aus. Damit ein virtuelles Teilchen aus dem Nichts entstehen kann, ist zumindest die Energie $\Delta E = mc^2$ nötig. Wenn du oben einsetzt und nach Δt auflöst, erhältst du $\Delta t \geq \frac{h}{13mc^2}$. Die Obergrenze für die Geschwindigkeit, die ein Teilchen erreichen kann, ist c . Aus $c = \Delta s / \Delta t$ folgt $\Delta s = c \cdot \Delta t \leq \frac{h}{13mc}$.

Hilfe zu A25 b: Aus $\Delta s \leq \frac{h}{13mc}$ folgt $m \geq \frac{h}{13\Delta s c}$. Daraus folgt $m \geq \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{13 \cdot 10^{-18} \cdot 3 \cdot 10^8} \text{ kg} = 1,7 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$. Die Masse dieser virtuellen Bosonen ist also rund 100-mal so groß wie die der Protonen!

Hilfe zu A25 c: Diese Einheit ergibt sich durch Umformen aus der Gleichung $E = mc^2$. Daraus folgt $m = E/c^2$. Für die Energie setzt man aber nicht Joule ein, sondern das Elektronvolt (eV; siehe S. 30, BB7). Es gilt: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Hilfe zu A25 c: Ein GeV entspricht $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot 10^9 = 1,6 \cdot 10^{-10} \text{ J}$. Wenn man in $m = E/c^2$ einsetzt, erhält man $m = 1,6 \cdot 10^{-25} \text{ kg} / (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 1,44 \cdot 10^{-8} \text{ J/c}^2 = 9 \cdot 10^{10} \text{ eV/c}^2 = 90 \text{ GeV/c}^2$.

Hilfe zu A26: $\Delta x \cdot \Delta p = \Delta x \cdot \Delta v \cdot m \geq \frac{h}{4\pi} \Rightarrow \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m \cdot \Delta x}$. Wenn du die Werte einsetzt, erhältst du die Geschwindigkeitsunschärfen in Tabelle 3. Mit $v = s/t$ bzw. $s = v \cdot t$ kann man dann berechnen, mit welcher Genauigkeit

sich der Ort nach der jeweiligen Zeit noch vorhersagen lässt. Wenn man den Ort mit einer Genauigkeit von $1 \mu\text{m}$ feststellen kann, dann ist dies nur in den drei fett markierten Fällen möglich, und auch hier müsste man sehr lange warten. Man kann daher sagen: Im Alltag spielt die Unschärferelation keine Rolle.

	Stein	Sandkorn	Bakterium
Masse	10^{-3} kg	10^{-9} kg	10^{-15} kg
Δx	10^{-6} m	10^{-6} m	10^{-6} m
Δv	$5 \cdot 10^{-26} \text{ m/s}$	$5 \cdot 10^{-20} \text{ m/s}$	$5 \cdot 10^{-14} \text{ m/s}$
Δs nach 1 Tag ($\approx 10^5 \text{ s}$)	$5 \cdot 10^{-21} \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$	$5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$
Δs nach 80 Jahren ($2,5 \cdot 10^9 \text{ s}$)	$1,3 \cdot 10^{-16} \text{ m}$	$1,3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$	$1,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
Δs nach $13,7 \cdot 10^9 \text{ a}$ ($4,3 \cdot 10^{17} \text{ s}$)	$2,3 \cdot 10^{-8} \text{ m}$	$2,3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$	$2,3 \cdot 10^4 \text{ m}$

Tab. 3