## Ich kann die Rechengesetze von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten anwenden und begründen.

C, D **1** Schreibe mithilfe von Potenzen kürzer.

**a.** $3 \cdot 3 \cdot x \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x =$

**b.** $5 \cdot u \cdot u \cdot u \cdot 5 \cdot u =$

**c.** $7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z =$

**d.** $\frac{a \cdot a \cdot a \cdot 3}{a \cdot 3 \cdot 3} =$

C, D **2** Vereinfache so weit wie möglich.

**a.** $x^5 \cdot x^{-3} \cdot y \cdot y^5 =$

**b.** $2u^{-2} \cdot 3 \cdot u^6 \cdot u^{-1} =$

**c.** $a^2 \cdot b^3 \cdot a^{-1} \cdot b \cdot b^{-2} =$

C, D **3** Berechne und schreibe das Ergebnis mithilfe von Potenzen an.

**a.** $(3a)^2 \cdot 3a^2 =$

**b.** $(2x^3 \cdot x)^4 =$

**c.** $7a \cdot 49a \cdot (7a^2)^2 =$

**d.** $(2b \cdot 4b \cdot (2b)^2)^3 =$

C, D **4** Stelle den Ausdruck mit positiven Exponenten dar.

**a.** $x^2 \cdot y^{-4} =$

**b.** $3x^{-3} \cdot 5y^2 =$

**c.** $\frac{2a^{-1} \cdot b^2}{c^2 \cdot d^{-6}} =$

**d.** $\frac{2z^{-2} \cdot (5y)^{-3}}{3u^{-3}} =$

C, D **5** Vereinfache so weit wie möglich und schreibe das Ergebnis als Produkt von Potenzen.

**a.** $\frac{a^2 \cdot b}{a^4 \cdot b^{-2}} =$

**b.** $\left(\frac{x^{-2} \cdot 3z}{9x^{-5} \cdot z^5}\right)^2 =$

**c.** $\left(\frac{u \cdot u^{-4} \cdot \frac{1}{v^3}}{u^{-2} \cdot v^4 \cdot v}\right)^{-3} =$


Autorin: Bettina Ponleitner

## Ich kann die Rechengesetze von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten anwenden und begründen.

C, D **6** Begründe, warum

$$\frac{x^7 \cdot x^{-4}}{x^2} = x$$

ist, indem du diesen Ausdruck ohne Potenzen anschreibst.

C, D **7** Zeige, dass die Rechenregel $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ für alle ganzen Zahlen n, m gilt.

C, D **8** Entscheide, ob richtig gerechnet wurde. Begründe deine Entscheidung und stelle das Ergebnis gegebenenfalls richtig.

**a.** $10^4 \cdot 10^2 = 10^8$

**b.** $\frac{a^{12}}{a^{-2}} = a^{14}$

**c.** $\left(5x^3y^7\right)^2 = 25x^6y^{14}$

**d.** $\left(3u^2 \cdot z^{-3}\right)^2 = \frac{3u^4}{z^6}$

C, D **9** Vereinfache so weit wie möglich und stelle das Ergebnis mit positiven Hochzahlen dar.

**a.** $x^2 \cdot x^{-4} \cdot 2y^{-5} \cdot y^3 =$

**b.** $(u \cdot v^2)^{-1} \cdot v^4 \cdot \frac{1}{u^{-1}} =$

**c.** $(3a \cdot (3b)^{-2} \cdot a \cdot b^3)^{-1} =$

**d.** $\frac{u^7 \cdot v^{-4} \cdot v \cdot \frac{1}{u^2}}{v^{-3} \cdot u^{-4} \cdot u^3} \cdot u^{-4} =$

**e.** $\left(\frac{x^5 \cdot z^{-2} \cdot x^{-1}}{z^3 \cdot (x \cdot z)^{-4}}\right)^2 =$

**f.** $\left(\frac{\frac{x^2}{y^3} \cdot x \cdot \frac{1}{x^{-2}}}{y^2 \cdot \frac{1}{xy^4}}\right)^{-3} =$

**g.** $\frac{\left(\frac{x^4y^{-1}}{x^{-6}y^5}\right)^{-2}}{\frac{x^3y}{y^{-2}x^{-1}}} =$

# Lösungen zu:
# Ich kann die Rechengesetze von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten anwenden und begründen.

**1** a. $3 \cdot 3 \cdot x \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot x = 3^3 \cdot x^4$

b. $5 \cdot u \cdot u \cdot u \cdot 5 \cdot u = 5^2 \cdot u^4$

c. $7 \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z \cdot 2 \cdot 7 \cdot z \cdot z = 2^2 \cdot 7^3 \cdot z^4$

