

7 ERWEITERUNG DER DIFFERENTIALRECHNUNG

- W 7.01** Wie lautet die Ableitungsregel für Quadratwurzelfunktionen?
- W 7.02** Wie lautet die Ableitungsregel für die Funktion g mit $g(x) = f(k \cdot x)$? Erläutere diese an einem Beispiel!
- W 7.03** Wie lauten die Ableitungsregeln für Exponentialfunktionen?
- W 7.04** Wie lauten Ableitungsregeln für die Sinus- und die Cosinusfunktion?
- W 7.05** Wie lauten die Produkt- und die Quotientenregel?
- W 7.06** Wie lassen sich Ableitungsregeln für die Tangensfunktion ermitteln? Erläutere dies auf zwei Arten!
- W 7.07** Was versteht man unter einer rationalen Funktion? Mit welcher Regel kann man ihre Ableitung bilden?
- W 7.08** Wie lautet die Kettenregel für eine Funktion f mit $f(x) = u(v(x))$?
- W 7.09** Wie lautet die Umkehrregel für die Umkehrfunktion g der reellen Funktion f ?
- W 7.10** Wie lauten die Ableitungsregeln für Logarithmusfunktionen?



W 7.01 $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

W 7.02 $g(x) = f(k \cdot x) \Rightarrow g'(x) = f'(k \cdot x) \cdot k$; zB: $f(x) = e^{kx} \Rightarrow f'(x) = k \cdot e^{kx}$

W 7.03 (1) $f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$ (2) $f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln(a)$ (wobei $a \in \mathbb{R}^+$, $a \neq 1$)

W 7.04 (1) $f(x) = \sin(x) \Rightarrow f'(x) = \cos(x)$ (2) $f(x) = \cos(x) \Rightarrow f'(x) = -\sin(x)$

W 7.05 Produktregel: $f(x) = u(x) \cdot v(x) \Rightarrow f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Quotientenregel: $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

W 7.06 $f(x) = \tan(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)}$
 $f(x) = \tan(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{\cos(x) \cdot \cos(x) - \sin(x) \cdot (-\sin(x))}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{\cos^2(x)}{\cos^2(x)} + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} = 1 + \frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$

W 7.07 Eine rationale Funktion ist eine reelle Funktion $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$, wobei $u(x)$ und $v(x)$ Polynome sind und $v(x) \neq 0$ für alle $x \in A$ ist. Ihre Ableitung kann mit der Quotientenregel gebildet werden.

W 7.08 $f(x) = u(v(x)) \Rightarrow f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$

W 7.09 Ist g die Umkehrfunktion der reellen Funktion f , dann gilt: $g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))}$.

W 7.10 (1) $f(x) = \ln(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$ (2) $f(x) = \log_a(x) \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \cdot \ln|a|}$ (wobei $a \neq 1$)