d. $\frac{a \cdot a \cdot a \cdot 3}{a \cdot 3 \cdot 3} = \frac{a^2}{3}$

**2** a. $x^5 \cdot x^{-3} \cdot y \cdot y^5 = x^2 \cdot y^6$

b. $2u^{-2} \cdot 3 \cdot u^6 \cdot u^{-1} = 6u^3$

c. $a^2 \cdot b^3 \cdot a^{-1} \cdot b \cdot b^{-2} = a \cdot b^2$

**3** a. $(3a)^2 \cdot 3a^2 = 3^3 \cdot a^4$

b. $(2x^3 \cdot x)^4 = 2^4 \cdot x^{16}$

c. $7a \cdot 49a \cdot (7a^2)^2 = 7^5 \cdot a^6$

d. $(2b \cdot 4b \cdot (2b)^2)^3 = 2^{15} \cdot b^{12}$

**4** a. $x^2 \cdot y^{-4} = \frac{x^2}{y^4}$

b. $3x^{-3} \cdot 5y^2 = 15\frac{y^2}{x^3}$

c. $\frac{2a^{-1} \cdot b^2}{c^2 \cdot d^{-6}} = \frac{2b^2d^6}{a \cdot c^2}$

d. $\frac{2z^{-2} \cdot (5y)^{-3}}{3u^{-3}} = \frac{2u^3}{3 \cdot 5^3y^3z^2}$

**5** a. $\frac{a^2 \cdot b}{a^4 \cdot b^{-2}} = \frac{b^3}{a^2}$

b. $\left(\frac{x^{-2} \cdot 3z}{9x^{-5} \cdot z^5}\right)^2 = \frac{x^6}{9z^8}$

c. $\left(\frac{u \cdot u^{-4} \cdot \frac{1}{v^3}}{u^{-2} \cdot v^4 \cdot v}\right)^{-3} = u^3v^{24}$

**6** $\frac{x^7 \cdot x^{-4}}{x^2} = \frac{x^3}{x^2} = \frac{x \cdot x \cdot x}{x \cdot x} = x$

**7** 1. Fall: $m = 0$ : Dann gilt $\left(a^n\right)^0 = \left(\underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n-\text{mal}}\right)^0 = \underbrace{a^0 \cdot \ldots \cdot a^0}_{n-\text{mal}} = \underbrace{1 \cdot \ldots \cdot 1}_{n-\text{mal}} = 1$ und $a^{n \cdot 0} = a^0 = 1$, also insgesamt $\left(a^n\right)^0 = a^{n \cdot 0}$.

# Lösungen zu:
# Ich kann die Rechengesetze von Potenzen mit ganzzahligen Exponenten anwenden und begründen.

2. Fall: $m > 0$ : Wenn $n = 0$, dann gilt $(a^0)^m = 1^m = 1$ und $a^{0\cdot m} = a^0 = 1$, also insgesamt also insgesamt $(a^0)^m = a^{0\cdot m}$.

Wenn $n > 0$, dann ist $(a^n)^m = \left(\underbrace{a\cdot\ldots\cdot a}_{n-\text{mal}}\right)^m = \overbrace{\left(\underbrace{a\cdot\ldots\cdot a}_{n-\text{mal}}\right)\cdot\left(\underbrace{a\cdot\ldots\cdot a}_{n-\text{mal}}\right)\cdot\ldots\cdot\left(\underbrace{a\cdot\ldots\cdot a}_{n-\text{mal}}\right)}^{m-\text{mal}} = \underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\cdot m-\text{mal}} = a^{n\cdot m}$.

Wenn $n < 0$, dann ist $-n > 0$ und $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$. Weil $-n > 0$, haben wir im vorigen Schritt bereits gezeigt, dass $\left(\frac{1}{a^{-n}}\right)^m = \frac{1}{a^{-n\cdot m}}$ ist. Weil $\frac{1}{a^{-n\cdot m}} = a^{n\cdot m}$ ist, folgt daraus $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$.

3. Fall: $m < 0$ : Dieser Fall funktioniert sehr ähnlich wie Fall 2.

**8** **a.** Hier wurde nicht richtig gerechnet, da die Hochzahlen multipliziert anstatt addiert wurden (es gilt die Rechenregel $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.) Richtig ist: $10^4 \cdot 10^2 = 10^6$

**b.** Hier wurde richtig gerechnet, da $\frac{a^{12}}{a^{-2}} = a^{12-(-2)} = a^{14}$ ist.

**c.** Hier wurde richtig gerechnet, da $(5x^3y^7)^2 = 5^2 \cdot x^{2\cdot 3} \cdot y^{2\cdot 7} = 25x^6y^{14}$ ist.

**d.** Hier wurde nicht richtig gerechnet, da die Zahl 3 nicht hoch 2 genommen wurde. Richtig ist:
$(3u^2 \cdot z^{-3})^2 = \frac{3^2u^4}{z^6}$

**9** **a.** $x^2 \cdot x^{-4} \cdot 2y^{-5} \cdot y^3 = \frac{2}{x^2y^2}$

**b.** $(u \cdot v^2)^{-1} \cdot v^4 \cdot \frac{1}{u^{-1}} = v^2$

**c.** $(3a \cdot (3b)^{-2} \cdot a \cdot b^3)^{-1} = \frac{3}{a^2b} =$

**d.** $\frac{u^7 \cdot v^{-4} \cdot v \cdot \frac{1}{u^2}}{v^{-3} \cdot u^{-4} \cdot u^3} \cdot u^{-4} = u^2$

**e.** $\left(\frac{x^5 \cdot z^{-2} \cdot x^{-1}}{z^3 \cdot (x \cdot z)^{-4}}\right)^2 = \frac{x^{16}}{z^2}$

**f.** $\left(\frac{\frac{x^2}{y^3} \cdot x \cdot \frac{1}{x^{-2}}}{y^2 \cdot \frac{1}{xy^4}}\right)^{-3} = \frac{y^3}{x^{18}}$

**g.** $\frac{\left(\frac{x^4y^{-1}}{x^{-6}y^5}\right)^{-2}}{\frac{x^3y}{y^{-2}x^{-1}}} = \frac{y^{13}}{x^{22}}$


Autorin: Bettina Ponleitner